



**Universidad Nacional
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Escuela de Matemática**

***Concepciones sobre modelización matemática que
manifiesta un grupo de docentes de educación secundaria
del circuito 07 de la Dirección Regional de Educación de
Heredia, Costa Rica***

Trabajo Final de Graduación sometido a consideración del Tribunal Evaluador como requisito parcial para optar por el grado de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática

Estudiantes: *Marvin Vega Castillo y David Ramírez Salas*

Campus Omar Dengo

Heredia, Costa Rica

Fecha (13/01/2022)

Este trabajo final de graduación ha sido aceptado y aprobado por el Tribunal Examinador de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional, como requisito parcial para optar al grado de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática.

Dra. Mariel Gavarrete Villaverde

Representante del Decanato
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



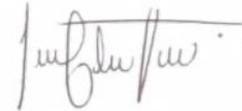
M. Sc. Ricardo Poveda Vásquez

Representante de la Dirección
Escuela de Matemática



M. Sc. Jesennia Chavarría Vásquez

Tutora



M. Sc. Eduardo Aguilar Fernández

Asesor



Dr. Ronny Gamboa Araya

Asesor



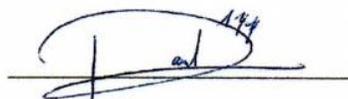
Marvin Vega Castillo

Estudiante



David Ramirez Salas

Estudiante



Índice

1.	Capítulo I. Planteamiento del Problema	1
1.1.	Tema.....	1
1.2.	Problema de Investigación	1
1.3.	Delimitación del Problema.....	1
1.4.	Justificación.....	1
1.5.	Objetivos de la Investigación	8
1.5.1.	Objetivo General.....	8
1.5.2.	Objetivos Específicos.	8
1.6.	Antecedentes	9
1.6.1.	Investigaciones Nacionales.....	9
1.6.2.	Investigaciones Internacionales	13
2.	Capítulo II. Marco Teórico	19
2.1.	Concepciones	19
2.1.1.	Concepción Docente	20
2.2.	Modelización Matemática.....	21
2.2.1.	Ciclos de la Modelización.....	27
2.2.1.1.	Ciclo de la Modelización Para Matemática Aplicada.	28
2.2.1.2.	Ciclo de la Modelización Didáctico o Pedagógico.	28
2.2.1.3.	Ciclo de la Modelización Diagnóstico/Ciclo de Modelización Desde una Perspectiva Cognitiva.	29
2.2.2.	Competencias del Docente en Modelización Matemática	31
2.3.	Programas de Estudio de Matemáticas, Costa Rica	33
3.	Capítulo III. Metodología	39
3.1.	Elección Metodológica.....	39
3.1.1.	Tipo de Investigación.....	39
3.1.2.	Diseño de la Investigación.....	40
3.1.3.	Fases de la Investigación.	41
3.2.	Fuentes y Sujetos de Información.....	42
3.2.1.	Tendencias Internacionales del Concepto de Modelización.....	42
3.2.2.	Programas de Estudio de Matemática.....	43
3.2.3.	Profesores de Matemática.....	43
3.3.	Estrategia Para la Recolección de los Datos	46
3.4.	VARIABLES de la Investigación	46

3.5.	Técnicas e Instrumentos Para la Recolección de Datos	51
3.5.1.	Ficha de Contenido	52
3.5.2.	Cuestionario	52
3.5.3.	Entrevista Semiestructurada	55
3.6.	Validación de Instrumentos.....	59
3.6.1.	Validación del Cuestionario.....	59
3.6.2.	Prueba Piloto de Entrevista Semiestructurada	60
3.6.3.	Validación de la Entrevista Semiestructurada	60
3.7.	Técnicas de Análisis de la Información	60
3.7.1.	Análisis de las Preguntas Cerradas del Cuestionario.....	61
3.7.2.	Análisis de Contenido.....	61
3.7.3.	Análisis con Codificación Selectiva	63
3.7.4.	Análisis con Triangulación	63
4.	Capítulo IV: Resultados y Análisis.....	64
4.1.	Concepción de Modelización Matemática que se Establece en los Programas de Estudio de Matemáticas del Ministerio de Educación Pública.....	66
4.1.1.	Evidencias de las Fases de la Modelización Matemática en los Programas de Estudio de Matemáticas	66
4.1.2.	Análisis de las Evidencias de las Fases de la Modelización Matemática en los Programas de Estudio de Matemáticas	69
4.1.3.	Evidencias de los Ciclos de Modelización Matemática con Respecto a los Programas de Estudio de Matemáticas	70
4.1.4.	Análisis de las Evidencias de los Ciclos de Modelización Matemática con Respecto a los Programas de Estudio de Matemáticas	73
4.1.5.	Evidencias de las Competencias Docentes de la Modelización Matemática en los Programas de Estudio de Matemáticas	74
4.1.6.	Análisis de las Evidencias de las Competencias Docentes de la Modelización Matemática en los Programas de Estudio de Matemáticas.....	81
4.1.7.	Evidencias de los Criterios de Selección de Problemas Para la Modelización Matemática en los Programas de Estudio de Matemáticas	83
4.1.8.	Análisis de las Evidencias de los Criterios de Selección de Problemas Para la Modelización Matemática en los Programas de Estudio de Matemáticas.....	89
4.2.	Características Sobre Modelización Matemática Como Proceso Matemático Según las Concepciones Docentes.....	92
4.2.1.	Evidencias de las Concepciones Docentes Respecto a las Fases de la Modelización Matemática.....	92
4.2.2.	Concepciones Docentes y las Fases de la Modelización Matemática	100

4.2.3.	Evidencias de la Concepción Docente Respecto a los Ciclos de la Modelización Matemática.....	102
4.2.4.	Análisis Docente y los Ciclos de la Modelización Matemática.....	105
4.3.	Características Sobre Modelización Matemática Como Estrategia Metodológica Según las Concepciones Docentes.....	106
4.3.1.	Evidencias de la Concepción Docente Respecto a la Importancia de la Modelización Matemática.....	107
4.3.2.	Análisis Docente y la Importancia de la Modelización Matemática	109
4.3.3.	Evidencias de la Concepción Docente Respecto a la Practicidad de la Modelización Matemática.....	110
4.3.4.	Análisis Docente y la Practicidad de la Modelización Matemática.....	114
4.3.5.	Evidencias de la Concepción Docente Respecto a las Competencias Docentes de la Modelización Matemática	114
4.3.6.	Análisis Docente y las Competencias Docentes de la Modelización Matemática.....	124
4.3.7.	Evidencias de la Concepción Docente Respecto los Criterios de Selección de Problemas Para la Modelización Matemática.....	126
4.3.8.	Concepción Docente y los Criterios de Selección de Problemas Para la Modelización Matemática.....	139
4.4.	Semejanzas y Diferencias Entre las Concepciones que Plantea los Programas de Estudio y lo que los Docentes Conciben, Sobre Modelización Matemática Como Proceso Matemático y Como Estrategia Metodológica	143
4.4.1.	Semejanzas y Diferencias entre las Concepciones con Respecto a la Categoría CT3 Fases de la Modelización Matemática	144
4.4.2.	Semejanzas y Diferencias Entre las Concepciones con Respecto a la Categoría CT4 Ciclos de la Modelización Matemática	147
4.4.3.	Semejanzas y Diferencias Entre las Concepciones con Respecto a la categoría CT5 Competencias Docentes de la Modelización Matemática	148
4.4.4.	Semejanzas y Diferencias Entre las Concepciones con Respecto a la Categoría CT6 Criterios de Selección de Problemas de la Modelización Matemática	151
5.	Conclusiones y Recomendaciones.....	154
6.	Referencias.....	159
7.	Anexos	166
7.1.	Anexo 1: Cuestionario Para Profesores.....	166
7.2.	Anexo 2: Guía de Entrevista	178
7.3.	Anexo 3: Ficha de Contenido Para los Programas de Estudio de Matemáticas...	180
7.4.	Anexo 4: Ficha de Contenido Para Respuestas a Preguntas Abiertas del Cuestionario.....	181

7.5.	Anexo 5: Ficha de Contenido Para Respuestas la Entrevista Semiestructurada ..	182
7.6.	Anexo 6: Instrumento de Validación Cuestionario	183
7.7.	Anexo 7: Instrumento de Validación Entrevista	187
7.8.	Anexo 8: Esquema de Modelización Matemática.....	189

Índice de tablas

Tabla 1 <i>Porcentajes de promoción, por asignatura, en Bachillerato 2007-2017</i>	5
Tabla 2 <i>Características generales de la población de estudio</i>	45
Tabla 3 <i>Categorías y subcategorías de análisis de concepción sobre modelización matemática</i>	48
Tabla 4 <i>Temas de clasificación de categorías para el cuestionario</i>	54
Tabla 5 <i>Pasos en la modelización según el MEP</i>	72
Tabla 6 <i>Distribución de los educadores por subcategoría fase situación real docente</i>	94
Tabla 7 <i>Distribución de los educadores por subcategoría fase representación mental de la situación</i>	96
Tabla 8 <i>Distribución de los educadores por subcategoría modelo matemático</i>	99
Tabla 9 <i>Distribución de los educadores por subcategoría ciclo de modelización matemática para la matemática aplicada</i>	103
Tabla 10 <i>Distribución de los educadores por subcategoría ciclo de modelización matemática didáctico pedagógico</i>	104
Tabla 11 <i>Distribución de los educadores por subcategoría conveniencia para usar en clase</i>	108
Tabla 12 <i>Distribución de los educadores por subcategoría consecuencia en el aprendizaje significativo del estudiante</i>	109
Tabla 13 <i>Distribución de los educadores por subcategoría optimización del tiempo de clase</i>	111
Tabla 14 <i>Distribución de los educadores por subcategoría facilidad para utilizar en clase</i>	112
Tabla 15 <i>Distribución de los educadores por subcategoría observación y experimentación</i>	116
Tabla 16 <i>Distribución de los educadores por subcategoría delimitación del problema</i>	117
Tabla 17 <i>Distribución de los educadores por subcategoría selección de estrategias</i>	120
Tabla 18 <i>Distribución de los educadores por subcategoría evaluación y validación</i>	121
Tabla 19 <i>Distribución de los educadores por subcategoría conexiones a otros modelos</i> ..	123
Tabla 20 <i>Distribución de los educadores por subcategoría significado de la tarea de modelización</i>	127
Tabla 21 <i>Distribución de los educadores por subcategoría contexto realista basado en la realidad</i>	130
Tabla 22 <i>Distribución de los educadores por subcategoría provocar más preguntas</i>	134

Tabla 23 <i>Distribución de los educadores por subcategoría estimulación de manera holística el aprendizaje</i>	137
Tabla 24 <i>Distribución de los educadores por subcategoría nivel del lenguaje apropiado</i>	139
Tabla 25 <i>Semejanzas y diferencias con respecto la categoría CT3 fases de la modelización matemática</i>	146
Tabla 26 <i>Semejanzas y diferencias con respecto a la categoría CT4 ciclos de la modelización matemática</i>	148
Tabla 27 <i>Semejanzas y diferencias con respecto a la categoría CT5 competencias de la modelización matemática</i>	150
Tabla 28 <i>Semejanzas y diferencias con respecto a la categoría CT6 criterio de selección de problemas de la modelización matemática</i>	153

Índice de figuras

<i>Figura 1.</i> Puntuaciones obtenidas por Costa Rica en PISA 2015, según competencia evaluada.	4
<i>Figura 2.</i> Un modelo gráfico de un proceso de modelización.....	25
<i>Figura 3.</i> Esquema que ilustra los momentos del proceso de modelización.	26
<i>Figura 4.</i> La versión “dura” del ciclo de modelado.	28
<i>Figura 5.</i> Ciclo de la modelización de Blum y Kaiser.	29
<i>Figura 6.</i> Ciclo de modelización de Blum y Leiß (2007).	30
<i>Figura 7.</i> Ciclo de la modelización de Borromeo.....	31
<i>Figura 8.</i> Categorías de análisis e instrumentos asociados.	58

1. Capítulo I. Planteamiento del Problema

En este capítulo se presenta el planteamiento del problema, los objetivos, la justificación y los antecedentes de esta investigación. De esta forma, se exponen las razones que motivaron y justifican la elección del tema, así como las investigaciones que se han realizado a nivel nacional e internacional alrededor del foco central de este estudio.

1.1. Tema

Concepciones sobre modelización matemática de un grupo de docentes de secundaria, específicamente en profesores en servicio en centros educativos públicos académicos del Circuito 07 de la Dirección Regional de Educación de Heredia, Costa Rica.

1.2. Problema de Investigación

El problema de investigación surge a partir de las siguientes interrogantes:

¿Qué concepciones manifiestan los docentes de educación secundaria sobre la modelización matemática?

¿Qué concepciones, habilidades y competencias se aborda en los programas de estudio de Matemáticas del Ministerio de Educación Pública (MEP) con respecto a la modelización matemática en Costa Rica?

¿Qué correspondencia se presenta entre las concepciones de los docentes y el planteamiento del MEP sobre la modelización matemática?

1.3. Delimitación del Problema

Para el fin de esta investigación se considerará, como la población, docentes de matemática del sistema formal público diurno del Circuito 07 de la Dirección Regional de Educación de Heredia, Costa Rica, tomando en cuenta colegios de modalidad académica diurna.

Se considerarán, además, los programas de estudio de matemáticas del MEP, para analizar los planteamientos generales sobre modelización matemática y las indicaciones metodológicas del ciclo de educación diversificado, específicamente, lo relacionado con el conocimiento de funciones y modelización en 11° año.

1.4. Justificación

Los programas de estudio de matemáticas responden, entre otros, a las nuevas tendencias internacionales en cuanto a la enseñanza y aprendizaje de esta asignatura, así como las evaluaciones que se realizan en distintos países a nivel global, como lo es la prueba realizada por el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés) de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). Esta afirmación se refleja en el Programa Estado de la Nación (2013), al mencionar que:

En el caso de la competencia matemática se tomó en cuenta que en fecha reciente el MEP reformó los programas de estudio en esa asignatura, para enfocarlos, al igual que PISA, en la resolución de problemas; por tal motivo, se consideró muy pertinente una reflexión sustantiva sobre los resultados en ese ámbito. (p. 261)

Las evaluaciones de PISA pretenden medir las habilidades de los estudiantes para analizar y resolver problemas, de forma tal que puedan utilizar los conocimientos adquiridos en el sistema educativo para su vida diaria y su vida adulta. Además, entre las competencias que PISA evalúa en sus pruebas se encuentran: pensar y razonar; argumentar, comunicar, modelar plantear y resolver problemas; representar; utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas; usar ayudas y herramientas (Programa Estado de la Nación, 2013). Es evidente la similitud que muestran estas competencias con los “procesos matemáticos” que expone los programas de estudio de matemáticas como parte de sus fundamentos.

Las pruebas PISA son aplicadas cada tres años y evalúan tres distintas áreas: la competencia lectora, la competencia matemática y la competencia científica; haciendo un énfasis especial en cada una de las áreas antes mencionada. Este énfasis varía en cada aplicación de las pruebas. Es importante mencionar que para estas pruebas internacionales se considera una muestra, únicamente, conformada por estudiantes de entre 15 y 16 años de edad, indiferentemente del año lectivo en que se encuentren.

Las pruebas PISA se aplican en Costa Rica desde el año 2009, como prueba piloto y formalmente desde el 2010, a continuación se mostrarán los principales resultados obtenidos en las pruebas del 2010 y el 2015, para las cuales el foco de atención estuvo sobre las habilidades matemáticas y científicas.

En cuanto a los resultados de las pruebas PISA aplicadas en el año 2010, en Costa Rica, se destaca:

- Coinciden al ubicar a la mayoría de los estudiantes en niveles bajos o medios de desempeño con respecto a las habilidades esperadas.
- El desempeño promedio de las y los estudiantes costarricenses en las pruebas internacionales está por debajo del que muestran sus pares de países más avanzados, y no se distinguen particularmente de los resultados obtenidos por otras naciones de América Latina. (Programa Estado de la Nación, 2013, p. 253)

Costa Rica, en comparación con otras naciones de Latinoamérica, se ubica en una buena posición, pero si esta comparación se realiza con países europeos o con la media de todos los que participaron, resulta no ser tan positiva:

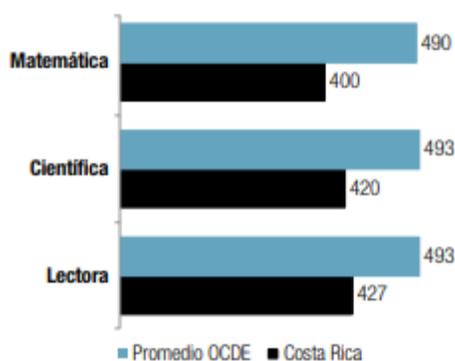
Costa Rica ocupó el puesto 55 de los 74 países participantes. En el contexto americano fue superada por Estados Unidos, Uruguay, Chile, México y Trinidad y Tobago, pero superó la media de Argentina y Brasil (...). Analizando con mayor detalle los resultados de Costa Rica, se observa que el 56,7% de los alumnos se ubicó en el nivel 1 o por debajo de él. Esto significa que (...) solo pueden usar la información necesaria para realizar procedimientos rutinarios, siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas. En el nivel 2 se encuentra un 27,8% de los estudiantes costarricenses (...) esta categoría corresponde a jóvenes que tienen la capacidad de interpretar y reconocer situaciones en contextos que requieren una inferencia directa, extraen información relevante presente en una sola fuente, utilizan algún tipo representación, emplean los algoritmos básicos y procedimientos convencionales (...). El nivel 3 es el último en que el país obtuvo un porcentaje significativo, con un 12,2%, mientras que el nivel 4 solo lo alcanzó un 3% y los niveles 5 y 6 son metas para las próximas evaluaciones. (Programa Estado de la Nación, 2013, p. 266)

En referencia a los niveles de rendimiento académico en las pruebas PISA, citados, para el 2015, en la competencia matemática, Costa Rica muestra que un 62,6% de los estudiantes participantes no alcanza el nivel 2, lo cual se agrava cuando el 27,4% no logra ubicarse en el nivel 1 de desempeño (Programa Estado de la Nación, 2017).

En la *Figura 1*, se evidencia una diferencia de 90 puntos en las habilidades matemáticas entre el promedio de los estudiantes de Costa Rica y el promedio de los estudiantes de la OCDE:

Figura 1.

Puntuaciones obtenidas por Costa Rica en PISA 2015, según competencia evaluada.



Nota: La referencia en Programa Estado de la Educación (2017), p. 193.

Ante esta diferencia, el Programa Estado de la Nación (2017), señala que:

A nivel internacional se considera que 30 puntos de diferencia es el equivalente a todo un año escolar, por lo que los resultados obtenidos en la competencia matemática sugieren una brecha equivalente a tres años de formación para un joven costarricense cuando se le compara con un estudiante promedio de la OCDE. (p. 193)

Para el 2015 respecto a las pruebas PISA, el Sexto informe del Estado de la Educación, del Programa de la Nación (2017) señala que: “no es posible afirmar que el rendimiento de 2015 sea inferior al de años anteriores. No obstante, la mayoría de los estudiantes obtiene bajos desempeños en estas pruebas, especialmente en competencia matemática” (p. 188).

Esta tendencia en los resultados se repite en las pruebas PISA del 2018, últimas pruebas aplicadas con las cuales se cuentan datos y análisis:

La Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE), presentó el día de hoy los resultados de las pruebas del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA por sus siglas en inglés) realizado durante el 2018, y donde se comparó a estudiantes de 79 países del en sus habilidades en tres áreas: Lectura, Matemáticas y Ciencias.

Para Costa Rica los resultados obtenidos son similares a años anteriores, sin que hubiera un cambio significativo en las tres áreas evaluadas. Sin embargo, el informe destaca (...) que en matemáticas los resultados se mantienen estables. (May, 3 de diciembre de 2019)

Resulta evidente la problemática que existe en matemática en nuestro sistema educativo cuando se evidencia a lo largo de casi una década, los resultados deficientes y constantes en esta asignatura.

Otro tipo de pruebas, como las estandarizadas de Bachillerato a nivel nacional, han mostrado por muchos años un bajo rendimiento en matemática, pues los porcentajes de promoción en esta disciplina fueron los más bajos en el periodo de 2007 al 2017 (*Tabla 1*).

Tabla 1

Porcentajes de promoción, por asignatura, en Bachillerato 2007-2017

Asignatura	Año										
	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Español	96,3	93,7	90,4	92,1	93,8	95,9	97,2	97,3	98,4	98,3	98,3
Est. Sociales	92,4	89,4	91,4	93,9	90,1	96,1	96,4	96,2	95,4	94,6	93,1
Matemática	80,6	79,4	80,1	79,3	74,6	76,1	75,2	74,4	73,5	77,6	73,8
Biología	86,2	86,2	90,3	89,2	89,5	93,6	93,6	93,3	95,1	96,1	95,5
Física	77,5	76,6	84,9	89,3	91,2	94,6	91,3	92,5	93,4	90,3	89,7
Química	82,3	86,2	83,7	86	89	91,2	92,6	93,9	93,9	93	93
Francés	93,4	92,7	92,2	91,3	91,6	93,7	92,8	90,1	91,4	95,8	96,5
Inglés	87,7	88,3	85,7	87	93,8	87,8	90,1	86,4	97	96,3	95,9
Cívica	94,2	92,5	93,7	93,2	97,9	97,8	98,7	98,7	98	95,2	98,6

Fuente: Adaptación de presentación “promoción de bachillerato” MEP (2015), MEP (2016) y MEP (2017).

Como se aprecia, los porcentajes de promoción en Matemática fueron los más bajos en el periodo de 2007 al 2017.

Debido a estas estadísticas nacionales, en conjunto con un proceso de enseñanza y aprendizaje desfasado, una inconsistencia entre la metodología y los planes de estudio anteriores, una disonancia con la realidad y lo escrito en los documentos, cambios en la manera que se dan las lecciones y en la malla curricular en el contexto internacional (MEP, 2012) y a una actualización de las necesidades nacionales y globales, el Ministerio de Educación Pública decide implementar una serie de cambios en los programas de estudio de matemática, pero no solo en cuanto a contenidos, al enfoque, metodología y técnicas utilizadas.

Salas, citado por el Programa Estado de la Nación (2011), ya anticipaba estas modificaciones:

Es necesario desarrollar capacidades, valores y actitudes que permitan a los alumnos hacer frente a las distintas situaciones, tomar decisiones utilizando la información disponible y resolver problemas. Lo anterior solo es factible si se asume el reto de buscar nuevos modelos para la enseñanza de las Matemáticas, en los que estrategias como la resolución de problemas y la modelización sean los ejes primordiales para la construcción de los conceptos matemáticos. Este modo de trabajar es el que se tiene que adoptar en las escuelas del país. (p. 134)

Incluso, recientemente, se realizó un cambio en la evaluación de los aprendizajes, ya que, para el ciclo lectivo 2018 el porcentaje de la nota dedicado a los exámenes disminuyó y se aumentó el de trabajo cotidiano, además se cambió el rubro de trabajo extra-clase por el de tareas y se eliminó el apartado de concepto como rubro de evaluación (Decreto N°40862-MEP, 2018).

Para facilitar el cambio de metodología y de los programas de estudio, se concretaron diversas capacitaciones enfocadas a una actualización masiva de los docentes, las cuales procuraron enfatizar en “la participación activa de los estudiantes en la resolución de problemas asociados a su propio entorno, el entorno físico, social, cultural (...) o problemas que puedan ser fácilmente imaginados por las y los estudiantes” (MEP, 2012, p. 11), aspecto esencial de la modelización matemática.

A partir del 2012 se ejecuta la reforma de los programas en matemática para la Educación General Básica y la Educación Diversificada, en los cuales se deja de lado la centralización en los contenidos y en contraparte, se le da un enfoque primario a competencias matemáticas y desarrollo de habilidades, centrados en la resolución de problemas donde “la modelización siempre aparecerá de manera integrada al proceso Plantear y resolver problemas” (MEP, 2012, p. 31). Es debido a esto que la modelización matemática empieza a discutirse como una herramienta para la enseñanza y aprendizaje en las aulas costarricenses.

En este sentido se busca un aprendizaje significativo y no solamente una repetición mecánica de los ejercicios realizados en la clase, es decir, que el estudiante sea capaz de

representar; razonar y argumentar; comunicar o conectar; todo esto como procesos para lograr las habilidades matemáticas propuestas y así un mejor dominio de la teoría y los teoremas; consecuente el mismo programa hace la salvedad de no mecanizar la resolución de problemas ya que el fin es despertar un mayor interés y establecer creencias positivas entre el estudiantado (MEP, 2012).

En el 2015 la viceministra del MEP Alicia Vargas, en una entrevista recalca:

La reforma de matemática que inició hace varios años ya concluye su etapa final, incorporando a toda la población estudiantil este próximo año, por lo tanto el bachillerato que se enfrente el próximo año ya va tener completamente los cambios respectivos. (Noticias Repretel, 2015, 0m 28s)

Siendo así en el 2016 el primer año que las pruebas nacionales evaluaron las competencias y habilidades planteadas en los actuales programas de estudio de matemática, luego de cinco años de su implementación. Sin embargo, tal y como se señala en la *Tabla 1*, durante el 2016 y 2017, la asignatura de matemática no muestra una mejoría significativa en comparación con los años anteriores. Estos resultados pueden responder a múltiples factores, entre ellos a una resistencia por parte de los docentes a cambiar sus estrategias de mediación en el aula, tal y como lo establece el Programa Estado de la Nación (2017): “las metodologías empleadas por los profesores son tradicionales, poco participativas y centradas en el educador, pese a que el nuevo programa de matemáticas del MEP insta a aplicar métodos de construcción conjunta del conocimiento” (p. 320).

Incluso, en el ámbito internacional, como el caso de Colombia, se comprueba que la práctica no responde necesariamente a lo expuesto en la teoría:

Queda en evidencia que algunos programas de formación de profesores que centran sus esfuerzos en la presentación de elementos teóricos, lo cual puede promover una apropiación retórica de dichos elementos, sin que necesariamente trasciendan a la transformación de la práctica del profesor en las aulas escolares. (Villa-Ochoa et al., 2009, p. 1450)

Otros autores internacionales, chilenos y colombianos, como Solar et al. (2014), confirman esta problemática:

Cada día son más los países que están orientando el currículo escolar basados en un enfoque por competencias. De hecho, mediciones estandarizadas internacionales como pisa (OCDE, 2013) hacen que muchos desarrolladores curriculares las consideren para el establecimiento de las metas de aprendizaje matemático en la escuela. Sin embargo, su aplicación real en el aula y en la formación del profesorado aún no es clara para los maestros que deben implementarla. (p.34)

Este proyecto investigativo se centra en la interpretación del educador del concepto de modelización matemática, para conocer la apropiación del mismo como base de su labor docente. Si se desea una educación completa, integral, que cumpla con estándares internacionales, que involucre a todos los participantes sin ningún tipo de exclusión y promueva una mayor participación estudiantil en su deber cívico, es necesario utilizar la modelización como metodología en las aulas (Villa-Ochoa et al., 2009). En este contexto y ante los cambios curriculares que propone el MEP, entre ellos una metodología por resolución de problemas y contextualización activa, que acuden necesariamente a procesos de modelización en el aula, queda la interrogante si los docentes han comprendido en su amplitud los cambios y reformas que establece este plan de estudios.

1.5. Objetivos de la Investigación

La investigación cuenta con un objetivo general, del cual se derivan cuatro objetivos específicos.

1.5.1. Objetivo General.

Contrastar las concepciones que tienen los docentes de la educación secundaria de la modalidad académica diurna pública, del Circuito 07 de la Dirección Regional de Educación de Heredia, respecto a la modelización matemática, como proceso matemático y como estrategia metodológica, con los lineamientos que establece los programas de estudio de matemáticas del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

1.5.2. Objetivos Específicos.

- 1) Determinar la concepción de modelización matemática que se establece en los programas de estudio de matemáticas del Ministerio de Educación Pública, con base en tendencias internacionales sobre la modelización matemática y su ciclo pedagógico.

- 2) Caracterizar las concepciones que tienen los docentes de educación secundaria de la modalidad académica del Circuito 07 de la Dirección Regional de Educación de Heredia, sobre modelización matemática como proceso matemático.
- 3) Caracterizar las concepciones que tienen los docentes de educación secundaria de la modalidad académica del Circuito 07 de la Dirección Regional de Educación de Heredia, sobre modelización matemática como estrategia metodológica.
- 4) Establecer semejanzas y diferencias entre las concepciones que plantea los programas de estudio y lo que los docentes conciben, sobre modelización matemática como proceso matemático y como estrategia metodológica.

1.6. Antecedentes

La modelización matemática ha sido de interés por investigaciones en Educación Matemática. Esto se evidencia en la existencia de grupos de discusión alrededor de este tema en los principales congresos de Educación Matemática a nivel mundial, así como de revistas internacionales especializadas en esta temática.

Para esta investigación fueron consultados estudios recientes tanto del ámbito nacional como internacional, entendiendo por nacional aquellas investigaciones que fueron realizadas por universidades o centros de investigación ubicadas en Costa Rica, mientras que las investigaciones internacionales corresponden a aquellas que se hayan realizado fuera de este país.

1.6.1. Investigaciones Nacionales

Porras-Lizano y Fonseca-Castro (2015) durante la transición de los programas de estudio de matemáticas para la educación primaria y secundaria de Costa Rica, realizaron un estudio denominado “Aplicación de actividades de modelización matemática en la educación secundaria costarricense”. La investigación se desarrolló en un colegio público diurno de la provincia de San José, haciendo uso de la modelización matemática en el tema de proporciones y semejanzas, para analizar el impacto de esta estrategia metodológica en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Porras-Lizano y Fonseca-Castro (2015) destacan la confusión que comúnmente se manifiestan entre los profesores de matemática, al confundir la resolución de problemas

con actividades como el solucionar ejercicios o problemas de contexto, siendo estos últimos un ejercicio rutinario. Para lograr una mejor distinción, las autoras plantean que las actividades de modelización matemática deben cumplir con seis principios: “(1) el de significado personal, (2) el de construcción del modelo, (3) el de autoevaluación, (4) el de documentación, (5) el de prototipo simple, y (6) el de generalización del modelo” (Porras-Lizano y Fonseca-Castro, 2015, p. 45).

La investigación tiene un paradigma naturalista, en la cual participó un grupo de octavo año integrado por 29 estudiantes de un colegio académico diurno de la zona de Desamparados de San José, Costa Rica; y la profesora en un papel de docente-investigadora. Para la recolección de información, se optó por la observación participante en la interpretación de las actividades de modelización matemática realizadas y un cuestionario con preguntas abiertas para obtener la percepción del grupo de estudiantes, esto para fortalecer los resultados obtenidos en las observaciones.

En cuanto a las conclusiones de este trabajo, se rescata que las actividades de modelización matemática favorecen, en los estudiantes, el establecimiento de relaciones entre conceptos matemáticos, conocimientos previos y estrategias de resolución de problemas. De igual forma, apoyó el trabajo en equipo entre estudiantes, lo cual estimuló a la construcción de su conocimiento en forma activa. Además, la propuesta generó un cambio de conducta positivo por parte de los grupos, se observó interés y motivación en las actividades aplicadas (Porras-Lizano y Fonseca-Castro, 2015).

Los aspectos rescatados de esta investigación, corresponden al análisis de la percepción de los estudiantes con respecto a la modelización matemática, además de la relación existente entre las actividades de modelización planteadas por las autoras con las fases de modelización matemática estudiadas en el Marco Teórico de esta investigación.

También cabe en consideración lo planteado por Porrás-Lizano y Fonseca-Castro (2015) con respecto a la confusión que presentan los docentes de la resolución de problemas como actividades de ejercicios en contexto.

Por otra parte, Porrás (2013) presenta una tesis titulada “Modelación matemática: Recurso de mediación pedagógica para el aprendizaje geométrico en el tema de semejanza, en

octavo año de secundaria”, correspondiente a un análisis del impacto en el aprendizaje de estudiantes al utilizar la modelización matemática como estrategia metodológica.

Los propósitos de dicha investigación están enfocados en el análisis de la modelización matemática en los programas de estudios de matemática del MEP del 2005, para secundaria; las metodologías afines y los recursos al utilizar la modelización matemática; el diseño de actividades didácticas con respecto al tópico de semejanza, el análisis de imágenes de comprensión matemática a partir de la implementación de la modelización matemática y la percepción de los estudiantes al utilizar la modelización matemática como alternativa en comprensión de la geometría en la unidad de semejanza.

En la educación matemática costarricense, explica Porras (2013), “existe poca evidencia de aplicabilidad de los conceptos estudiados a situaciones de la vida cotidiana” (p. 2). Además, que una actitud negativa y poco interés por parte de los estudiantes provoca incertidumbre en como desempeñar la labor docente en esta asignatura.

Centrando esta discusión en el área de la geometría, resalta que el conocimiento se enseña como un producto terminado, direccionando a una metodología tradicionalista mediante la memorización y construcciones mecánicas (Porras, 2013). Omitiendo de esta manera razonamientos geométricos y procesos de construcción contextualizados.

La investigación de Porras (2013) posee un paradigma naturalista de tipo cualitativo a partir del estudio de casos, donde los participantes fueron 29 estudiantes de octavo año de un colegio académico diurno en la provincia de San José.

Requirió de un análisis documental aplicado a los programas de estudios de matemática del MEP con respecto a la modelización matemática, la observación participante dado su papel de Docente-Investigadora, un cuestionario con preguntas abiertas diseñado para determinar la percepción de los estudiantes acerca de las actividades de modelización matemática y la entrevista clínica para ser utilizada posterior a la implementación de la modelización matemática.

Porras (2013) afirma que se debe de llevar a cabo actividades de modelización matemática en el aula, tal como lo plantea los Programas de Estudio de Matemática para III Ciclo de Ministerio de Educación Pública. Además, según Porras (2013):

Las actividades propuestas en este proceso de investigación fueron espacios que permitieron a los estudiantes construir su conocimiento geométrico a través de experiencias concretas relacionadas con su vida diaria y contribuyeron a visualizar la utilidad e integralidad de la matemática, lo que propició un ambiente agradable para el aprendizaje de los participantes. (pp. 123-124)

Por otro lado, Porras (2013) señala que en “las actividades de modelación matemática hubo grupos que no solo presentaron una posible solución al problema, sino que también permitieron a otros grupos reflexionar acerca de si la solución que propusieron era adecuada” (p. 125). De esta manera fomentando una actitud crítica en los estudiantes e incentivando la construcción del conocimiento geométrico, también que a partir de estas experiencias los estudiantes, en forma general, fueron trabajando con mayor rapidez y concentración que al inicio del estudio.

Además, Porras (2013) observó que:

Los grupos dieron ejemplos, cuya solución podría poseer un razonamiento similar al utilizado en los problemas propuestos de semejanza; en lo cual se observó que el concepto matemático empleado en las actividades de modelación matemática puede ser adaptado fácilmente para usarse en una gran diversidad de situaciones, lo que generalizó el modelo matemático propuesto en la actividad. (p. 126)

Menciona Porras (2013), que mediante la modelización matemática se crean estrategias al momento de trabajar con problemas en situaciones de la vida cotidiana de los estudiantes creando destrezas y habilidades que contribuyen tanto al futuro académico como al ámbito personal de ellos.

Por lo cual, se considera pertinente resaltar que uno de los objetivos de esta investigación comparte parcialmente los propósitos de Porras (2013), con respecto a la presencia de la modelización matemática en los programas de estudio de matemáticas del MEP y el análisis documental implicado en el proceso. Porras (2013) encuentra incongruencias en los distintos apartados de los programas de estudio de matemática, por ejemplo, entre los objetivos, contenidos y aprendizajes por evaluar; y la parte de valores y actitudes. Igualmente, encuentra contradicciones entre los ejemplos propuestos y los fundamentos de los programas de estudio de matemática.

Además dentro de las conclusiones, la autora muestra evidencias de características de las competencias del docente en modelización matemáticas, las cuales son parte del marco teórico presentado más adelante en esta investigación.

1.6.2. Investigaciones Internacionales

Ávila y Pasek (2013) realizaron su investigación en la Universidad de los Andes titulada “Concepciones de la educación para el trabajo desde los docentes”, un estudio de las concepciones con respecto a la educación para el trabajo de los docentes del Liceo Antonio Nicolás Briseño del estado de Trujillo (Venezuela).

En el currículo de este país “el área Educación para el Trabajo fue concebida para capacitar a los estudiantes de educación básica en un oficio manual, artesanal y servicio” (Ávila y Pasek, 2013, p. 275). Por lo cual los docentes enfocan su práctica a desarrollar destrezas y habilidades en ámbitos científicos, tecnológicos y sociales, fomentando mediante la enseñanza las prácticas vocacionales en el salón de clase.

La investigación de estos autores posee un paradigma fenomenológico interpretativo tipo cualitativa-etnográfica, con la participación de seis docentes en el área de Educación para el Trabajo a los cuales se aplicó la observación directa y entrevistas a profundidad –utilizando entrevista semi-estructurada–. Realizando un análisis de datos a partir de la categorización y el análisis de patrones evidenciados, verificando resultados mediante la triangulación.

Ávila y Pasek (2013) expresan que “los docentes en su mayoría manifiestan poseer una concepción académica de la educación para el trabajo, igualmente, existe un predominio de la aplicación de la teoría conductista en el proceso de enseñanza-aprendizaje” (p. 280). Además que los docentes poseen la concepción de la educación para el trabajo como una materia con una estructura curricular obsoleta, contradiciendo los documentos curriculares en la educación de este país.

También, Ávila y Pasek (2013) mencionan en sus conclusiones que:

La concepción de educación para el trabajo como materia relacionada con el proceso enseñanza-aprendizaje implica una visión conductista, tradicional de la educación que data de los años cuarenta y cincuenta del siglo pasado. (...) Se visualiza el área de educación para el trabajo en términos de una disciplina que se

debe enseñar/transmitir, por lo que se enseñan contenidos teóricos correspondiente con un modelo educativo tradicional, pero contrario al actual sistema educativo. (p. 283)

Ávila y Pasek (2013) en su investigación realizan relaciones entre las concepciones que poseen los docentes contrarrestándolas con los documentos oficiales de los entes educacionales de su país, característica que interseca con los objetivos de esta investigación. Por otra parte, en las conclusiones que hacen referencia a que los docentes poseen concepciones fuertemente relacionadas a modelos educativos anteriores, situación es una de las posibilidades que se podrían evidenciar durante el desarrollo de esta investigación.

También se debe mencionar que el paradigma investigativo, el tipo de investigación y herramientas de recolección de datos como la entrevista semi-estructurada corresponden a consideraciones tomadas para la metodología que se presentará más adelante, además de las estrategias de análisis de la información.

Chavarría (2018) realiza una investigación titulada “La contextualización en el programa de matemática del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica”, en la Universidad de Granada (España), un estudio con la intención de analizar la contextualización activa de los problemas propuestos en los programas de estudio de matemáticas.

El objetivo planteado conlleva al análisis de las indicaciones puntuales del documento mencionado, específicamente en el tercer ciclo de la Educación General Básica con respecto a la contextualización, para esto el autor plantea objetivos describiendo la concepción teoría de este concepto, además de una búsqueda de evidencias de contextualización en los problemas introductorios en el apartado analizado y contrastar la información obtenida.

Menciona Chavarría (2018) que:

A pesar de que el Programa de Estudios del MEP (2012), a través de los indicaciones puntuales del currículo, proporciona unas propuestas de cómo abordar los conocimientos matemáticos, mediante problemas introductorios donde se incluyen aspectos de la historia, la contextualización y la tecnología; no se ha realizado una revisión de las tareas propuestas, con el fin de comprobar si responden

precisamente a posibles experiencias de la vida y cultura del estudiante costarricense y si tienen coherencia con el enfoque teórico de la contextualización activa, explicada en los propios fundamentos del currículo. (p. 3)

Añadido a esto existe la suposición, por parte de docentes, de la poca relación entre los fundamentos teóricos y las indicaciones puntuales de los programas de estudio de matemáticas propuestos por el MEP (Chavarría, 2018).

La investigación de Chavarría (2018) es de tipo cualitativa, realizando un análisis de contenido a las indicaciones puntuales de los programas de estudio de matemáticas el MEP, con categorías como: proveniencia del entorno, contextualización significativa, contexto de aula, historia, fenomenología, contexto costarricense y relevancia del contexto.

El proceso metodológico del autor se divide en tres fases iniciando por una revisión bibliográfica de los programas de estudio de matemáticas del MEP, una segunda fase que conlleva la identificación del concepto de contextualización en dicho documento y la tercera fase implica el análisis de contenido de las indicaciones puntuales a partir de las categorías planteadas desde la perspectiva de las etnomatemáticas.

Algunas de las conclusiones propuestas por Chavarría (2018) son:

A pesar de que se promueve un currículo más cercano al estudiante, que considere su entorno, no hay presencia de problemas que respondan a la realidad de un alumno de zonas rurales ni indígenas. (...)

Los contextos de los problemas deben propiciar el desarrollo de competencias matemáticas, que permitan la construcción de capacidades ciudadanas esenciales para el progreso de la nación (MEP, 2012, p. 18). Sin embargo, muy pocas situaciones fueron contextualizadas en Costa Rica. La mayoría de contextos públicos eran ajenos a la realidad costarricense. (p. 53)

Los aportes que se obtienen de la investigación de Chavarría (2018) corresponden, a una respuesta parcial –resultados a consideración– y una línea metodológica para la solución de uno de los objetivos planteados de esta investigación. Por otra parte la categorización realizada por este autor, comparte similitudes con la caracterización de las competencias

matemáticas de los docentes y la selección de problemas con respecto a la modelización – sesiones del marco teórico de esta investigación–.

En Colombia González y López (2014) presentan una investigación en la Universidad de Antioquia con el nombre de “Reflexiones docentes a partir de actividades de modelización matemática”, enfocado en la descripción de educadoras desde una perspectiva crítica.

En la investigación se emplearon técnicas de recolección de datos como: entrevistas no estructuradas, observación participante, diario de campo, entrevista estructurada y cuestionarios. Además, se realizó una organización en categorías tales como ámbito personal y ámbito profesional. Algunas de las sub categorías trabajadas son el contexto en la configuración del modelo, visión de las matemáticas, enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, formación docente y modelación matemática.

Entre las conclusiones que realizan González y López (2014) nos mencionan que la modelización matemática además de fomentar un trabajo contextualizado para el estudiante y brindarle una aproximación a la realidad, “potencializa a la matemática como herramienta para que estos se desenvuelvan en forma efectiva, conscientes, responsable, razonada y crítica en su diario vivir” (p. 197).

Además las investigadoras añaden que durante el proceso realizado:

Las docentes hablan de la importancia que tienen las matemáticas para los estudiantes pues estas le ayudaran a desenvolverse en las situaciones que se les presente, (...) deben ser aprendidas desde el contexto para ser aplicadas por los estudiantes en sus realidades concretas. (González y López, 2014, p. 198)

La investigación de estas autoras brinda una proximidad de la perspectiva que puede poseer un docente con respecto a la modelización matemática y la importancia de la utilización como alternativa metodológica en los salones de clase. Además, se evidencia en las conclusiones características del concepto trabajado, realizando una coincidencia con aspectos que se trabajarán en el marco teórico de esta investigación.

A partir de la búsqueda realizada para este apartado, se muestra las investigaciones con respecto a las “concepciones docentes” y “modelización matemática”, donde se determinó poca evidencia de estudios que realicen una intersección de estos conceptos, por lo que

desde esta línea de trabajo parece ser una investigación novedosa. Sin embargo, podemos destacar la investigación de Correa et al. (2015), titulada: “Concepciones de formadores de profesores sobre la modelación matemática y la relación con sus prácticas de enseñanza”.

Dicha investigación es realizada con dos formadores de profesores (profesores universitarios, con experiencia en secundaria) aplicando entrevistas, cuestionarios y observando sus clases (geometría euclidiana e introducción al cálculo).

En cuanto a lo que Correa et al. (2015) pretendían con esta investigación, lo resumen de la siguiente manera:

Nos hemos dedicado a analizar los objetivos, los tipos de problemas y las dinámicas de clase, en las prácticas cotidianas de dos formadores de profesores, para encontrar puntos de encuentro y desencuentro con respecto a las perspectivas de la modelación identificadas en la literatura internacional. (párr. 5)

Correa et al. (2015) establecieron tres fases para la metodología de su investigación. Primeramente, analizaron documentos oficiales como el programa académico de “Licenciatura en matemáticas y física” de la Universidad de Antioquia (Colombia), así como los programas de estudio de cada asignatura. En segundo lugar, realizaron observaciones de algunos cursos universitarios, así mismo realizaron algunas entrevistas a estudiantes. Por último, la tercera fase, consistió en las entrevistas a los docentes de los cursos, así como un cuestionario abierto.

Entre las concepciones de los docentes sobre la modelización matemática determinadas en la investigación de Correa et al. (2015), un docente de los entrevistados afirma que:

Se centra en el proceso de construcción de un modelo que atiende al cambio de lenguaje cotidiano y matemático o entre diversas representaciones (gráficas, tabulares, algebraicas) (...) y no tanto para la interpretación de dichos modelos a la luz de una situación cotidiana. (párr. 25)

Además, Correa et al. (2015) aseguran que a los docentes no les es tan sencillo encontrar conexiones entre la matemática y la vida cotidiana, que esto depende mucho del área matemática en la que se trabaje. Junto a esto, se determinó que ninguno de los dos docentes

incluyó la validación del modelo matemático como parte del proceso de la modelización matemática.

Por otro lado, Correa et al. (2015) llegan a la conclusión que en el cambio de metodología en la enseñanza matemática –en busca de la modelización matemática– unos de los principales actores son los profesores universitarios, ya que deben ofrecer oportunidades a los futuros profesores para aplicar los conocimientos matemáticos en la cotidianidad y así experimentar de primera mano la modelización matemática.

De forma general, se puede observar como a nivel internacional, incluyendo Latinoamérica, se han realizado una serie de investigaciones relacionadas a la modelización matemática, pero no así en el ámbito nacional, siendo un tema con mucho por explorar e investigar para nuestro sistema educativo.

2. Capítulo II. Marco Teórico

Esta investigación se centra en las concepciones sobre modelización matemática, de manera que en este apartado se delimitan y aclaran conceptos en torno las concepciones, a partir de diferentes interpretaciones, como a la modelización matemática, sus fases, ciclos, competencias y criterios.

2.1. Concepciones

En el diccionario de la Real Academia Española en su versión electrónica indica que concepción es “acción y efecto de concebir” (RAE, 2018b), donde esta misma fuente presenta las siguientes definiciones relevantes ante el término concebir: “formar una idea o un designio en la mente; formar la idea de algo en la mente; comprender algo, encontrarle justificación” (RAE, 2018a).

Las ideas de Ponte (1999) señalan que “las concepciones aparecen como otra estructura importante para describir el pensamiento humano, y el término fue usado por Piaget en el título de algunos de sus influyentes estudios psicológicos” (pp. 1-2). Por otro lado Ponte (como se citó en Ponte, 1999) dice que “éstas pueden verse como un substrato conceptual que juega un papel importante en pensamiento y acción, proporcionando puntos de vista del mundo y a modo de organizadores de conceptos” (p. 2).

Una de las principales observaciones que es necesario clarificar en cuanto a estos conceptos, es que existen autores que señalan diferencias entre las creencias y concepciones y otros que lo asumen como si fueran sinónimos. Por ejemplo, Thompson, citado por Donoso et al. (2016), y por Mora y Barrantes (2008), es uno de los principales exponentes de que ambos conceptos pueden ser tomados indistintamente. Por otro lado, estos mismos autores coinciden en que Ponte, es uno de los escritores más sobresalientes en hacer una distinción de los términos.

Mora y Barrantes (2008) establecen una definición para creencias:

Las creencias son ideas poco elaboradas, generales o específicas, que forman parte del conocimiento que posee la persona (docente, estudiante) e influyen de manera directa en su desempeño. Las creencias inciden, de manera decisiva, en todo lo que se supone el proceso de enseñanza aprendizaje. Por otra parte, debe considerarse

que las personas no siempre están conscientes de sus creencias; además, éstas pueden cambiar con el tiempo, debido a diversas causas. (p. 73)

Siguiendo esto, Flores (1998) resalta la diferencia que para él tiene las creencias y concepciones:

Empleo conocimiento para referirme a un gran campo de conceptos, imágenes y habilidades inteligentes poseídas por los seres humanos. Creencias son las "verdades" personales indiscutibles llevadas por cada uno, derivadas de la experiencia o de la fantasía, teniendo una fuerte componente evaluativa y afectiva (Pajares, 1992). Concepciones son los marcos organizadores implícitos de conceptos, con una naturaleza esencialmente cognitiva. Ambos, creencias y concepciones forman parte del conocimiento. Las concepciones, como marcos organizativos implícitos condicionan la forma en que afrontamos las tareas, frecuentemente por vías que otros encuentran menos apropiadas. (p. 32)

Bajo esta misma línea, los autores Donoso et al. (2016) definen que las creencias ponen de manifiesto verdades consideradas en algún ámbito, y las concepciones constituyen una noción más amplia que abarca significados, conceptos, proposiciones, reglas e imágenes mentales.

Es importante tomar en cuenta que para esta investigación se consideran las creencias y las concepciones de manera distinta, por lo tanto, se seguirá la caracterización de Ponte (1999), quien resalta las palabras de Thompson, el cual afirma que la concepción es “una estructura mental general, abarcando creencias, los significados, conceptos, las proposiciones, reglas, las imágenes mentales, preferencias, y gustos” (p. 2). Definición que se tomará como posicionamiento conceptual y referencia para entender y delimitar las concepciones en este trabajo investigativo.

2.1.1. Concepción Docente

Con respecto a los profesores, en la investigación de García et al. (2006) describen que:

Las concepciones del profesor, basamos nuestra definición en Thompson (1992), Flores (1998), Moreno (2000) y Ponte (1999): consisten en la estructura que cada profesor de matemáticas da a sus conocimientos para posteriormente enseñarlos o transmitirlos a sus estudiantes.

Algunas características de las concepciones del profesor son:

Forman parte del conocimiento.

Producto del entendimiento.

Actúan como filtros en la toma de decisiones.

Influyen en los procesos de razonamiento (p. 88).

La formación de las concepciones es un proceso que se realiza de manera individual y social en forma simultánea (Ponte, 1992). Con base en sus ideas, las concepciones hacia la matemática se construyen con las influencias, las experiencias y las representaciones sociales, por lo cual los docentes son responsables de la organización del aprendizaje de sus alumnos. Indudablemente las concepciones de cada docente marcarán y guiarán significativamente su labor profesional.

Siguiendo la línea de que las concepciones están, además, constituidas por creencias, Flores (1998) señala que "...basado en el pensamiento del profesor, se considera, pues, que la conducta cognitiva del profesor está guiada por el sistema personal de creencias y valores, que le confieren sentido a dicha conducta" (p. 16).

Es por ello que las concepciones de los docentes son de amplia importancia para esta investigación, ya que ayudará a comprender de mejor forma cómo se lleva a cabo el proceso de enseñanza. Incluso, desde etapas de formación de profesores, debería de considerarse las concepciones. "Las creencias y concepciones de los profesores se constituyen, pues, en aspectos centrales de la formación de profesores" (Flores, 1998, p. 17).

Por lo tanto, las concepciones docentes consisten en la organización que los profesores le dan a sus conocimientos, entendimiento y experiencias, la cual determinará sus procesos de enseñanza y de razonamiento de sus estudiantes.

2.2. Modelización Matemática

Una de las riquezas del idioma español radica en la multiplicidad de significados para determinados conceptos. Tal es el caso de modelización, modelación e incluso modelaje; estos dentro de un contexto educativo y matemático.

Para una mejor comprensión de la modelización matemática, es necesario conocer el concepto de modelo científico, para luego definirlo dentro del ámbito educativo, como modelo matemático.

En la literatura se pueden encontrar distintas definiciones de modelo según la especialidad de estudio y el campo en que se trabaje. Badiu (citado por Mesa y Villa-Ochoa, 2011, p. 7) define un modelo científico como “un cuerpo de enunciados gracias al cual esa convergencia histórica se ha visto integrada en un discurso único”. Estos mismos investigadores hacen una aclaración importante para comprender el concepto de modelo:

Suele confundirse que el Modelo es la replicación de la realidad con la idea de la actividad científica del Hombre frente con los objetos que han sido creados por él, como las matemáticas, por lo tanto, como ya se había mencionado, el modelo es una idealización de esa realidad. (Mesa y Villa-Ochoa, 2011, p. 8)

La real academia española define, de otra forma, el modelo como: “esquema teórico, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad compleja, como la evolución económica de un país, que se elabora para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento” (RAE, 2018d). Se puede observar que esta definición se acerca al ámbito matemático.

Contextualizando el modelo en la matemática, Giordano, Weir y Fox (citados por Villa, 2007), definen el “modelo matemático” como: “una construcción matemática dirigida a estudiar un sistema o fenómeno particular del “mundo-real”. Este modelo puede incluir gráficas, símbolos, simulaciones y construcciones experimentales” (p. 66).

Salett-Biembengut y Hein (2004) ofrecen otra definición para modelo matemático: “Un Modelo Matemático de un fenómeno o situación problema es un conjunto de símbolos y de relaciones matemáticas que representa, de alguna manera, el fenómeno en cuestión” (p. 106).

Para esta investigación se ha optado la posición de Mesa (2013), definiendo modelo –desde una postura matemática– como “una transformación de una “realidad” en lenguaje matemático” (p. 41). Salett-Biembengut y Hein (1999), añaden a esta definición que “un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que traducen, de alguna manera, un

fenómeno en cuestión o problema de situación real, lo denominamos Modelo Matemático” (p. 120).

Además de esta definición, Salett-Biembengut y Hein (1999) aclaran este concepto de la siguiente manera:

Un modelo puede ser formulado en términos familiares, tales como: expresiones numéricas o fórmulas, diagramas, gráficos o representaciones geométricas, ecuaciones algebraicas, tablas, programas computacionales, etcétera (...) éste proviene de aproximaciones realizadas para poder entender mejor un fenómeno, sin embargo, no siempre tales aproximaciones están de acuerdo con la realidad. (p. 120)

Salett-Biembengut y Hein (1999) indican que el proceso para obtener dicho modelo matemático se conoce como Modelaje Matemático donde se vincula la situación real y la matemática, los cuales son conjuntos disjuntos. El modelaje matemático involucra las siguientes etapas:

1) Interacción con el asunto

(i) reconocimiento de la situación problema;

(ii) familiarización con el asunto a ser modelado (investigación);

2) Construcción matemática

(i) formulación del problema (hipótesis);

(ii) resolución del problema en términos del modelo;

3) Modelo matemático

(i) interpretación de la solución (convalidación). (p. 121)

A partir de las etapas antes mencionadas, se puede concluir que el modelo matemático es el producto del modelaje matemático. Sin embargo, otros autores proponen que un modelo matemático es el desenlace de la modelización matemática; por lo cual, para esta investigación se considera modelaje como un sinónimo de modelización.

Blomhøj y Højgaard Jensen, citados en Blomhøj (2008), definen el proceso de modelización y como este surge al realizar un modelo matemático:

En principio, existe un proceso de modelización detrás de todo modelo matemático. Esto significa que alguien de manera implícita o explícita ha recorrido un proceso de establecer una relación entre alguna idea matemática y una situación real. En otras palabras, con el fin de crear y usar un modelo matemático es necesario, en principio, recorrer todo el camino de un proceso de modelización. (p. 26)

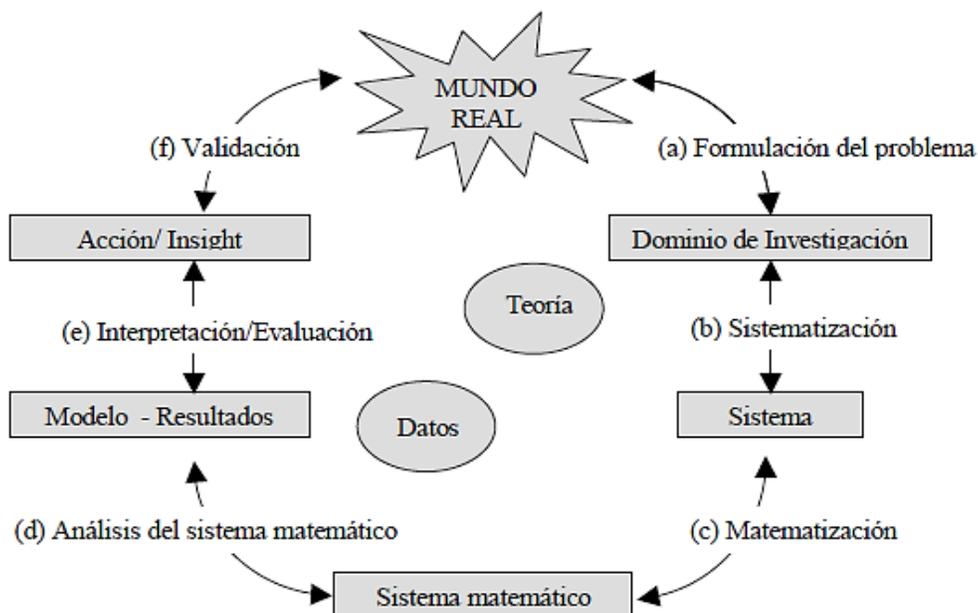
Es decir, el modelo matemático es “una relación entre ciertos objetos matemáticos y sus conexiones por un lado, y por el otro, una situación o fenómeno de naturaleza no matemática” (Blomhøj, 2008, p. 21). Y es detrás de esta relación que se establece la modelización como todo un proceso, que como tal, conlleva distintos sub-procesos; a saber:

- (a) Formulación del problema: formulación de una tarea (más o menos explícita) que guíe la identificación de las características de la realidad percibida que será modelizada.
- (b) Sistematización: selección de los objetos relevantes, relaciones, etc. del dominio de investigación resultante e idealización de las mismas para hacer posible una representación matemática.
- (c) Traducción de esos objetos y relaciones al lenguaje matemático.
- (d) Uso de métodos matemáticos para arribar a resultados matemáticos y conclusiones.
- (e) Interpretación de los resultados y conclusiones considerando el dominio de investigación inicial.
- (f) Evaluación de la validez del modelo por comparación con datos (observados o predichos) y/o con el conocimiento teórico o por experiencia personal o compartida. (Blomhøj, 2008, p. 23)

Cabe destacar que para Blomhøj (2008), el proceso de modelización no debe ser entendido como un proceso lineal, si no como un proceso cíclico. Y este proceso está completo si se llevan todos estos sub-procesos hasta la vida real, o bien –por su naturaleza cíclica–, este es el punto de partida. La *Figura 2* muestra este proceso cíclico:

Figura 2.

Un modelo gráfico de un proceso de modelización.



Nota: Referencia en Blomhøj (2008, p. 24).

Villa (2007), hace una diferenciación entre la modelización como herramienta científica y la modelización como herramienta de clase dentro del área matemática. La diferencia radica en que, para el primer caso, el modelo se construye para avanzar en el campo científico o una de sus teorías, bajo contextos que son aún no intervenidos, o bien, tratados de una manera distinta en un determinado campo científico. Mientras que para la modelización como herramienta de clase el modelo se utiliza con el fin de crear conocimiento matemático e interés en su aplicación para la solución de un problema –esto en un contexto ya conocido por los estudiantes– ya que debe ser previamente abordado por el docente y así evaluar su validez dentro del proceso educativo (Villa, 2007).

En cuanto a modelización se refiere:

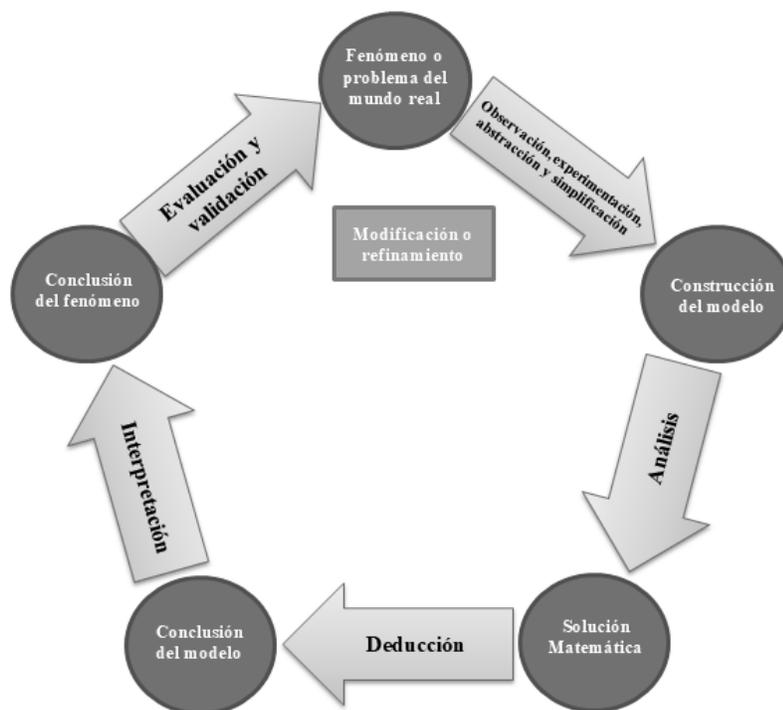
La modelización puede ser considerada como herramienta de representación de situaciones o fenómenos del “mundo real”, el cual se convierte en el sistema objeto de estudio (...) Desde esa perspectiva, la modelización matemática se considera como un ciclo que, de acuerdo con Berry, J., & Davies, A., (1996) citado en Crouch, R. & Haines, C, (2004, p. 198), se desarrolla a través de unas etapas; ellas son: la declaración del problema en el mundo real; formulación de un modelo;

solución matemática; interpretación de los resultados; evaluación de la solución; refinamiento del modelo y [nuevamente] la declaración del problema en el mundo real. (Villa, 2007, p. 67)

Villa (2007) ofrece, además, la *Figura 3* para comprender mejor el ciclo de la modelización:

Figura 3.

Esquema que ilustra los momentos del proceso de modelización.



Nota: Referencia en Villa (2007, p. 68).

En este punto se hace una diferenciación entre modelización y modelación. “En este sentido, se entiende por modelación matemática la actividad que se realiza en la clase de matemáticas cuya naturaleza se deriva de la actividad científica de la modelización matemática” (Villa, 2007, p. 70). Es por esto que se entiende la modelación como la modelización aplicada en el proceso de enseñanza-aprendizaje; o según el planteamiento de Villa (2007) la modelación no es un simple derivado de la modelización, es la modelización con un significado completamente nuevo, enfocado en la educación.

Sin embargo, a manera de síntesis y para efectos de este trabajo, en esta investigación no se realizará ninguna diferencia entre los términos modelaje y modelización, ni tampoco entre

estos términos y la modelación. Con base en las palabras de Villa, quien efectuó dicha diferenciación, en la actualidad, no considera importante hacer la divergencia entre estos conceptos, (A. Villa, comunicación personal, 23 de junio de 2018).

2.2.1. Ciclos de la Modelización

Borromeo (2006) define los siguientes aspectos o fases de la modelización matemática: situación real (SR); situación modelo (SM); representación mental de la situación (MRS); modelo real (RM) y modelo matemático (MM). Donde se aclara que la situación modelo y la representación mental de la situación se usan como sinónimos.

Sobre estas fases, Guerrero-Ortiz y Mena-Lorca (2015), describen:

La *Situación Real* (RS), representa la situación dada en el problema, puede ser una imagen o un texto. (...)

La *Representación Mental de la Situación* (MRS) en cada individuo puede ser diferente, dependiendo de su estilo de pensamiento, por ejemplo, puede ser visual en relación con la experiencia; o la atención puede centrarse en datos numéricos y relaciones dadas en el problema, depende de las asociaciones que el individuo elija mientras comprende la tarea. (...)

La fase de *Modelo Real* (RM) está fuertemente relacionada con la fase de MRS, debido a que el RM es prácticamente construido a nivel interno y las representaciones externas representan al Modelo Real dependiente de las declaraciones que el individuo hace al externalizar el modelo. (...)

La fase de *Modelo Matemático* (MM) consiste de representaciones externas, expresiones matemáticas o dibujos. Las expresiones del individuo están más relacionadas con hechos matemáticos y en menor grado con la realidad. Esta fase completa el proceso de transición hacia las matemáticas. (p. 3)

Los ciclos de modelización matemática se plantean a partir de estas fases, su organización y las transiciones entre cada una de ellas. Guerrero-Ortiz y Mena-Lorca (2015) afirman que: “Las transiciones que suceden alrededor de estas fases resultan determinantes puesto que las externalizaciones que el individuo expresa por medio de imágenes, lenguaje matemático y afirmaciones son representaciones de las actividades mentales que suceden en él” (p.3).

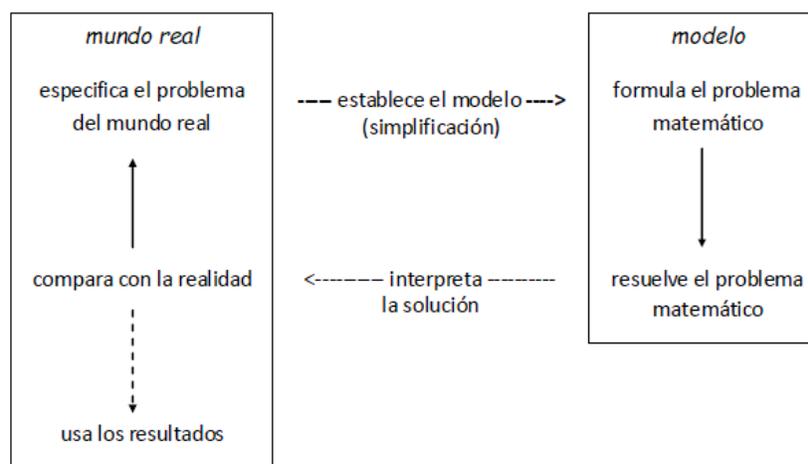
Existen distintos ciclos de la modelización matemática según la propuesta de distintos investigadores a partir de las fases antes mencionadas, a continuación se expone tres de ellos, los cuales son de interés para esta investigación:

2.2.1.1. Ciclo de la Modelización Para Matemática Aplicada.

Este ciclo de modelado se caracteriza por sus problemas, los cuales están enfocados a ser realistas y complejos, donde no se hace distinción entre la situación real y el modelo matemático. Bissell y Dillon (2000) afirman que: “si el conjunto de habilidades matemáticas requeridas por los ingenieros y tecnólogos puede cuestionarse, entonces el proceso de aplicación de esas habilidades también es problemático” (p. 3). Por ello, presentan la versión dura del ciclo de modelizado (*Figura 4*), para describir y plasmar las habilidades necesarias en la matemática aplicada.

Figura 4.

La versión “dura” del ciclo de modelado.



Nota: Referencia en Bissell y Dillon (2000, p. 3).

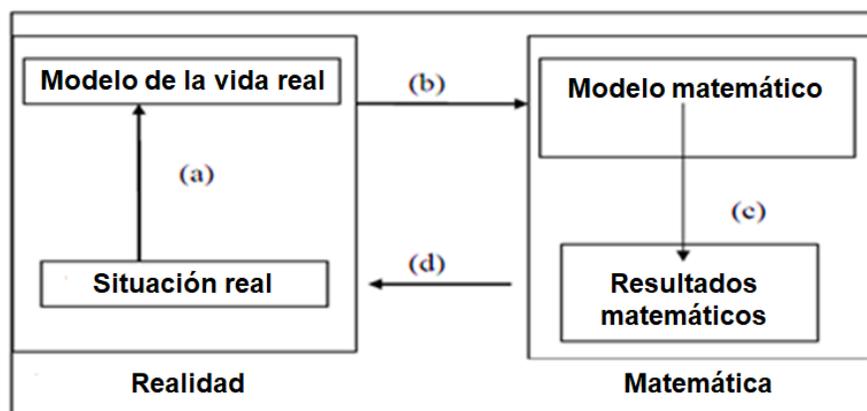
Con la *Figura 4*, Bissell y Dillon (2000) desean representar los procesos de “describir el sistema físicamente”, a lo que llaman el modelado físico; representar el “sistema matemático”, refiriéndose a la construcción de modelo; y “sintetizar” la solución preferida a la situación, llamado diseño del sistema.

2.2.1.2. Ciclo de la Modelización Didáctico o Pedagógico.

Borromeo (2018) detalla que una de las características principales de este ciclo es que se brinda énfasis a los pasos que realiza una persona ante un proceso de modelización. Regularmente se inicia en una situación real y se plantea una tarea o problema a resolver mediante la modelización. Se menciona que el ciclo de modelización puede ser una herramienta para promover competencias para los estudiantes. Dentro de los representantes de este modelo se puede mencionar a Blum y Kaiser, cuyas propuestas parten de una situación real, la cual se transforma (a) a un modelo de la vida real. Este modelo será “traducido” (b) a un lenguaje matemático, para así obtener un modelo matemático. Luego, al finalizar el modelo matemático se obtienen (c) resultados matemáticos, los cuales serán llevados (d) a la situación real original para dar respuesta a dicha situación. Esto se muestra en la *Figura 5*.

Figura 5.

Ciclo de la modelización de Blum y Kaiser.



Nota: Referencia en Borromeo (2006, p. 88).

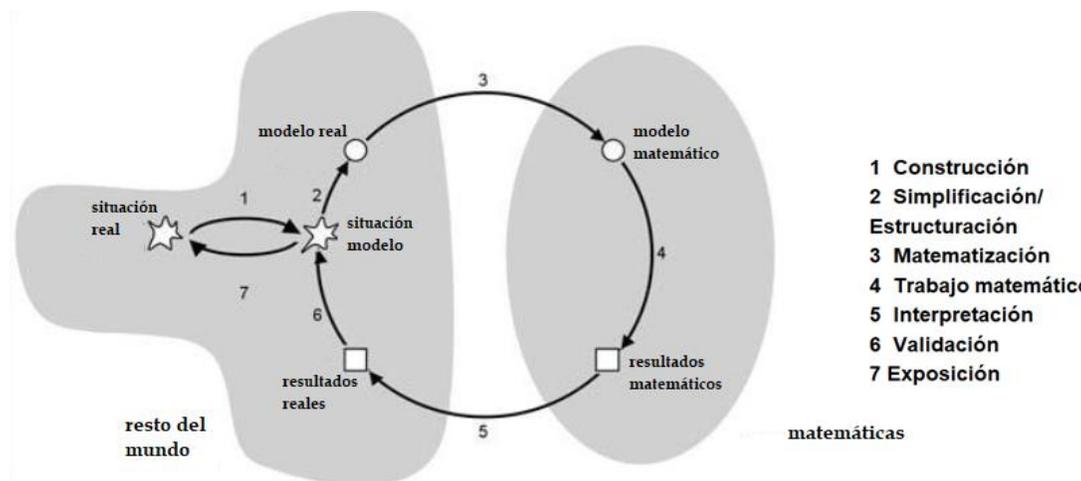
2.2.1.3. Ciclo de la Modelización Diagnóstico/Ciclo de Modelización Desde una Perspectiva Cognitiva.

Se enfoca en los procesos cognitivos de las personas cuando realizan la modelización, donde ellas le prestan mayor o menor atención a los procesos, regularmente se trabaja en forma empírica cada una de las fases y se resalta la transición entre la situación real o situación modelo (representación mental de la situación) y la fase de modelo de la situación (Borromeo, 2018).

Gallart et al. (2015), presentan un gráfico del ciclo de modelización cognitiva, dentro de este ciclo está la transición entre los procesos de construir, simplificar y estructurar, matematizar, el trabajo matemático, la validación y la exposición (Figura 6). De igual forma, se presenta los procesos de transición entre una fase y otra –enumerados del 1 al 7–.

Figura 6.

Ciclo de modelización de Blum y Leiß (2007).

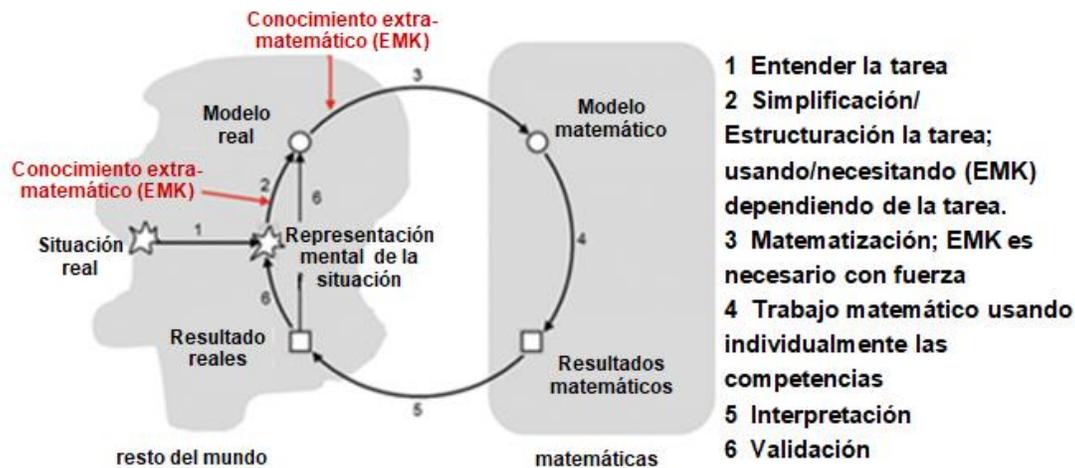


Nota: Referencia en Gallart et al. (2015, p. 94).

Borromeo (2018) también replanteó un ciclo de modelización presentado, en el 2007, donde resalta aspectos como la utilización del término “representación mental de la situación”, en lugar del modelo de la situación, el cual considera que describe los procesos que atraviesa la persona para obtener la imagen mental. En los procesos del ciclo se plantea la transición que se desarrolla entre: entender la tarea, simplificar y estructurar, matematizar, el trabajo matemático, la interpretación y la validación (Figura 7).

Figura 7.

Ciclo de la modelización de Borromeo.



Nota: Referencia en Borromeo (2018, pp. 24-25).

Borromeo (2018), destaca que la fase más importante es el proceso de modelado, porque en ella se describe la transición entre la situación real y el modelo de la situación como fase de comprensión de la tarea.

Una diferencia importante entre el ciclo de modelización representado en la *Figura 6* y el planteado por Borromeo (2018) de la *Figura 7*, es que, este último, plantea una posible transición (6) entre los “resultados reales” y el “modelo real” sin la necesidad de pasar por la etapa de “representación mental de la situación”.

Se debe considerar que algunos autores mencionan también el ciclo de modelización psicológica, sin embargo, para efectos de esta investigación no fue considerado debido a lo ajeno que resulta para los intereses de este estudio.

2.2.2. Competencias del Docente en Modelización Matemática

Para esta investigación y la naturaleza de esta, resulta de interés las competencias que demanda la modelización matemática desde el punto de vista docente, es decir, desde la arista de la enseñanza y las competencias que el profesor requiere para realizar este proceso. Esto debido a que cuando un profesor conoce y es consciente del proceso de modelización, su(s) ciclo(s) y sus subprocesos, es más sencillo que pueda guiar a sus

estudiantes a llevar a cabo la modelización matemática, “los profesores deberían ser capaces de distinguir entre los pasos de modelización para ayudar a los estudiantes” (Borromeo, 2018, p. 64).

Sin embargo, es necesario saber qué se entiende por “competencia”:

La competencia se asocia a la formación integral del sujeto, en la que el saber-hacer se instala en contextos socioculturales concretos y locales y en el sentido ético humanístico de las decisiones sobre los usos e impactos del conocimiento en el mejoramiento de las condiciones de vida de las personas y su comunidad. (Solar et al., 2014, p. 36)

Para efectos de esta investigación, se requiere contextualizar las competencias en el ámbito matemático, por lo que se utilizan las palabras de Solar et al. (2014):

Las *competencias matemáticas* fueron concebidas como la disposición para pensar matemáticamente; el placer y la seguridad para el desarrollo de actividades intelectuales que implican el razonamiento matemático; la capacidad de argumentar y comunicar el pensamiento matemático en forma escrita y oral; la capacidad para comprender y solucionar problemas matemáticos. (p. 37)

Se entiende entonces, las competencias desde la perspectiva docente para llevar a cabo la modelización matemática en el proceso de enseñanza como los “momentos” que el profesor debe afrontar según Villa (2007):

1. Observación y experimentación: En este momento se identifica el problema. El profesor debe considerar: los conocimientos previos para iniciar con el abordaje de la situación, la familiaridad del problema con el contexto, que sea un problema del mundo real y que tenga coherencia con el concepto que pretende recrear dicho problema.
2. Delimitación del problema: Acá el profesor debe organizar al grupo de estudiantes de forma que ellos logren identificar las variables del problema que intervienen directamente y las que no, para simplificar a este.
3. Selección de estrategias: El docente debe tomar la decisión sobre los recursos y metodologías que debe usar para organizar una secuencia didáctica que involucre

representaciones y conceptos a repasar. Además que logre la construcción de diversos “modelos intermedios” y modelos deseados.

4. Evaluación y validación: El docente debe considerar diversas formas para evaluar la pertinencia del modelo construido; las más comunes son: el cumplimiento de las condiciones con el conjunto de datos obtenidos experimentalmente, la confrontación de sus resultados con los compañeros, la confrontación con personas especialistas en el tema y las influencias del cambio en los comportamientos de las variables en la consistencia del modelo. La idea, en esta etapa, es que los estudiantes busquen estrategias alternativas de confrontación y validación, y no sólo apelen a la autoridad del educador en este aspecto.

5. Conexión con otros modelos y situaciones: Aquí se debe tratar de encontrar otros fenómenos donde se puedan establecer relaciones entre los mismos conceptos, pero bajo nuevas interpretaciones; la idea es no quedarse en una visión única del campo de aplicación del concepto.

Borromeo y Lesh (citado por Borromeo, 2018) plasman también ciertos criterios para la selección de problemas que utilicen modelización matemática, lo cuales, se resumen en:

1. Significado de la tarea de modelización: Los estudiantes deben comprender el sentido y ser capaces de trabajar en la tarea asignada.
2. Contexto realista basado en la realidad: Las tareas asignadas deben ser acorde a su edad, experiencias y de interés del grupo.
3. Provocar más preguntas: La tarea asignada debería abrir la oportunidad a plantear nuevas preguntas a un nivel matemático, de contexto o de situación real.
4. Estimular de manera holística el aprendizaje: Las tareas de modelado pueden colaborar la resolución de problemas en situaciones que se le puedan presentar fuera del aula.
5. Nivel de lenguaje apropiado: Las tareas asignadas deben poseer un lenguaje correspondiente al nivel académico del estudiante, con frases claras que fomenten la construcción de la representación mental del contexto.

2.3. Programas de Estudio de Matemáticas, Costa Rica

En Costa Rica la educación escolar es administrada por el Ministerio de Educación Pública (MEP), ente que forma parte del poder ejecutivo de la nación. Esta institución divide la

educación primaria en dos ciclos educativos de la Educación General Básica: primer, segundo y tercer año corresponden al I ciclo; cuarto, quinto y sexto año conforman el II ciclo. De la misma forma, séptimo, octavo y noveno año de la educación secundaria corresponden al III ciclo de la Educación General Básica; y por último el ciclo Diversificado que corresponde a décimo y undécimo año de educación secundaria. En el caso de colegios técnicos se tiene un año lectivo más, duodécimo año, correspondiente al ciclo diversificado también.

Cada asignatura tiene un currículo de estudios, el cual delimita los contenidos que deben ser estudiados en cada año lectivo, en el caso de matemática los programas actuales se pusieron en marcha a partir del 2012, luego de la aprobación del Consejo Superior de Educación. Estos programas de estudio rigen para todos los años de estudios de la educación primaria y secundaria pública de Costa Rica, que a diferencia de su antecesor existía un programa para primaria y dos distintos para secundaria.

Este currículo se estructura de la siguiente forma:

I. Fundamentos: se enfoca principalmente en la resolución de problemas, lo cual “se trata de una mediación pedagógica que adopta premisas fundamentales constructivistas, en concordancia con la política educativa aprobada por el país, especialmente aquella que subraya la construcción activa por el sujeto de sus aprendizajes” (MEP, 2012, p. 21).

En este punto se detalla además las cinco áreas matemáticas con las que se trabaja, las cuales corresponden a: Números, Medidas, Geometría, Relaciones y Álgebra; y Estadística y Probabilidad.

Por último establece como parte de sus fundamentos los “procesos matemáticos” definidos como “actividades cognitivas (o tipos de actividades) que realizan las personas en las distintas áreas matemáticas y que se asocian a capacidades para la comprensión y uso de los conocimientos” (MEP, 2012, p. 24). Estos procesos son cinco: Razonar y argumentar, Plantear y resolver problemas, Comunicar, Conectar y Representar.

II. Ejes: se establecen cinco ejes transversales específicos para la enseñanza de la matemática de forma efectiva: la resolución de problemas como estrategia metodológica principal; la contextualización activa como un componente pedagógico especial; el uso inteligente y visionario de tecnologías digitales; la potenciación de actitudes y creencias

positivas en torno a las Matemáticas; y el uso de la Historia de las Matemáticas (MEP, 2012).

III. Gestión y planeamiento pedagógicos: se refiere a la forma en cómo se organiza y desarrolla la clase para el proceso de enseñanza y aprendizaje, tomando en cuenta los factores que pueden influir en este transcurso. Este punto se divide en dos partes: la primera, la organización de las lecciones: donde se hace una propuesta de organización con cuatro partes –propuesta de un problema, trabajo estudiantil independiente, discusión interactiva y cierre– y la segunda, las indicaciones generales: aquí se ofrecen indicaciones para elaborar el planeamiento didáctico tales como: plazos educativos, variables de la lección e interacciones en la institución.

IV. Metodología: En este punto se dan una serie de indicaciones para el abordaje metodológico en el aula, sin embargo se hace la aclaración de que no se pretende limitar la profesión docente y más bien busca ser un incentivo para la creatividad profesional.

En este capítulo se ofrecerán indicaciones generales sobre varios componentes del currículo y la acción de aula. Se presentan en seis secciones:

Sobre áreas matemáticas

Sobre procesos matemáticos

Sobre la diversidad de estudiantes

Sobre el uso de tecnologías

Sobre actitudes y creencias

Sobre el uso de la Historia de las Matemáticas. (MEP, 2012, p. 49)

V. Evaluación: “En este capítulo se resumen principios y orientaciones generales para el desarrollo de una evaluación efectiva en la enseñanza de las Matemáticas. De igual manera, se consigan los porcentajes para los componentes y se señalan indicaciones para algunos de ellos” (MEP, 2012, p. 69).

En cuanto a los principios, entendidos como elementos prioritarios para planear la evaluación de los aprendizajes, se proponen: parte integral del proceso de enseñanza y aprendizaje, parte de un proceso colaborativo, pertinencia con las actividades de mediación,

congruencia de las técnicas e instrumentos, permite la toma de decisiones y que promueva el compromiso hacia el aprendizaje.

Se expone además, la evaluación en cuanto a la resolución de problemas, ya que es el enfoque principal en los programas de estudio de matemática.

Al plantearse un problema como parte de la evaluación de los aprendizajes se deben identificar y valorar no solamente los resultados, pues se perdería su significado, es oportuno considerar además las siguientes fases:

La exploración del problema.

El establecimiento de la estrategia.

El desarrollo de la estrategia.

La autorreflexión sobre la estrategia.

El análisis de los resultados.

La conclusión. (MEP, 2012, p. 70)

VI. Programas de estudio para cada ciclo educativo: Es aquí donde se establece “la guía” para los docentes, en forma de tabla con tres columnas, donde se presentan los conocimientos y habilidades matemáticas a estudiar, junto con indicaciones sugeridas para procesos matemáticos, usos de tecnologías y fortalecimiento de actitudes positivas hacia las Matemáticas.

VII. Otros elementos: En este punto se brinda la propuesta para el orden en la implementación de los tópicos de las áreas matemáticas antes mencionadas, según cada año lectivo. Además, se muestra un glosario para una mejor comprensión por parte del docente. De forma global se muestra una tabla de conocimientos, la cual permite entender de mejor forma la organización de los conocimientos. Por último, se encuentra la bibliografía utilizada por los autores.

Respecto a la modelización matemática en los programas de estudio de matemáticas del MEP, estos afirman que “es una creciente demanda social que las personas puedan realizar operaciones y procesos matemáticos de una mayor complejidad. Eso refiere a capacidades

matemáticas asociadas a la resolución de problemas, (...) a la matematización o modelización” (MEP, 2012, p. 15).

MEP (2012) establece una estrecha relación entre modelización matemática y la resolución de problemas en contextos reales, siendo estos últimos su enfoque principal. Comenta además que “conocimientos y habilidades específicas se pueden construir o aplicar a través de las acciones que ofrece la modelización” (MEP, 2012, p. 31).

Con este fin, proponen una serie de pasos para implementarla, MEP (2012) los describe de la siguiente manera:

Paso 1. El Problema. Un problema que describe una situación de la realidad que debe ser modelizada.

Paso 2. Sistematización. Una selección de los objetos, la información y las relaciones relevantes del problema que le permitan obtener una posible representación o idealización matemática.

Paso 3. Modelo Matemático. Una traducción de los objetos y las relaciones del paso anterior en lenguaje matemático, de tal forma que obtenga un modelo que represente lo que ocurre en la realidad.

Paso 4. Solución. Uso de los conocimientos matemáticos previos para poder encontrar la solución o soluciones del modelo planteado en el paso anterior, de esta forma se podrá obtener una aproximación de la solución del fenómeno que se está idealizando en el paso 1.

Paso 5. Interpretación. Análisis de los resultados y las conclusiones considerando los conocimientos previos que se tiene del problema.

Paso 6. Evaluación. Verificación a la luz de los resultados matemáticos de la validez del modelo y el poder predictivo que dicho modelo tiene sobre el problema original. Para este proceso puede utilizarse la comparación con datos observados y/o el conocimiento teórico o por experiencia personal que se tenga del problema. (pp. 473-474)

Si el lector desea ampliar y profundizar de mejor forma alguna de las partes de la estructura mencionada, puede dirigirse a la página web del Ministerio de Educación Pública de Costa

Rica y acceder de forma libre y gratuita a los programas de estudio de matemática. Específicamente, dichos programas se pueden acceder mediante la siguiente dirección electrónica:

<https://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>

3. Capítulo III. Metodología

En este apartado se describe la metodología de esta investigación, enfatizando aspectos tales como: elección metodológica, tipo de investigación, fuentes de información, categorías de análisis de datos, los instrumentos y técnica de análisis de la información.

3.1. Elección Metodológica

Esta investigación tuvo como propósito contrastar las concepciones de los docentes, respecto a la modelización matemática, con lo descrito en los programas de estudio, tanto como proceso matemático y como estrategia metodológica. Para esto, se pretendió tener un posicionamiento conceptual por parte de la literatura científica que permita analizar el uso de este concepto desde una postura objetiva.

Inmerso en el campo de las ciencias sociales y de la educación se eligió un paradigma interpretativo, el cual indica que los investigadores poseen una cercanía con la temática a tratar que permita una reflexión sobre los hechos, con base en los participantes que colaboran mediante su valoración de manera analítica-descriptiva (Ricoy, 2006).

3.1.1. Tipo de Investigación

El paradigma interpretativo permite elaborar interpretaciones a partir de las interacciones con las personas, intentando comprender la realidad y los significados de ellos (Ricoy, 2006). Es por ello que se amplía el margen de actividades de esta investigación para profundizar sobre el concepto de modelización de los docentes, brindado la posibilidad de relacionarse con los participantes y el contexto como ejercen su práctica según sus declaraciones.

Dentro de los procesos de la investigación se pretendió estudiar una población de educadores para posteriormente concentrarse en los participantes que muestren un mayor acercamiento al ciclo didáctico pedagógico de la modelización matemática, utilizando técnicas que permitan de forma más abierta comprender el discurso de los docentes, Ricoy (como se citó en Ricoy, 2006) aclara que el “paradigma interpretativo busca profundizar en la investigación, planteando diseños abiertos y emergentes desde la globalidad y contextualización” (p. 17).

El enfoque seleccionado para esta investigación fue el cualitativo, que se caracteriza por concentrarse en una temática específica, planteando preguntas e hipótesis a lo largo de la investigación, relacionando los hechos con su interpretación de manera dinámica y flexible (Hernández et al., 2014).

Un estudio cualitativo conlleva:

Una revisión inicial de la literatura, ésta puede complementarse en cualquier etapa del estudio y apoyar desde el planteamiento del problema hasta la elaboración del reporte de resultados (...). La inmersión inicial en el campo significa sensibilizarse con el ambiente o entorno en el cual se llevará a cabo el estudio, identificar informantes que aporten datos y guíen al investigador por el lugar, adentrarse y compenetrarse con la situación de investigación (Hernández et al., 2014, p. 8).

Durante la investigación, el contacto con los participantes permitió recolectar sus concepciones respecto a la modelización matemática, las cuales se analizaron desde el posicionamiento literario, en palabras de Hernández et al. (2014) “el enfoque se basa en métodos de recolección de datos no estandarizados ni predeterminados completamente. Tal recolección consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de los participantes” (p. 8).

3.1.2. Diseño de la Investigación

El diseño de la investigación es fenomenológico, en este “se explora, describe y comprende lo que los individuos tienen en común de acuerdo con sus experiencias con un determinado fenómeno (...). Pueden ser sentimientos, emociones, razonamientos, visiones, percepciones” (Hernández et al., 2014, p. 493). Es a partir de la descripción de los razonamientos y las experiencias de los participantes, que se caracteriza la concepción docente respecto a la modelización matemática.

Se trabaja con una fenomenología bajo un enfoque hermenéutico que a partir de Hernández et al. (2014):

Se concentra en la interpretación de la experiencia humana y los “textos” de la vida. No sigue reglas específicas, pero considera que es producto de la interacción dinámica entre las siguientes actividades de indagación: a) definir un fenómeno o

problema de investigación (...), b) estudiarlo y reflexionar sobre éste, c) descubrir categorías y temas esenciales del fenómeno (...), d) describirlo y e) interpretarlo (p. 494).

En el procedimiento, según Hernández et al. (2014), “se identifica el fenómeno y luego se recopilan datos de las personas que lo han experimentado, para finalmente desarrollar una descripción compartida de la esencia de la experiencia para todos los participantes” (p. 493). En esta investigación, el fenómeno de interés es la concepción docente sobre la modelización matemática la cual se estudiará por etapas. Dichas etapas serán descritas a continuación:

3.1.3. Fases de la Investigación.

Estructuralmente, el estudio se organizó en cuatro fases. Estas se describen a continuación: En la primera etapa se trabaja con un análisis de contenido aplicado a los programas de estudios de matemática del MEP, para establecer la concepción explícita o implícita que se plantea sobre modelización matemática, además de extraer las estrategias metodológicas propuestas con respecto al ciclo pedagógico de la modelización matemática.

La segunda etapa corresponde a la aplicación de un cuestionario con preguntas principalmente cerradas y otras abiertas, sobre las concepciones docentes respecto a la modelización matemática, como proceso matemático y estrategia metodológica. Las preguntas cerradas se basan en afirmaciones, con el fin de establecer generalizaciones de acuerdo a la aprobación o desaprobación de estas, y así caracterizar las concepciones de los docentes. En las preguntas abiertas se realizó un análisis de contenido con base a las categorías establecidas en esta investigación.

En la tercera etapa se llevó a cabo una entrevista semiestructurada, a la cual se le aplicó un análisis de contenido, con el fin de fortalecer los resultados de las concepciones de los docentes de matemáticas profundizando en el abordaje metodológico con respecto a la modelización matemática que utilizan en sus lecciones, además de características que se necesitaron reforzar en los resultados de etapas anteriores.

En la cuarta etapa (etapa final), se hizo el contraste de la concepción de los docentes y las propuestas de los programas de estudio de matemáticas, con respecto a la modelización matemática como proceso y estrategia metodológica, mediante un análisis por

triangulación. Previo a esto, se realizó una codificación selectiva aplicada al cuestionario y a la entrevista, para caracterizar las concepciones docentes y unificar criterios.

3.2. Fuentes y Sujetos de Información

En este apartado se presentan las fuentes y sujetos de información las cuales serán consultadas durante el desarrollo de esta investigación. Se destaca las fuentes de información: la literatura científica de Borromeo (2006 y 2018), y Villa (2007) y los programas de estudio de matemáticas vigentes del Ministerio de Educación Pública. En cuanto a los sujetos de información contamos con los profesores de matemática en servicio en el sistema público costarricense.

La primera fuente de información documental brinda un posicionamiento conceptual según las tendencias internacionales con respecto a la modelización matemática, mientras que con la segunda se pretende realizar una contextualización sobre la modelización matemática propuesta para la educación en Costa Rica.

La selección de los sujetos de información, las personas informantes, busca un consenso de los profesores con respecto al concepto de modelización matemática como proceso, además de obtener, a partir de sus propias expresiones, una perspectiva de la aplicación de este concepto en su práctica.

Se describe a continuación las fuentes y sujetos de información de información:

3.2.1. Tendencias Internacionales del Concepto de Modelización

Al estudiar la construcción teórica del concepto de modelización, en la literatura científica se presenta una diversidad de autores, por lo cual se acordó para esta investigación una acotación de la información bajo el criterio de “ciclos de modelización”, propuestos por algunos de ellos.

Con base en la síntesis de los ciclos de modelización propuesta por Borromeo (2018) y Bisell y Dillon (2000), descritos en el Capítulo 2 –Marco conceptual– de esta investigación, se ha seleccionado el ciclo de la modelización pedagógica y ciclo de modelización para matemática aplicada como punto de partida para la construcción de los instrumentos de recolección de información posteriores.

También considerando los planteamientos de Borromeo (2006 y 2018) y Villa (2007), se consideraron aspectos como: las fases y competencias de la modelización, al igual de los criterios de selección de problemas de modelización matemática para la construcción de las categorías y subcategorías del análisis de contenido de esta investigación.

3.2.2. Programas de Estudio de Matemática

Este será una fuente de información a trabajar dentro de la investigación, pero se seleccionó algunos apartados para analizar específicamente el significado de modelización matemática para educación secundaria concretamente, las secciones a considerar son:

- a) Fundamentos.
- b) Ejes.
- c) Gestión y Planeamiento pedagógicos.
- d) Metodología.
- e) Evaluación.
- f) Programas de estudio de cada ciclo-Ciclo diversificado, específicamente, área de Relaciones y Álgebra.
- g) Glosario.

En esta fuente de información se utilizó un análisis de contenido –especificado anteriormente en fases de la investigación en la primera etapa– mediante una ficha de contenido, con el fin de caracterizar la concepción sobre modelización matemática planteada en los programas de estudio de matemática.

3.2.3. Profesores de Matemática

En esta investigación, las personas seleccionadas son docentes de matemática que laboraban durante el ciclo lectivo 2019, en colegios académicos públicos diurnos del circuito 07 de la Dirección Regional de Educación de Heredia en Costa Rica. Este circuito cuenta geográficamente con los cantones Heredia, Flores y Belén. En los cuales se encuentran las siguientes instituciones educativas dentro de los parámetros para esta investigación: Conservatorio de Castilla, Colegio la Aurora, Liceo Regional de Flores y Experimental Bilingüe de Belén. Es importante mencionar que a pesar de que la institución

Conservatorio Castilla es catalogada como “artística”, sus asignaturas académicas tienen la misma cantidad de lecciones semanales y la misma distribución de contenidos por año de los programas de estudio que los colegios académicos.

Para la elección de este circuito se consideraron las siguientes características:

- Localización: las instituciones están distribuidas en tres cantones vecinos.
- Zona: todas las instituciones están clasificadas como zona urbana.
- Rama: las instituciones están clasificadas según la rama institucional como académico y artístico.
- Cantidad total de estudiantes matriculados: el circuito posee la mayor cantidad de estudiantes matriculados, en instituciones académicas y artísticas, de la región.

Los datos anteriores fueron extraídos a partir de la base de datos “Rendimiento Definitivo en Colegios 2014-2016” del Departamento de estadística del Ministerio de Educación Pública (MEP, 2018).

Según la consulta que se realizó personalmente al departamento de secretaría de cada institución, el total de docentes es 24, distribuidos de la siguiente forma: en el Conservatorio de Castilla seis docentes; en el Colegio La Aurora cuatro docentes; en el Liceo Regional de Flores un total de diez docentes; y en el Experimental Bilingüe de Belén seis docentes.

A la población de docentes participante se le aplicó un cuestionario y a la muestra seleccionada –con base en criterios discutidos más adelante– una entrevista semiestructurada, con el fin de obtener información que permita caracterizar la concepción docente sobre la modelización matemática.

Tabla 2*Características generales de la población de estudio*

Descripción	Cantidad
Institución donde labora	
Colegio la Aurora	4
Liceo Bilingüe de Belén	6
Conservatorio Castella	4
Liceo Regional de Flores	10
Sexo	
Hombre	14
Mujer	10
Edad en años cumplidos	
De 25 a 34	5
De 35 a 44	12
De 45 a 54	7
Experiencia laboral en años	
De 3 a 12	6
De 13 a 22	14
De 23 a 32	4
Grupo profesional	
MT4	5
MT5	4
MT6	15
Universidad de bachillerato	
Privada	5
Pública	19
Capacitaciones relacionadas a Modelización Matemática	
Con capacitación	12
Sin capacitación	12

Fuente: Elaboración propia.

3.3. Estrategia Para la Recolección de los Datos

Para aplicar el cuestionario en las distintas instituciones educativas, se realizó primeramente un contacto telefónico, para conocer el nombre del director y la cantidad de docentes de cada institución, y así elaborar el oficio correspondiente para la solicitud del permiso. A partir de la información anterior, se realizó una visita a cada institución para entregar por escrito la solicitud de permiso para esta investigación, coordinar detalles y hablar sobre otros requisitos adicionales de la institución para permitir nuestro ingreso y disponer del tiempo de los docentes.

En 3 de las 4 instituciones el procedimiento se llevó con total regularidad, se pactó un día específico y se reunió a los docentes de cada institución para aplicar el cuestionario simultáneamente y de forma física, si algún docente no se podía presentar por razones de horario, el cuestionario se entregó en la secretaría o alguno de los colegas y posteriormente se coordinó para recogerlos una vez finalizados. En una institución, el trabajo de ingreso y aplicación del cuestionario fue más complicado de organizar, por lo que se debió aplicar el cuestionario de 3 formas distintas. A un grupo de profesores se les aplicó el cuestionario de forma física y simultáneamente; a otros docentes se les entregó para que lo completaran en otro momento o día y una vez finalizado se procedió a retirarlos; por último, a otros docentes se les aplicó el cuestionario de forma virtual, por medio de Google Forms.

Las entrevistas fueron aplicadas posteriormente, durante el ciclo lectivo 2020, por medio virtual a través de la plataforma Microsoft Teams. Esto debido a la pandemia conocida como COVID-19, lo cual suspendió el curso lectivo.

3.4. Variables de la Investigación

Para las variables de la investigación, se recolectaron datos de algunas características generales de la población de estudio como la edad, sexo, institución donde labora, grupo profesional, etc.

Es importante esclarecer que en esta investigación, una de las variables se denomina grupo profesional, la cual se cataloga según el Servicio Civil de Costa Rica, a saber: MT4 docentes cuya titulación máxima es el bachiller universitario; MT5 son docentes que su titulación máxima es la Licenciatura; y los MT6 es la categoría para docentes con el título

de licenciatura universitaria y además un concentrado en educación primaria. Cabe aclarar, que existen categorías menores a estas según el servicio civil, como MT3, MT2 y MT1.

También, se segmentó a los docentes según su edad en: adultos jóvenes, cuya edad va hasta los 34 años inclusive; adultos medios con edades entre los 35 y los 44 años inclusive; y adultos, con edad superior o igual a 45 años

Por último, en cuanto a la experiencia, se dividió a los participantes en: menor experiencia, que va hasta los 12 años –inclusive– de laborar como docente; experiencia media, con 13 a 22 en docencia; y mayor experiencia con 23 o más de trabajar como profesor de matemáticas.

Los instrumentos fueron construidos con base en los planteamientos teóricos mencionados sobre el concepto de modelización. Las categorías y subcategorías con respecto a la modelización matemática propuestas para este estudio, así como la codificación asignada se definen a continuación (Tabla 3).

Tabla 3*Categorías y subcategorías de análisis de concepción sobre modelización matemática*

Objetivos de la Investigación	Categoría	Subcategorías
	Concepción respecto al uso de la modelización matemática	
Objetivo 3	CT1: Importancia	CT1-CV: Conveniencia para usar en clase CT1-CS: Consecuencia en el aprendizaje significativo del estudiante
	CT2: Practicidad	CT2-OP: Optimización del tiempo de clase CT2-FC: Facilidad para utilizar en clase
	Concepción de la modelización matemática como proceso matemático	
Objetivos 1, 2 y 4	CT3: Fases	CT3-RS: Situación real CT3-SM: Representación mental de la situación (Situación Modelo) CT3-RM: Modelo Real CT3-MM: Modelo Matemático
	CT4: Ciclo	CT4-MA: Ciclo de la modelización matemática para matemática aplicada CT4-DP: Ciclo de la modelización matemática didáctico o pedagógico
	Concepción de la modelización matemática como estrategia metodológica.	
Objetivos 1, 3 y 4	CT5: Competencias	CT5-CO: Observación y experimentación CT5-CD: Delimitación del problema CT5-CS: Selección de estrategias CT5-CE: Evaluación y validación CT5-CC: Conexiones a otros modelos
Objetivos 1, 3 y 4	CT6: Criterios de selección de problemas	CT6-S: Significado de la tarea de modelización CT6-C: Contexto realista basado en la realidad CT6-P: Provocar más preguntas CT6-E: Estimulación de manera holística del aprendizaje CT6-L: Nivel del lenguaje apropiado

Fuente: Elaboración propia con base a autores Bissel y Dillon (2000), Borromeo (2006, 2018), Guerrero-Ortiz y Mena-Lorca (2015) y Villa (2007).

Respecto a las categorías CT1 (importancia) y CT2 (practicidad) se considerará las definiciones de la Real Academia Española. Importancia se define como “cualidad de lo importante, de lo que es muy conveniente o interesante, o de mucha entidad o consecuencia” (RAE, 2018c). Mientras que practicidad se define como “cualidad de práctico” (RAE, 2018e), y este último concepto quiere decir “que comporta utilidad o produce provecho material inmediato” (RAE, 2018f).

Para la elaboración de los instrumentos, las categorías CT1 (importancia) y CT2 (practicidad) serán consideradas como concepción respecto al uso de la modelización matemática, además se tomará en cuenta las categorías CT3 (fases) y CT4 (ciclos) como concepción sobre la modelización matemática como proceso matemático, mientras que las categorías CT5 (competencias) y CT6 (criterios de selección de problemas) corresponden a la concepción sobre modelización matemática como estrategia metodológica.

Para la facilidad y comprensión de las subcategorías de investigación, se presentan las siguientes definiciones y descripciones con respecto a las categorías CT3 (fases), CT4 (ciclos), CT5 (competencias) y CT6 (criterios de selección de problemas).

- CT3-RS Situación real: “Es la fase inicial de la modelización matemática, en la cual se ubica la situación real que conlleva a la representación de la situación del problema mediante un texto o una imagen” (Guerrero-Ortiz y Mena-Lorca, 2015).
- CT3-SM Representación mental de la situación (situación modelo): “Consiste en “focalizar y filtrar la información de la situación real de manera consciente o no y acorde con sus preferencias de pensamiento” (Huincahue et al., 2018, p. 103). La representación mental de la situación puede ser distinta en cada persona, en otras palabras, esta fase consiste en cómo el individuo imagina el problema, selecciona y descarta datos para su solución, pero sin ejecutarlo.
- CT3-RM Modelo real: La fase de modelo real está relacionada a la representación mental de la situación donde el individuo hace externar sus declaraciones con respecto al modelo matemático a partir de sus construcciones internas (Guerrero-Ortiz y Mena-Lorca, 2015).

- CT3-MM Modelo matemático: Por otra parte, la fase de modelo matemático según Guerrero-Ortiz y Mena-Lorca (2015), consiste en el proceso donde la persona exterioriza, de diversas maneras, el planteamiento de la situación mediante representaciones externas.
- CT4-MA Ciclo de la modelización matemática para matemática aplicada: Este ciclo es establecido para modelos que se aproximen lo más posible a las situaciones reales, contemplando sus variantes que conllevan a un diseño elaborado y en general complejos (Bissell y Dillon, 2000).
- CT4-DP Ciclo de la modelización matemática didáctico o pedagógico: Borrero (2018) plantea este ciclo como una herramienta para promover competencias en los estudiantes, haciendo énfasis en la transición entre cada una de las fases de este ciclo: un modelo de la vida real, que se traduce a un lenguaje matemático, generando un modelo matemático; de este se obtienen resultados matemáticos, los cuales se trasladarán a la situación real original y así obtener la respuesta a la situación original.
- CT5-CO Observación y experimentación: Esta competencia docente de la modelización matemática hace referencia al planeamiento de la lección. El profesor debe elegir un problema, analizar si está acorde al nivel educativo de sus estudiantes, si tiene un contexto familiar con el grupo donde se desea aplicar y por supuesto, que sea de un hecho real (Villa, 2007).
- CT5-CD Delimitación del problema: En este proceso el docente se encarga de las actividades que favorezcan a la organización del grupo, de tal manera que los estudiantes puedan indagar sobre el problema planteado, estableciendo la relevancia de la información que se le proporcione (Villa, 2007).
- CT5-CS Selección de estrategias: Consiste en la organización de la lección para que la situación problema presentada a los estudiantes cumpla el propósito que se desea y no se desvirtúe del objetivo que se quiere alcanzar (Villa, 2007).
- CT5-CE Evaluación y validación: En este proceso, el docente confronta los modelos contruidos mediante los métodos que considere convenientes, de tal manera que el estudiante pueda mostrar la validez del método utilizado para resolver el problema (Villa, 2007).

- CT5-CC Conexiones a otros modelos: Un docente, al utilizar modelización matemática en sus clases, no debe limitar a los estudiantes a resolver la situación planteada. Debe intentar “exportar” los modelos en otros contextos matemáticos u otras áreas. “Es a través de la identificación de invariantes, en una gama de situaciones, como el estudiante encuentra sentido a los conceptos” (Villa, 2007, p 73).
- CT6-S Significado de la tarea de modelización: En este criterio se busca que en el diseño de los problemas los estudiantes puedan trabajar en la tarea asignada, comprendiendo sus componentes y el objetivo de las actividades planteadas (Borromeo, 2018).
- CT6-C Contexto realista basado en la realidad: Las actividades planeadas deben tener concordancia con las características de los estudiantes, de tal forma que se toman en cuenta la edad, experiencias e intereses que comparta el grupo (Borromeo, 2018).
- CT6-P Provocar más preguntas: Considerar problemas los cuales abran la posibilidad de nuevos planteamientos tanto a nivel matemático como de contexto de la situación (Borromeo, 2018).
- CT6-E Estimulación de manera holística el aprendizaje: Los problemas seleccionados deben propiciar actividades que los estudiantes puedan utilizar fuera de los salones de clase (Borromeo, 2018), es decir, se desea habilitar la posibilidad de exportar las situaciones planteadas en clase a situaciones externas al ámbito educativo.
- CT6-L Nivel del lenguaje apropiado: La abstracción, el nivel cognitivo y el lenguaje varían según factores como el año escolar o la edad de cada estudiante. Por ello es importante que el problema seleccionado para trabajar en una clase de matemática con modelización matemática debe poseer un léxico de fácil comprensión según el nivel académico, y así sea sencillo de visualizar para cada estudiante (Borromeo, 2018).

3.5. Técnicas e Instrumentos Para la Recolección de Datos

La selección de instrumentos para una investigación cualitativa es amplia, Hernández et al. (2014) indica que “en la indagación cualitativa los instrumentos no son estandarizados, sino que se trabaja con múltiples fuentes de datos” (p. 397). Para esto se trabajará con tres técnicas de recolección de datos, recordando que las “etapas constituyen más bien acciones

que efectuamos para cumplir con los objetivos de la investigación y responder a las preguntas del estudio” (Hernández et al., 2014, p. 396).

3.5.1. Ficha de Contenido

Al considerar dentro de la investigación textos desde diferentes fuentes es requerido unificar los datos extraídos de ellos, por lo cual se ha elegido “la ficha”. Cerdas (1991) la describe como “una tarjeta que se utiliza para resumir y reportar sintéticamente datos e información sobre el material obtenido en los libros y documentos” (p. 331).

En la ficha de contenido se “debe operar un criterio selectivo, fundamentado en los conceptos e hipótesis que han originado la investigación” (Cerdas, 1991, p. 332). Por lo cual, la construcción de este instrumento está basada en las categorías de análisis de concepción sobre modelización matemática (*Tabla 3*).

Aunque se utiliza una ficha de contenido en forma general para la investigación, se realizó tres versiones de la misma, las cuales consisten en segmentar las categorías para cada uno de las fuentes de información.

La primera ficha de contenido se trabaja para al análisis de contenido aplicado a los programas de estudio de matemáticas (*Anexo 3*); la segunda corresponde, específicamente, para el análisis de contenido de las respuestas de las preguntas abiertas del cuestionario (*Anexo 4*); y la tercera para el análisis de contenido de la información proporcionada por los docentes mediante la entrevista semiestructurada (*Anexo 5*).

3.5.2. Cuestionario

Bernal (2010) menciona que “la encuesta se fundamenta en un cuestionario o conjunto de preguntas que se preparan con el propósito de obtener información de las personas” (p. 194). En esta técnica se utiliza el instrumento denominado cuestionario, donde se realizan tanto preguntas cerradas como –algunas– preguntas abiertas. Hernández et al. (2014) las describe de la siguiente manera:

Las preguntas cerradas contienen categorías u opciones de respuesta que han sido previamente delimitadas. Es decir, se presentan las posibilidades de respuesta a los participantes, quienes deben acotarse a éstas. Pueden ser dicotómicas (dos posibilidades de respuesta) o incluir varias opciones de respuesta.

Las preguntas abiertas no delimitan de antemano las alternativas de respuesta, por lo cual el número de categorías de respuesta es muy elevado; en teoría, es infinito, y puede variar de población en población. (pp. 217-220)

A partir de las preguntas cerradas se obtendrá información, para agrupar las concepciones de los docentes sobre la modelización matemática y el abordaje metodológico de esta, mediante una escala “Likert”. Siguiendo a Hernández et al. (2014):

Consiste en un conjunto de ítems presentados en forma de afirmaciones o juicios, ante los cuales se pide la reacción de los participantes. Es decir, se presenta cada afirmación y se solicita al sujeto que externé su reacción eligiendo uno de los cinco puntos o categorías de la escala. A cada punto se le asigna un valor numérico. Así, el participante obtiene una puntuación respecto de la afirmación y al final su puntuación total, sumando las puntuaciones obtenidas en relación con todas las afirmaciones. (p. 238)

El cuestionario (Anexo 1), constituyó en tres secciones, la primer sección contempló la información general del docente, con variables como: institución donde labora, sexo, edad, años de experiencia laboral como docente de matemática, grupo profesional (según el servicio civil), universidad en la que obtuvo el bachillerato y la licenciatura, y si recibió alguna capacitación relacionada con modelización matemática u otros temas semejantes (resolución de problemas, contextualización activa).

La segunda sección corresponde a las preguntas cerradas del cuestionario, con tres distintos temas: naturaleza de la modelización matemática, concepción sobre la utilidad de la modelización matemática en el aula y concepción sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la modelización matemática. Estos temas engloban las categorías de análisis y se explican de mejor forma en la *Tabla 4*. Para esta sección, se realizó una escala de cuatro valores: 1 totalmente de acuerdo; 2 parcialmente de acuerdo; 3 parcialmente en desacuerdo y 4 totalmente en desacuerdo.

Es común que la escala Likert sea construida con una escala de valores impar, sin embargo, con el fin de evitar una posición neutral de los docentes por desconocimiento del tema se utiliza una escala par, semejante a la utilizada por Raviolo et al. (2010) para determinar las concepciones sobre conocimiento y modelos científicos.

Por último, la tercera sección consistió en las preguntas abiertas del cuestionario. Estas preguntas tuvieron con el fin de profundizar en las concepciones docentes respecto a la modelización matemática y conocer ciertas descripciones en las propias palabras de los docentes, sin limitarlos en sus respuestas.

Para la información recolectada en las preguntas abiertas, se aplicó una ficha de contenido muy similar a la aplicada en los programas de estudio de matemáticas en su forma. Esto debido a que las categorías de análisis eran las mismas para ambas fichas, a pesar que fueron distintas fuentes de información.

Tabla 4

Temas de clasificación de categorías para el cuestionario

Tema	Aspectos abordados	Ejemplo
Naturaleza de la modelización matemática	Hace referencia a los valores afectivos que se atribuyen a la modelización matemática	Al utilizar la modelización matemática se debe ser preciso con la información de la situación real, esto para dar una explicación acorde al mundo real de la situación planteada
Concepción sobre la utilizada de la modelización matemática en el aula	Hace referencia al grado de valoración sobre las actividades en las que influye la modelización matemática	La modelización matemática es importante para la construcción de aprendizajes significativos en los estudiantes
Concepción sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la modelización matemática	Integra reactivos que valoran situaciones sobre cómo se aprende y se enseña la modelización matemática	La modelización matemática se puede utilizar en todas las áreas planteadas en los programas de estudio de matemáticas

Fuente: Elaboración propia.

3.5.3. Entrevista Semiestructurada

En palabras de Hernández et al. (2014) una entrevista “se define como una reunión para conversar e intercambiar información entre una persona (el entrevistador) y otra (el entrevistado) u otras (entrevistados)” (p. 403). Las entrevistas definidas por este autor se dividen en estructuradas, semiestructuradas y no estructuradas o abiertas.

Se consideró para esta investigación la segunda de ellas, Hernández et al. (2014) la describe de la siguiente manera: “las entrevistas semiestructuradas se basan en una guía de asuntos o preguntas y el entrevistador tiene la libertad de introducir preguntas adicionales para precisar conceptos u obtener mayor información” (p. 403).

Algunas de las características propiamente de las entrevistas cualitativas que se deben considerar son:

El principio y el final de la entrevista no se predeterminan ni se definen con claridad, incluso las entrevistas pueden efectuarse en varias etapas. Es flexible.

Las preguntas y el orden en que se hacen se adecuan a los participantes.

La entrevista cualitativa es en buena medida anecdótica y tiene un carácter más amistoso.

El entrevistador comparte con el entrevistado el ritmo y la dirección de la entrevista.

El contexto social es considerado y resulta fundamental para la interpretación de significados.

El entrevistador ajusta su comunicación a las normas y lenguaje del entrevistado.

Las preguntas son abiertas y neutrales, ya que pretenden obtener perspectivas, experiencias y opiniones detalladas de los participantes en su propio lenguaje. (Hernández et al., 2014, pp. 403-404)

Los educadores seleccionados para la entrevista se establecieron bajo tres criterios, el primer criterio corresponde a las personas que presentaron un mejor puntaje en el cuestionario, según la escala de Likert, asignando los valores del “uno” al “cuatro” a las opciones: Totalmente de acuerdo, Parcialmente de acuerdo, Parcialmente en desacuerdo y Totalmente en desacuerdo, respectivamente. Destacando de esta manera a los participantes

que tuvieron un mejor puntaje –menor puntaje–. Es importante aclarar que en las afirmaciones que son opuestas a la teoría de la modelización matemática, se realizó el proceso de invertir la puntuación de las respuestas.

En el segundo criterio, de selección de participantes, se acordó realizar una conversión de la escala Likert, de forma tal, que las opciones correspondientes a estar “Totalmente de acuerdo” y “Parcialmente de acuerdo” se le asignó el valor “uno”, mientras que, las opciones correspondientes a estar “Totalmente en desacuerdo” y “Parcialmente en desacuerdo” se le asignó el valor “cero”. Esto con la finalidad de identificar a los docentes que, según su opinión, presentaron estar más apegados a las ideas planteadas en la teoría de modelización matemática, los cuales corresponden al mejor puntaje –mayor puntaje– con el cambio mencionado. Es conveniente aclarar que, en las afirmaciones que contradicen la teoría de la modelización matemática, se realizó el cambio correspondiente para la puntuación final de cada docente.

El tercer criterio para la selección de participantes, fue derivado de los aportes que los docentes realizaron en las respuestas de las preguntas abiertas del cuestionario, donde se contaron la cantidad de textos extraídos, por participante, que fueron asignados a la ficha de contenido del instrumento mencionado, además, fue considerado en este criterio que los comentarios rescatados del educador sean robustos –que expusiera su opinión en forma amplia–.

La construcción del guion para esta técnica consistió en preguntas de opinión, conocimientos, antecedentes y simulación (Mertens citado por Hernández et al., 2014). Este proceso fue posterior al análisis del cuestionario, dado que la intención fue es fortalecer tanto la concepción de los docentes sobre modelización matemática, verificando la consistencia de sus discursos, como reafirmar aspectos detectados que permitan una mejor caracterización de este concepto.

La conversación que se realizó con dos participantes, por separado, se estableció bajo siete puntos a tratar, basados en las subcategorías identificadas posterior a la extracción de la información de las preguntas del cuestionario y se consideró que se debía profundizar en ellas.

Las subcategorías consideradas fueron: facilidad para utilizar en clase; situación real; modelo real; delimitación del problema; evaluación y validación; contexto realista basado en la realidad; y provocar más preguntas.

La entrevista se realizó mediante la plataforma Microsoft Teams, de forma virtual, donde uno de los investigadores tomó el papel de entrevistador, mientras que el segundo investigador respaldó la información utilizando un programa externo de grabación de audio, con una duración aproximada por participante de treinta minutos.

La solicitud de la entrevista para los educadores se realizó mediante el correo electrónico. El permiso de grabación y la privacidad de la información se acordaron al inicio de la entrevista en forma verbal.

Cada uno de los instrumentos abarcó distintas categorías de análisis, por lo que se construyó la Figura 8 donde se puede apreciar cada una de las categorías con los instrumentos que fueron utilizados en ellas.

Figura 8.

Categoría de análisis e instrumentos asociados.

Categorías	Subcategorías	Instrumentos		
		Ficha de contenido*	Cuestionario	Entrevista
CT1 Importancia	Conveniencia para usar en clase		X	
	Consecuencia en el aprendizaje significativo del estudiante		X	
CT2 Practicidad	Optimización del tiempo de clase		X	
	Facilidad para utilizar en clase		X	X
CT3 Fases	Situación real	X	X	X
	Representación mental de la situación (Situación Modelo)	X	X	
	Modelo Real	X		X
	Modelo Matemático	X	X	
CT4 Ciclo	Ciclo de la modelización matemática para matemática aplicada	X	X	
	Ciclo de la modelización matemática didáctico o pedagógico	X	X	
CT5 Competencias	Observación y experimentación	X	X	
	Delimitación del problema	X	X	X
	Selección de estrategias	X	X	
	Evaluación y validación	X	X	X
	Conexiones a otros modelos	X	X	
CT6 Criterios de selección de problemas	Significado de la tarea de modelización	X	X	
	Contexto realista basado en la realidad	X	X	X
	Provocar más preguntas	X	X	X
	Estimulación de manera holística el aprendizaje	X	X	
	Nivel del lenguaje apropiado	X	X	

Nota*: La Ficha de contenido mencionada en esta figura corresponde a la aplicada en los programas de estudio de matemáticas.

Nota: Elaboración propia.

3.6. Validación de Instrumentos

Los instrumentos que se utilizaron para esta investigación, fueron sometidos procesos de validación, cada uno de ellos de forma independiente, con base en las características propias de los mismos.

3.6.1. Validación del Cuestionario

La validación del cuestionario se realizó mediante juicio de expertos Hernández et al. (2014) lo describe como: “al grado en que aparentemente un instrumento mide la variable en cuestión, de acuerdo con “voces calificadas”” (p. 204). Así como a partir de la aplicación de una prueba piloto.

Para esta validación, participaron docentes e investigadores de experiencia en universidades estatales nacionales, así como investigadores latinoamericanos con estudios relacionados con la modelización matemática. Esta validación se llevó acabo previo a la aplicación de la prueba piloto.

La validación fue hecha en cuanto a forma y fondo del cuestionario (*Anexo 6*). Luego de la retroalimentación obtenida en este proceso de validación, se mejoraron aspectos como la distribución de las afirmaciones y redacción de las mismas, además, se dividió una de las preguntas abiertas en dos, con el fin de mejorar la lectura y la obtención de información.

La prueba piloto es indispensable en toda investigación, con el fin de perfeccionar la aplicación de los instrumentos de investigación y afinar cualquier detalle o error que no haya sido contemplado en su elaboración o validez. La prueba piloto “consiste en administrar el instrumento a una pequeña muestra de casos para probar su pertinencia y eficacia (incluyendo instrucciones), así como las condiciones de la aplicación y los procedimientos involucrados” (Hernández et al., 2014, p. 210). Para este fin, fueron seleccionados nueve docentes en ejercicio de otras Direcciones Regionales de Educación, específicamente de las provincias de San José y Alajuela.

Tras aplicar la prueba piloto, se pudo determinar el tiempo promedio que duraba la aplicación del cuestionario, aspecto importante para comentar con los directores sobre el tiempo que necesitábamos disponer de los docentes sujetos de investigación.

Además, se logró determinar la dificultad en la comprensión de una de las variables de investigación: modelo real. Incluso con una explicación breve a los participantes de la prueba piloto, les fue complicado entenderlo.

Posterior a la prueba piloto aplicada a los docentes colaboradores, se realizó la prueba de fiabilidad mediante el coeficiente Alfa de Cronbach, utilizando el software libre de análisis de datos estadísticos PSPP. Al realizar varias pruebas se decidió descartar tres preguntas del cuestionario para obtener un coeficiente Alfa de Cronbach de 0,93.

El coeficiente Alfa de Cronbach indica el nivel de fiabilidad de un instrumento, si se obtiene una puntuación entre 0,9 y 0,95 muestra que el instrumento es excelente para la finalidad correspondiente (George y Mallery citado por Frías-Navarro, 2019).

3.6.2. Prueba Piloto de Entrevista Semiestructurada

Se aplicó una prueba piloto a un docente de matemática activo de la educación secundaria, con más de cinco años de experiencia en el sistema público de Costa Rica.

Posterior a la prueba piloto se realizó una depuración de las preguntas de la entrevista y se estimó que la duración aproximada para esta actividad sería de treinta minutos, además que se estructuró la presentación de los investigadores y el proyecto, junto con una prueba de los programas informáticos requeridos para la captura del audio y para interacción de la video llamada.

3.6.3. Validación de la Entrevista Semiestructurada

La validación se realizó mediante el juicio de expertos, los colaboradores para esta actividad son docentes de universidades estatales, que poseen experiencia en investigaciones que conllevan la utilización de este instrumento.

A los expertos se les presentó el guion base de la entrevista, junto con un documento que posee una lista de las subcategorías, que se desean analizar, descritas en forma breve y junto con un apartado de observaciones.

3.7. Técnicas de Análisis de la Información

Para esta investigación se han seleccionado distintas técnicas de análisis de la información cualitativa, a continuación, se realiza una descripción de cada una de ellas con su respectiva explicación del uso que se da en este estudio.

3.7.1. Análisis de las Preguntas Cerradas del Cuestionario

En este estudio, se realizó una conversión de la escala Likert estableciendo dos clases para la opinión de los docentes, en las preguntas cerradas del cuestionario, la primera clase se denominó “de acuerdo” donde se clasificó las opciones: “Totalmente de acuerdo” y “Parcialmente de acuerdo”. Mientras que, la segunda clase se denominó “en desacuerdo” asignada para las opciones: “Totalmente en desacuerdo” y “Parcialmente en desacuerdo”.

Ñaupas et al. (2018) mencionan:

Las variables dicotómicas varían sólo en dos valores. (...), en la psicología se suele convertir las politomías en dicotomías con la finalidad de mejorar la estrategia para contrastar las hipótesis, pues con sólo dos niveles de variabilidad se incrementa las posibilidades de lograr mayor precisión en el estudio de tales variables. (p. 260)

Esta estrategia es similar a la utilizada por Calderón (2017) para su investigación respecto a cómo influye las actitudes, creencias, autoconcepto y hábitos de estudio en la aprobación en matemática de estudiantes de secundaria. Se eligió con la finalidad de interpretar la opinión de los docentes, en cada una de las afirmaciones planteadas a partir de la selección de la mayoría.

3.7.2. Análisis de Contenido

Para el análisis de la información obtenida durante la recolección de datos mediante la ficha de contenido aplicada a los planes de estudio de matemática, las preguntas abiertas del cuestionario y en la entrevista semiestructurada aplicada a profesores, se procederá a realizar un análisis de contenido.

Weber (Citado por Cohen et al., 2007) menciona que esta es una de las técnicas de análisis al utilizar las fichas de contenido, añadiendo que estas deben brindar una codificación del contenido en búsqueda de patrones o tendencias que permita clasificar los textos por categorías, las cuales son derivadas de los constructos teóricos o áreas de interés.

La esencia del análisis de datos está en: “Descomponer el texto en unidades de análisis; Realizar análisis estadísticos de las unidades; Presentando el análisis en una forma sintética como sea posible” (Anderson y Arsenault, citado por Cohen et al., 2007, p. 446).

Al realizar un análisis de contenido, Cohen et al. (2007) plantean una lista de pasos para su desarrollo. A continuación, se exponen aquellos que competen y apoyan esta investigación:

1) Definir unidades de análisis: Son unidades de materia textual que establecen que pueden ser en varios niveles como palabra, frase, oración, textos, personas y temas, además de establecer límites de la información considerada. Dentro de las unidades que se puede elegir son: físicas, sintácticas, categóricas, posicionales y temáticas.

2) Realizar codificación y categorización de los datos: Se considera como la traducción de la información a las categorías, reduciendo el material a dimensiones más manejables sin que pierdan su esencia. Este proceso es para definir la existencia o la reincidencia de un concepto, y que si poseen las palabras exactas o significados similares.

3) Realizar el análisis: En este proceso se puede analizar la frecuencia de los códigos o categorías, establecer relaciones, vínculos e implicaciones.

4) Resumir: En esta etapa se debe escribir las características principales identificando factores, problemas, conceptos o áreas clave, extraídas de la propia información.

5) Realizar inferencias especulativas: Con base en las evidencias, se proponen explicaciones para la situación, produciendo o afirmando alguna hipótesis, la cual alimenta la generación de teoría fundamentada.

Las tres fichas de contenido trabajadas en este proyecto fueron diseñadas con base a las categorías y las subcategorías, correspondiente a las concepciones sobre modelización matemática del constructo teórico de este estudio (*Tabla 2*).

Las fichas de contenido correspondientes a las preguntas abiertas del cuestionario y la entrevista, se analizaron a partir del discurso de los docentes y la relación que posean entre las categorías estudiadas.

Por otra parte, la ficha de contenido para el análisis de los programas de estudio de matemáticas fue analizada mediante la vinculación de las ideas explícitas de este texto con las categorías antes mencionadas. Además, es posible que den implicaciones por parte de

los investigadores, de las ideas implícitas del documento que propongan características correspondientes a las concepciones sobre modelización matemática.

3.7.3. *Análisis con Codificación Selectiva*

Para caracterizar las concepciones de los docentes sobre la modelización matemática como proceso matemático y estrategia metodológica se realizó una síntesis entre la interpretación de las preguntas cerradas del cuestionario, el análisis de las preguntas abiertas del cuestionario y el análisis de los datos obtenidos en la entrevista semiestructurada. Para este fin, se seleccionó la técnica denominada codificación selectiva que consiste en “ahondar en las conceptualizaciones alrededor de una categoría central, recopilando nuevos datos de ser necesario, con el propósito de lograr mayor definición de la categoría” (Monge, 2015, p. 80).

Además, se deben de considerar la frecuencia de cada uno de los códigos, el significado de cada categoría en comparación al discurso de los participantes y la descripción de cada una de las categorías en el contexto trabajado (Hernández et al., 2014).

Con este análisis se obtuvo la postura de los docentes respecto a la modelización matemática y cómo la conciben.

3.7.4. *Análisis con Triangulación*

Okuda y Gómez-Restrepo (2005) establecen que “la triangulación se refiere al uso de varios métodos (tanto cuantitativos como cualitativos), de fuentes de datos, de teorías, de investigadores o de ambientes en el estudio de un fenómeno” (p. 119).

Para esta investigación, se utilizó una triangulación de datos, la cual “consiste en la verificación y comparación de la información obtenida en diferentes momentos mediante los diferentes métodos” (Okuda y Gómez-Restrepo, 2005, p. 121).

Los diferentes métodos para aplicar la triangulación consisten en los resultados obtenidos en la codificación selectiva y los datos de la ficha de contenido aplicada a los programas de estudio de matemáticas del MEP. Por lo cual, se estableció la relación entre los programas de estudio de matemáticas y el discurso de los docentes.

4. Capítulo IV: Resultados y Análisis

En este capítulo se presentan los hallazgos de la presencia de la modelización matemática en los programas de estudio de matemáticas del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica; los datos obtenidos en el cuestionario aplicado a los sujetos de investigación; y los datos obtenidos en la entrevista aplicada a ciertos docentes seleccionados. Además, en esta sección se realiza un recorrido por cada uno de los objetivos planteados en esta investigación realizando un análisis de las evidencias encontradas en los programas de estudios de matemática y los discursos de los educadores participantes.

En cuanto a los resultados de los instrumentos, se analiza un total de 64 páginas de los programas de estudio de matemáticas del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica – descritas en el apartado de Fuentes de información, programas de estudio de matemática– en busca de evidencia de las categorías: fases de la modelización; ciclos de la modelización matemática; competencias de la modelización matemática; y criterios de selección de problemas. Se dejan de lado las categorías importancia y practicidad, ya que estas responden a las interpretaciones de los docentes y su uso en clases, además de que por su naturaleza no son evidenciadas en los programas de estudio de matemática.

El proceso requirió un “análisis de contenido” por cada sub-categoría de análisis, de cada sección de los programas de estudios, extrayendo las ideas textuales donde evidenciarán las características de las categorías de análisis de la investigación, además de un contraste con lo establecido en el marco teórico.

Seguidamente, se plasman los resultados obtenidos al aplicar el cuestionario a los docentes de matemática que laboran para el Ministerio de Educación Pública en instituciones con la modalidad académica y diurna, en el circuito 07 de la Dirección Regional de Educación de Heredia. A estos docentes se les aplicó el instrumento en su totalidad, algunos de forma presencial, en conjunto o individualmente, y otros de manera virtual.

El análisis del cuestionario está comprendido en dos partes: la primera corresponde a las respuestas de las preguntas cerradas del cuestionario; la segunda parte comprende las respuestas de las preguntas abiertas. Para mantener la confidencialidad se codificaron los docentes como: Doc-01, Doc-02, ..., Doc-24.

Por último, se presenta los resultados de la entrevista semiestructurada, la cual se enfocó en la subcategoría “modelo real” y el uso de la modelización matemática como herramienta metodológica utilizada por los docentes en proceso de enseñanza y aprendizaje en el salón de clases, lo cual responde a las categorías “competencias” y “criterios de selección de problemas”.

Los datos se presentan organizados según las categorías y subcategorías de análisis establecidas en esta investigación para modelización matemática. Sin embargo, es necesario rescatar que en el cuestionario no se contempló la subcategoría “modelo real”, la cual corresponde a la categoría “Fases”. Esto debido a que se decidió contemplar en la entrevista semiestructurada diseñada para algunos docentes sujetos de interés.

Es importante esclarecer que en cuanto a una de las variables denominada grupo profesional, la cual se cataloga según el Servicio Civil de Costa Rica, todos los docentes de la población tenían la categoría MT4 o superior.

También, en cuanto a la edad, el docente de menor edad fue de 25 años cumplidos, mientras que el de mayor edad fue de 55 años.

Por último, en cuanto a la experiencia, la persona de la población con menor cantidad de años de experiencia como docente fue de 3 años, y la mayor experiencia presentada fue de 33 de trabajar como profesor de matemáticas.

En el estudio participaron 24 docentes, de los cuales 10 eran mujeres, 7 tenían 45 años de edad o más, 19 obtuvieron su bachillerato universitario en una institución pública y la mitad indicó tener capacitación en modelización matemática.

Tal y cómo fue explicado en el capítulo de metodología, las categorías de análisis y subcategorías, fueron abarcadas a partir de los distintos instrumentos.

De esta manera, las categorías Fases, Competencias y Criterios de Selección de Problemas fueron abordadas en los tres instrumentos aplicados. Mientras que las categorías de Importancia y Practicidad sólo fueron abordadas en el cuestionario y la entrevista, y la categoría Ciclo de Modelización, fue abordada por la ficha de contenido y el cuestionario.

A continuación se presentan los resultados de los instrumentos aplicados el análisis realizado a partir de los objetivos propuestos en la investigación.

4.1. Concepción de Modelización Matemática que se Establece en los Programas de Estudio de Matemáticas del Ministerio de Educación Pública

En los programas de estudio de matemáticas se registró evidencias de la presencia de la modelización matemática, de manera implícita y explícita, en las categorías de análisis de este estudio, por lo cual se pudo establecer con base a lo establecido en los programas de estudio de Matemáticas del MEP (2012) una concepción de la modelización matemática.

Las categorías analizadas en los programas de estudio fueron: CT3 Fases de la Modelización, CT4 Ciclos de Modelización, CT5 Competencias, CT6 Criterios de Selección de Problemas. De esta forma, la concepción de modelización presente en los programas de estudio se estructuró a partir de las categorías de análisis definidas, las cuales se detallan a continuación.

4.1.1. Evidencias de las Fases de la Modelización Matemática en los Programas de Estudio de Matemáticas

Los instrumentos creados para esta investigación responden a cuatro fases establecidas por distintos autores para la modelización matemática, y aunque dependiendo del autor pueden existir más, estas cuatro son los puntos en común entre las diferentes teorías.

A continuación se muestran los resultados del análisis efectuado de los programas de estudio de matemáticas en lo que corresponde a las diferentes fases de la modelización matemática.

CT3-RS Situación real

En los programas de estudio de matemática, se enfatiza que: “el enfoque principal que asume este currículo es el cultivo de la resolución de problemas en contextos reales” (MEP, 2012, p. 21). Estableciendo tareas que deben corresponder a situaciones pertinentes para un contexto costarricense.

Por otra parte, MEP (2012) menciona que la tecnología proporciona un medio tanto de apoyo como de visualización para fortalecer los contextos reales y el uso de la modelización, “con tecnología es posible simular situaciones reales y reorganizar las demandas cognitivas que plantea un problema; redefinir las estrategias que se pueden diseñar” (p. 32).

CT3-SM Representación mental de la situación (situación modelo)

En el apartado de Fundamentos, establece cinco procesos matemáticos, donde uno de ellos es “Plantear y resolver problemas”. Refiere al planteamiento de problemas y el diseño de estrategias para resolverlos. En este sentido se menciona que, “la representación y manipulación de objetos matemáticos no deben verse como un fin en sí mismo, debe entenderse que estas representaciones y sus leyes expresan a la vez acciones mentales y características de los objetos matemáticos” (MEP, 2012, p. 58). Al evidenciar un proceso mental es coherente con lo que establece la representación mental en las fases de modelización.

Aquí se dará un lugar privilegiado a los problemas en contextos reales.

Se trata de capacidades para determinar entonces las estrategias y métodos más adecuados al enfrentar un problema, para valorar la pertinencia y adecuación de los métodos disponibles y los resultados matemáticos obtenidos originalmente, además de la capacidad para evaluar y controlar el desarrollo de su trabajo en la resolución de problemas. (MEP, 2012, p. 25)

Esta fase presenta las asociaciones que hace la persona en su mente. Los programas de estudio reconocen esta fase cuando dan a entender la existencia de un proceso mental de los estudiantes, donde se considera la planeación y el diseño de estrategias que darán pie a la confrontación de una tarea.

CT3-RM Modelo real

Los programas de estudio de matemáticas muestran evidencia de esta fase al mencionar que:

Un lugar relevante lo ocupa la acción de conjeturar, pues es un camino central para el descubrimiento. Se trata en general de plantear una conjetura y buscar los medios para justificarla (en adecuación a cada nivel educativo), ya sea por medio de materiales concretos, diagramas, calculadoras u otros instrumentos. (MEP, 2012, p. 56)

Además, establece que el proceso de razonar y argumentar “es la expresión y comunicación oral, visual o escrita de ideas, resultados y argumentos matemáticos al docente o a los otros

estudiantes” (MEP, 2012, p. 25). De manera que “se puede usar la comunicación matemática para introducir nuevos conceptos (pidiendo la elaboración de diagramas, de expresión de ideas, de colocación de símbolos y expresiones)” (MEP, 2012, p. 57).

Contemplando que uno de los objetivos es “propiciar la redacción y la comunicación de respuestas. Una actividad privilegiada que convoca estos últimos procesos matemáticos es la redacción cuidadosa de las soluciones y su comunicación oral o escrita en el subgrupo o en la clase completa” (MEP, 2012, p. 59).

Estableciendo así, que es necesaria la justificación y argumentación de los procesos desarrollados en la resolución de problemas, la expresión mediante conjeturas a sus iguales y al docente a cargo.

CT3-MM Modelo matemático

MEP (2012) define el modelo matemático como el “conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que traducen, de cierta forma, un fenómeno estudiado o un problema o situación real” (p. 474). Por otro lado menciona que, “puede ser un diagrama con flechas, un manipulable, una tabla, una gráfica. Un modelo refiere a una situación específica, pero al mejorarse con acciones cognitivas deberá ser capaz de poder usarse en otros contextos” (MEP, 2012, p. 31).

Los programas de estudio de matemáticas del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, establecen seis pasos para lograr la modelización matemática, semejantes a las cuatro fases establecidas por la modelización matemática. En MEP (2012), se plantea:

Paso 2. Sistematización: una selección de objetivos, la información y las relaciones relevantes del problema que le permiten obtener una posible representación o idealización matemática.

Paso 3. Modelo Matemático: una traducción de los objetos y las relaciones del paso anterior en lenguaje matemático, de tal forma que obtenga un modelo que represente lo que ocurre en la realidad. (p. 31)

Este paso, como parte de la propuesta realizada por MEP (2012) se asemeja a una de las fases –modelo matemático– de la modelización matemática.

4.1.2. Análisis de las Evidencias de las Fases de la Modelización Matemática en los Programas de Estudio de Matemáticas

Basado en las ideas del MEP (2012) se puede mencionar que las situaciones que se les presentan a los estudiantes deben estar basadas en un enfoque de resolución de problemas realistas, dando inicio al proceso de modelización con el estudiantado. Este proceso de modelización debe estar apoyado en herramientas tecnológicas para realizar recreaciones que fomenten los contextos reales que faciliten las necesidades cognitivas de los estudiantes.

No se evidencia de forma explícita la indicación para la presentación de la situación a los estudiantes –asociado a la situación real–, solo que se puede utilizar la tecnología para facilitar la cercanía a los alumnos con el problema que se desea trabajar.

Los programas de estudio aproximan en sus indicaciones la fase de representación mental de la situación, describiendo que las representaciones, leyes y objetos matemáticos, se deben observar como acciones mentales de la persona. Además, se plantea que los estudiantes poseen las capacidades ante un problema de determinar las estrategias, métodos y resultados, para controlar la solución de los problemas que se le presenten. Estableciendo de esta manera una etapa de la modelización que se sitúa en la mente de los estudiantes, resaltando que, ellos como personas tienen las habilidades propias para realizar los procesos pertinentes para examinar un problema.

En la fase de modelización matemática denominada modelo matemático, el MEP (2012) realiza una definición que coincide con los autores de esta investigación, estableciendo que es un conjunto de relaciones y símbolos matemáticos, los cuales traducen la situación planteada. Añadido a esto mencionan que se puede utilizar varias expresiones externas (tablas, graficas, diagramas, entre otras) para realizar la relación entre el fenómeno planteado y el lenguaje matemático.

El MEP (2012) reitera la importancia de la comunicación y la redacción de la solución de una situación planteada, este proceso tiene que ser acorde al nivel educativo que cursa el estudiante. Esto es una mención de la fase de la modelización matemática conocida como modelo real, el proceso interno que realiza el estudiante durante la modelización implica tanto la conjetura como justificación, ideas que comparte los programas de estudio de

matemáticas establecidas en el proceso de razonar y argumentar. Se contempla este proceso como una habilidad o capacidad del estudiante, no como parte del proceso que el mismo ejecuta durante la modelización matemática.

La presencia de las fases de la modelización matemática se evidenció a lo largo de los programas de estudio de matemática, regularmente de manera indirecta casi todas de ellas. Se puede destacar principalmente la fase de modelo matemático, la cual es la más explícita en los programas de estudio de matemática. Por otro lado, las otras fases se pueden confundir como habilidades que debe tener el alumnado, no como parte del proceso de modelización.

4.1.3. Evidencias de los Ciclos de Modelización Matemática con Respecto a los Programas de Estudio de Matemáticas

La modelización matemática establece varios ciclos distintos, dependiendo del área en que se desee aplicar o el investigador que desarrolla la teoría. Sin embargo, como anteriormente se estipuló, para efectos de esta investigación se tomaron dos ciclos en cuenta: el ciclo de modelización matemática para matemática aplicada y el ciclo de modelización matemática didáctico pedagógico.

“El elemento esencial de la contextualización activa es la modelización” (MEP, 2012, p. 36). Los programas de estudio de matemáticas promueven de gran forma la contextualización activa, desde la selección de problemas hasta su aplicación en clase. Por ende, y por como se afirma en los mismos programas, se requiere modelización para llegar a eso.

Por otro lado, es importante mencionar en este punto que según la investigación de Chavarría (2018), los programas de estudio de matemáticas del MEP no cuentan con una contextualización real en los problemas propuestos para los docentes de matemáticas del tercer ciclo de la educación general básica.

Esta categoría de análisis contempla un proceso cíclico completo de la modelización matemática desde su fase inicial hasta su fase final. Por ello, las preguntas cerradas y las preguntas abiertas pueden ser una mejor forma de conocer las concepciones docentes respecto a estos ciclos mencionados.

A continuación se presentan los hallazgos en cuanto a los ciclos de modelización matemática, y así visualizar a cuál ciclo se acerca más en caso de presentarse coincidencias.

CT4-MA Ciclo de la modelización matemática para matemática aplicada

MEP (2012) evidencia este ciclo al mencionar que:

Trabajar en estos contextos diversos favorece una matematización (usar matemáticas para representar o modelar situaciones del entorno) que –aunque debe ser adaptada al medio escolar– corresponde a aquellas actividades similares realizadas en los quehaceres matemáticos más generales. (p. 28)

Esto evidencia que el trabajo de modelado se debe reflejar en contextos realistas, cercanos al estudiante, que aproximen a las prácticas que deben afrontar los matemáticos generalmente. Además que al “usar o aplicar las Matemáticas dentro de contextos reales (bien seleccionados) se promueve el contacto con los objetos matemáticos en su relación privilegiada con la realidad de donde emergieron” (MEP, 2012, p. 28). Promoviendo un contacto del educando con acciones matemáticas más elaboradas, con el uso adecuado de este conocimiento se permita reflexionar ante modelos que reflejen la realidad que se desea representar.

CT4-DP Ciclo de la modelización matemática didáctico o pedagógico

En los programas de estudio de matemáticas “el enfoque principal... es la resolución de problemas en contextos reales” (MEP, 2012, p.36), y para ello se plantean dos énfasis: “La resolución de problemas como estrategia metodológica principal y una contextualización activa como un componente pedagógico especial” (MEP, 2012, p.36). Por tanto debemos partir de la contextualización activa y cómo la entienden los docentes, ya que a lo largo de todos los programas de estudio se establece como uno de los principales énfasis.

En primera instancia, según el MEP (2012) “el elemento esencial de la contextualización activa es la modelización” (p. 36). Por ende, la modelización debería estar presente siempre en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y durante el proceso matemático específico para este programa: Plantear y resolver problemas. Sin embargo, MEP (2012) afirma que “no se trata de que todos los problemas de aula sean de modelización, pero que éstos sean una parte importante de la acción educativa” (p. 36).

El MEP (2012) en sus programas de estudio de matemáticas señala, lo que no debe ser considerado una contextualización activa y tipifica un error que se puede cometer al utilizar la contextualización en la labor docente:

Contextualizar una situación matemática (si Juan tenía 400 colones y gastó 200 en caramelos, ¿cuántos colones le quedan?). Esas contextualizaciones... no activan intereses y acciones cognitivas de nivel superior ni procesos matemáticos: no generan un involucramiento estudiantil activo. Al contrario, para despertar el interés y la participación, se propone usar problemas en contextos reales que provoquen la construcción o uso de modelos (...). Los mismos “problemas” tradicionales que aparecen en muchos libros de texto (como apéndice) pueden ser enriquecidos si se colocan en la perspectiva de la modelización y usados para construir capacidades cognitivas superiores. (p. 36)

Es importante resaltar el hecho que, para el MEP, la contextualización activa está completamente ligada a la modelización y el uso de modelos matemáticos, por ende deben ser utilizados prioritariamente en el aula.

Además, se establecen 6 pasos que se deben llevar a cabo en la modelización matemática (Tabla 5).

Tabla 5

Pasos en la modelización según el MEP

Pasos	Descripción
Paso 1. El Problema.	Un problema que describe una situación de la realidad que de ser modelizada.
Paso 2. Sistematización.	Una selección de los objetos, la información y las relaciones relevantes del problema que le permitan obtener una posible representación o idealización matemática.
Paso 3. Modelo Matemático	Una traducción de los objetos y las relaciones del paso anterior en lenguaje matemático, de tal forma que obtenga un modelo que represente lo que ocurre en la realidad.
Paso 4. Solución.	Uso de los conocimientos matemáticos previos para poder encontrar la solución o soluciones del modelo planteado en el

- paso anterior, de esta forma se podrá obtener una aproximación de la solución del fenómeno que se está idealizando en el paso 1.
- Paso 5. Interpretación. Análisis de los resultados y las conclusiones considerando los conocimientos previos que se tienen del problema.
- Paso 6. Evaluación. Verificación a la luz de los resultados matemáticos de la validez del modelo y el poder predictivo que dicho modelo tiene sobre el problema original. Para este proceso puede utilizarse la comparación con datos observados y/o el conocimiento teórico o por experiencia personal que se tenga del problema.
-

Fuente: MEP (2012, p. 31)

Se puede observar de esta forma, la similitud que tienen estos pasos con los propuestos y explicados por Villa (2007) anteriormente.

Ampliando el concepto de modelización, el MEP (2012) nos menciona que: “El espíritu de la modelización reside en la identificación, manipulación, diseño y construcción de modelos matemáticos sobre situaciones auténticas del entorno” (p. 31).

4.1.4. Análisis de las Evidencias de los Ciclos de Modelización Matemática con Respecto a los Programas de Estudio de Matemáticas

Según lo descrito en los programas de estudio de matemáticas del MEP (MEP 2012), se puede evidenciar que los autores de dichos programas hacen reconocimiento de la modelización matemática fuera del ámbito educativo, y que este no es el único entorno donde se puede aplicar todo el proceso de modelización matemática. Esto, bien puede responder al ciclo de modelización matemática para matemática aplicada, ya que –en simples palabras– este ciclo hace referencia al proceso que conlleva una persona al resolver una situación problema con herramientas matemáticas, con una finalidad específica dentro de un contexto.

Sin embargo, se ha podido constatar que, MEP (2012), engloba la modelización, matematización, contextualización real, resolución de problemas, entre otros aspectos, en el ámbito escolar y educativo del sistema público costarricense. Es decir, aplica la teoría en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, donde los principales protagonistas son los docentes y los estudiantes. Incluso los programas de estudio de matemáticas hacen

una referencia explícita en que la modelización debe estar presente en la acción educativa, lo cual está en concordancia con lo que plantea el ciclo pedagógico de la modelización matemática.

En los programas de estudio se plantean una serie de pasos para la modelización (*Tabla 5*), donde se describe el ciclo pedagógico y cada una de sus etapas, denominadas por MEP (2012) como “pasos”, lo cuales –como ya se mencionó– guardan mucha similitud con los pasos propuestos por Villa (2007) del ciclo de la modelización pedagógico, con lo que se demuestra una estrecha conexión entre la literatura de investigadores reconocidos en el campo y lo que propone resumidamente los programas de estudio para los docentes de educación primaria y secundaria de nuestro país.

Por lo anterior, los programas de estudio de matemáticas entienden, el ciclo pedagógico de la modelización matemática como el ciclo de referencia para el desarrollo de las lecciones de nuestro sistema educativo.

4.1.5. Evidencias de las Competencias Docentes de la Modelización Matemática en los Programas de Estudio de Matemáticas

En este apartado se evidencian competencias de la modelización matemática presentes en los programas de estudio de matemáticas del MEP. Puntualmente se presentan datos de las subcategorías: Observación y experimentación; delimitación del problema; selección de estrategias; evaluación y validación; y conexión a otros modelos.

Las competencias docentes responden al uso de la modelización matemática como herramienta metodológica para los procesos de enseñanza y aprendizaje, un aspecto muy relevante en esta investigación para conocer las concepciones docentes respecto a su quehacer diario laboral y qué tanto concuerdan con lo estipulado por la teoría modelización matemática y lo propuesto en los programas de estudio.

CT5-CO Observación y experimentación

Según MEP (2012): “En el aula, el momento y la forma para introducir un problema deben constituir parte de la planificación docente” (p. 30). Incluso, en las recomendaciones que MEP (2012) brinda a los docentes como un “estilo para organizar la lección”, dentro del capítulo III. Gestión y Planeamiento Pedagógicos, establece:

Aquí se sugiere un estilo para organizar las lecciones donde se apoye la multidireccionalidad de los aportes estudiantiles y docentes, donde haya una participación activa y una construcción colectiva de significados, para así activar procesos matemáticos que hagan progresar la competencia matemática. (p. 41)

Este mismo apartado, “estilo para organizar la lección”, se divide en dos etapas, la primera llamada “el aprendizaje de los conocimientos”, en la cual se desglosan cuatro pasos o “momentos centrales”: 1. Propuesta de un problema; 2. Trabajo estudiantil independiente; 3. Discusión interactiva y comunicativa; y 4. Clausura o cierre. La segunda etapa llamada “la movilización y aplicación de los conocimientos”.

El paso 1 –Propuesta de un problema– plantea que:

En esta primera fase se coloca como un punto de partida un problema (contextualizado cuando resulte pertinente), un desafío inicial o una actividad para provocar la indagación.

Esta propuesta supone una escogencia apropiada con base en el lugar que ocupa el contenido y las expectativas de aprendizaje dentro de la programación del curso y las condiciones específicas del grupo de estudiantes con el que se trabaja. (MEP, 2012, p. 42)

El MEP, en sus programas de estudio de matemática, reconoce y hace saber a los docentes lo indispensable que es elegir un problema si desea generar aprendizaje significativo, pero se debe contemplar muchas variables para una correcta lección, por lo que se debe planear bien y no improvisar. Y junto con esto, el problema no lo es todo: “no todo problema permite conducir a ideas matemáticas aunque sea interesante o divertido, por eso la acción docente es decisiva para el diseño de problemas apropiados” (MEP, 2012, p. 56).

MEP (2012) añade: “La acción docente deliberada es la que propicia que se active un proceso y, por eso, la planificación pedagógica y el diseño de tareas matemáticas deben efectuarse cuidadosamente” (p. 58). Esto resalta lo importante que es la tarea docente en planificar su clase, seleccionar los problemas para trabajar con modelización tomando en cuenta la realidad de sus estudiantes y la acción en el aula al ejecutarlo.

CT5-CD Delimitación del problema

MEP (2012) establece que los docentes al trabajar con la resolución de un problema deben “tener claridad sobre lo que trata el problema antes de empezar a resolverlo” (p. 27). Por otro parte, se menciona que “la organización de la lección debe ofrecer oportunidades para la participación estudiantil activa e interactiva” (MEP, 2012, p. 38).

Los programas de estudios de matemáticas –en el apartado de organización de la lección– plantean trabajo estudiantil independiente, que es descrito de la siguiente manera:

En esta fase se ofrece tiempos para el trabajo individual, en parejas o en subgrupos.

En la misma se dan varias subfases:

- apropiación del problema,
- formulación de estrategias-hipótesis-procedimientos,
- resolución del problema o investigación estudiantil.

Esta fase se consigna como una “fase independiente” en cuanto que no hay una intervención docente directamente y se deja a la persona enfrentar el problema por sí misma. (MEP, 2012, p. 42)

El educador precisa un diseño de lección donde su intervención sea la necesaria, que permita que las actividades del educando fluyan sin ser opacadas por las acciones del docente.

MEP (2012), describe la interacción del docente indicando que:

No sólo el diseño de tareas matemáticas es importante. También lo es la acción directa docente durante las actividades propuestas. Su intervención en cada fase de la lección apoyará el desarrollo de procesos. No logrará realizarlos adecuadamente si se extralimita en su participación (por ejemplo, resuelve los problemas en la pizarra ante la menor duda, o da indicaciones improcedentes), se ausenta indebidamente de la actividad, o si no aporta correctamente el conocimiento necesario que completaría un proceso de trabajo estudiantil. La acción docente directa es crucial. (p. 27)

Lo anterior evidencia que MEP (2012) da al docente un carácter premonitorio ante las posibles situaciones que se le presenten, “estas acciones deben preverse, o al menos

conviene diseñar una actitud general: por ejemplo, cuándo dar sugerencias y de qué tipo” (MEP, 2012, p. 46). Siendo la capacidad del educador la que construya actividades que proveen al estudiante un camino el cual seguir y que las aportaciones que realice solo orientaciones generales.

Otra de las características que se presenta en los programas de estudio de matemáticas es la presencia del docente, el MEP (2012) menciona que “es necesario entrenar a las y los estudiantes en las diferentes etapas de la resolución de problemas como la comprensión de los mismos, el trazado de planes de acción y la evaluación o monitoreo de las acciones” (p. 56).

Además, MEP (2012) amplía esta idea exponiendo que: “es medular una intervención docente en términos de guía, asesoramiento y formulación de preguntas apropiadas pero con plena conciencia del momento en que debe actuar y en el que se debe dejar confrontar el problema” (p. 43).

Se establece que el docente es un apoyo para que el estudiante se desenvuelva al enfrentarse con un problema, no como un proveedor de soluciones sino como un medio para la construcción de conocimiento.

CT5-CS Selección de estrategias

MEP (2012), en uno de los pasos que plantea para la resolución de problemas considera un aspecto similar a la competencia docente para generar modelización matemática –selección de estrategias–: “Paso 2. Diseño: Considerar varias formas para resolver el problema y seleccionar un método específico” (p. 30).

Los estudiantes son capaces de generar distintos modelos matemáticos para resolver una situación planteada, algunos más precisos que otros, pero todos válidos para generar conocimiento y aprendizaje. Por ello, el docente debe discernir entre el modelo deseado que cumpla con el contenido matemático que se desea repasar y el que no.

Además, en los programas de estudio de matemáticas del MEP, se presenta un apartado titulado “La organización de las lecciones”, con recomendaciones para los docentes y ejemplos de metodología para aplicar en sus clases. Dentro del paso número 2 –Trabajo estudiantil independiente–, de la primera etapa, titulada “el aprendizaje de los

conocimientos”, se establece lo que el docente debe incentivar al estudiante a realizar la tarea asignada, así como la importancia que tiene el hecho de contar con varias estrategias para generar aprendizaje significativo:

No hay aprendizaje significativo sin esta etapa de confrontación con el problema. Al realizarse en el aula, sin embargo, es necesaria una acción docente apropiada, precisa y activa.

En esta fase la persona debe conocer alguna estrategia que le permita resolver el problema, pero no aquella que se base en el conocimiento que se desea enseñar. Por otra parte, conviene que el problema pueda permitir el uso de varias estrategias. (MEP, 2012, p. 42)

La modelización matemática permite tomar un problema tradicional y con algunas modificaciones o con otro tipo de abordaje en el aula, hacer una tarea más enriquecedora y mayor impacto en el aprendizaje significativo. Es importante para ello, considerar todas las posibles estrategias para su solución, incluso las incorrectas para tomarlos como posibles modelos no convenientes. MEP (2012), coincide con la importancia de establecer distintas estrategias para la resolución de un problema:

Las estrategias para la resolución de problemas deben ser introducidas no de manera abstracta sino en las instancias específicas en los problemas escogidos: a veces será potenciar el uso de diagramas, otras el reconocimiento de patrones, o la prueba con la exhibición de casos, etc. (p. 56).

CT5-CE Evaluación y validación

Los programas de estudio de matemáticas establecen, –en el proceso de razonar y argumentar– que:

Busca desarrollar capacidades para permitir la comprensión de lo que es una justificación o prueba en matemática, para desarrollar y discutir argumentaciones matemáticas, para formular y analizar conjeturas matemáticas, para usar fórmulas o métodos matemáticos que permitan la comprensión o desarrollo de informaciones presentes. (MEP, 2012, p. 24)

Por lo cual, el educador debe someter los modelos construidos por los estudiantes a un control, “para valorar la pertinencia y adecuación de los métodos disponibles y los resultados matemáticos obtenidos originalmente” (MEP, 2012, p. 25). Donde el educador debe fundamentar las razones para la aceptación o negación de los procedimientos realizados por los estudiantes.

Además MEP (2012) describe –en el proceso de comunicar– que “este proceso busca potenciar la capacidad para expresar ideas matemáticas y sus aplicaciones usando el lenguaje matemático (reglas de sintaxis y semántica) de manera escrita y oral a otros estudiantes, docentes y a la comunidad educativa” (p. 25).

Para este fin, durante el desarrollo de la lección de matemáticas:

Se ofrece tiempo para aportar soluciones o estrategias, y luego se pide que se comuniquen. Éste puede empujar a que esto se haga de diversas maneras y que se contrasten las soluciones. Al hacer eso se realiza el proceso matemático Comunicar y en esa contrastación poner en juego otras actividades asociadas a procesos (Razonar y argumentar). (MEP, 2012, p. 27)

En los programas de estudios de matemáticas –en el apartado de organización de la lección– plantean discusión interactiva y comunicativa, que es descrito: “con la guía docente, este tercer momento permite espacios para la valoración y contrastación de resultados, soluciones o elaboraciones aportadas, entrando en juego la argumentación y la comunicación” (MEP, 2012, p. 42).

“Este proceso se puede reforzar por medio de la actividad de grupo, en la que se contrasten las argumentaciones o justificaciones que aporta cada estudiante, siempre con la guía docente” (MEP, 2012, p. 56). En contra parte MEP (2012), afirma que “no conviene ofrecer la respuesta o la ruta de solución al problema, pues se quita la posibilidad de activar las acciones cognitivas que son las que van a provocar aprendizaje y desarrollo de capacidades matemáticas” (p. 43).

La generación de espacios de discusión es pertinente para el desarrollo de las lecciones, donde los estudiantes propongan sus resultados y los métodos que le permitieron llegar a ellos.

“Se propulsa una actividad en las lecciones para que cada estudiante contraste y comunique sus ideas y soluciones, activando así procesos matemáticos relevantes” (MEP, 2012, p. 44). Mientras que el educador es el encargado de guiar las propuestas, mediar la discusión y corregir las ideas que no son pertinentes, intentando rescatar los razonamientos apropiados.

MEP (2012) propone que:

La participación en la pizarra frente al conjunto del grupo refuerza la competencia de comunicación matemática, y la seguridad y confianza de cada estudiante; sin embargo debe hacerse con cuidado para no ofrecer una visión equivocada de los contenidos tratados. Siempre es necesario que cada docente haga el cierre pedagógico para mostrar los contenidos matemáticos con precisión. (p. 46)

CT5-CC Conexiones a otros modelos

MEP (2012), en el planteamiento de sus fundamentos, conoce la importancia de hacer la conexión con otros modelos: “la competencia matemática se formula en relación con el uso de las Matemáticas para describir, comprender y actuar en diversos contextos de su realidad (personales, físicos, sociales, culturales)” (p. 23).

Añadido a esto, entre “los procesos matemáticos” establecidos por MEP (2012), entendidos como actividades cognitivas que realizan los individuos para adquirir conocimientos matemáticos, se encuentra el proceso “conectar”:

Este proceso transversal pretende el entrenamiento estudiantil en primer lugar en la obtención de relaciones entre las diferentes áreas matemáticas, lo cual se deriva de las características centrales de los quehaceres matemáticos: el carácter integrado de los mismos. Los matemáticos profesionales aplican métodos y objetos matemáticos de unas áreas en otras. (...)

Con esta multiplicidad de conexiones se comprenden mejor los límites y el significado de muchos de los objetos matemáticos. En el contexto escolar, entrenar y desarrollar la capacidad para hacer conexiones puede hacerse en todos los niveles educativos sin gran dificultad. (p. 25)

Bajo esta misma línea, los programas de estudio de matemática, MEP (2012) establecen recomendaciones pedagógicas para que así los docentes generen capacidades cognitivas

superiores, las cuales, se relacionan con las competencias docentes expuestas por Villa (2007) para realizar modelización matemática:

Con preguntas adecuadas que provoquen más implicaciones o derivaciones para así impulsar el razonamiento y la argumentación, mediante conexiones con otras áreas matemáticas, con la generación de la expresión y comunicación de las ideas en varios planos, o con una motivación para que las entidades matemáticas que entran en juego se puedan representar de distintas maneras. (...)

Se puede pedir que se vincule esta situación con alguna otra área matemática, y se podría pedir además que justifiquen varios pasos o interrogarles sobre lo que pasaría al modificarse alguna condición apropiada de la situación inicial. Al hacer esto, se realizan también otros procesos matemáticos. (p. 27)

El hecho de llevar más allá de las aulas el conocimiento matemático, es importante para el Ministerio de Educación Pública, y es lo que debe de marcar el rumbo del proceso de enseñanza y aprendizaje.

En los estilos propuestos para organizar las lecciones, según MEP (2012), con el fin de generar aprendizaje matemático, se establecen dos etapas. La segunda etapa: la movilización y aplicación de los conocimientos; pretende generar una conexión con otros modelos matemáticos:

En la etapa 2 (de movilización y aplicación de los conocimientos aprendidos) se trata de obtener que se trabajen de forma mecánica algunos de los procedimientos aprendidos, que amplíen su dominio de las formas de expresión o representación de los conocimientos como fórmulas, símbolos, gráficas y diagramas. Y también incluye la aplicación de los nuevos conocimientos en contextos diferentes. Es una etapa en la que se puede realizar conexión con otras áreas y alguna reflexión adicional. (MEP, 2012, p 47)

4.1.6. Análisis de las Evidencias de las Competencias Docentes de la Modelización Matemática en los Programas de Estudio de Matemáticas

Según nuestro análisis, en los programas de estudio de matemáticas del MEP, se establecen ciertas indicaciones para los docentes, las cuales tienen relación con las competencias docentes planteadas por distintos autores de la modelización matemática.

En primera instancia, en los programas de estudio de matemáticas se resalta a los docentes que para introducir un problema, se debe de planificar bien, tomando en cuenta los aportes de los estudiantes y los datos recopilados de estos. Además, se hace énfasis en que un problema no lo es todo, la forma en que el docente abarque ese problema seleccionado es de gran importancia también. Sin embargo, se menciona el hecho de que no siempre es factible aplicar la modelización matemática según el tema a tratar en clase, aspecto del cual no se encontró evidencia en lo expuesto por las investigaciones revisadas.

También, se indica a los docentes que un problema no debe llevarse al aula de forma improvisada, por el contrario, debe de organizarse la lección tomando en cuenta la mayor cantidad de variables posibles, así como la participación de los estudiantes en su solución, tal como lo promueve la teoría de la modelización matemática. Esta participación no consiste en comunicar ideas al azar, sino una participación que genere una apropiación de los alumnos, que formulen estrategias de resolución e hipótesis, hasta llegar a la resolución del problema. Es decir, se quiere fomentar que los estudiantes sean participantes activos en el proceso de enseñanza y que estos sean capaces de delimitar un problema.

Por otra parte, en los programas de estudio de matemáticas del MEP, se establece explícitamente el hecho de que el docente debe tener en cuenta, al llevar un problema matemático a la clase, varias formas de poder resolver y seleccionar la más conveniente para no perder el objetivo. Sin embargo, el docente no debe dejar de lado las otras formas de poder llegar a la solución, por el contrario, es conveniente seleccionar un problema con esta característica. Aspecto que coincide con la competencia “selección de estrategias” de la modelización matemática.

MEP (2012) concuerda con la idea de que para generar un aprendizaje significativo en los estudiantes, estos deben de confrontar el problema y sus posibles soluciones. Además, los estudiantes deben aprender a justificar sus respuestas matemáticas, debatir sus ideas e incluso brindar un contraejemplo de una solución errónea. Por ello se incentiva a los docentes a validar las respuestas o soluciones obtenidas de un problema de matemáticas, aspecto que coincide con las competencias de la modelización matemática. En los

programas de estudio de matemática, el docente debe tener la habilidad de fomentar en los estudiantes los procesos correspondientes de la modelización matemática, no solo su capacidad de resolver un problema, sino de comprender los razonamientos que lo llevan a sustentar sus conjeturas. Así mismo, se deben procurar introducir las formas de razonamiento por contradicción, inducción, uso de contraejemplos y las diferentes formas de la deducción.

Por último, a partir de lo expuesto en los programas de estudio de matemática, se entiende que la matemática debe de exportarse a otros ámbitos fuera del aula escolar, en distintos contextos. Así, el estudiante lograría darle un mejor significado a los objetos matemáticos y lograría conexiones con otros niveles educativos de una forma más sencilla. Incluso se asegura que estas conexiones lograrían un mejor lenguaje, expresión y comunicación de los alumnos, beneficiando así otras áreas cognitivas. Todos estos aspectos responden a la competencia “conexión a otros modelos” de la teoría de la modelización matemática.

En forma general, los programas de estudio de matemáticas plantean fases para el desarrollo de la lección, en cada una de ellas el estudiante juega un rol importante para el proceso del enseñanza y aprendizaje, aspecto que según nuestra óptica va muy de la mano con las competencias de la modelización matemática.

4.1.7. Evidencias de los Criterios de Selección de Problemas Para la Modelización Matemática en los Programas de Estudio de Matemáticas

Los criterios de selección de problema es una categoría seleccionada (CT6) a partir de la teoría de modelización matemática, tomando en cuenta como subcategorías los cinco criterios que fueron expuestos en esta investigación: CT6-S Significado de la tarea de modelización, CT6-C Contexto realista basado en la realidad, CT6-P Provocar más preguntas, CT6-E Estimulación de manera holística el aprendizaje, CT6-L Nivel del lenguaje apropiado.

La sección de “Metodología” y la de “Gestión de planeamiento pedagógico” en los programas de estudio del MEP, constituyeron el mayor aporte de evidencias con respecto a los criterios de selección de problemas en los programas de estudio, de hecho, en esta segunda sección, se establecen un apartado denominado “Consideraciones sobre el estilo

para organizar las lecciones” constituye una guía al docente sobre la aplicación de la propuesta en dichos programas de estudio.

A continuación se presentan un resumen de cada uno de los criterios establecidos identificados en los programas de estudio de matemáticas.

CT6-S Significado de la tarea de modelización

En los programas de estudio de matemáticas se evidencia esta característica al mencionar que “resolver problemas en contextos reales ofrece significados, sentido de utilidad y medios diversos para poner en juego las capacidades y habilidades matemáticas, y permite andamios para la construcción de los aprendizajes desde lo concreto hacia lo abstracto” (MEP, 2012, p. 36).

La construcción de problemas según MEP (2012) deben estar basados en: “contextos escolares, familiares, comunitarios, profesionales, científicos” (p. 36). Además enfatiza la importancia, de los problemas seleccionados, al considerar que “en el aprendizaje son decisivas la motivación y el interés” (p. 37).

Los programas de estudio de matemáticas establecen que:

La escogencia de un problema para el desarrollo de una lección debe estar establecida por los propósitos de aprendizaje de un conocimiento matemático y el desarrollo educativo que se realiza, y no, por ejemplo, por las estrategias o técnicas que supone para su solución. Aunque, sin duda, existe relación entre un problema rico en posibilidades de solución y los fines de un buen aprendizaje. (MEP, 2012, p. 29)

La comprensión de la tarea planteada constituye un factor considerable en los problemas, de tal manera que promuevan un aprendizaje que desarrolle, en los estudiantes, tanto las habilidades generales como matemáticas.

Se adopta aquí una premisa esencial: juegan un papel crucial los problemas reales, en los que aparecen los entornos físicos y socioculturales. Usar problemas extraídos de la realidad o que se puedan imaginar cómo reales promueve acciones cognitivas requeridas para el aprendizaje de las Matemáticas. (MEP, 2012, p. 28)

Según lo expuesto en los programas de estudio, el contexto de los estudiantes es una característica que debe tomarse en cuenta en la construcción de actividades.

CT6-C Contexto realista basado en la realidad

Los programas de estudio de matemáticas contemplan estas características al mencionar que:

Los contextos donde un problema puede emerger pueden ser diversos. Una situación de salud en el país, asuntos económicos, ambientales, culturales. Contextos escolares, familiares, comunitarios, profesionales, científicos. Pero también un problema puede diseñarse a partir de pasajes de la historia de las Matemáticas, de una representación artística donde es posible encontrar matemáticas, incluso un juego, un rompecabezas, un video, etc. (MEP, 2012, p. 29)

Señalando de forma amplia las posibles contextualizaciones que se pueden tomar en cuenta para asignar tareas, donde se contemplan intereses sociales, culturales y personales. Además:

Se propone usar problemas en contextos reales que provoquen la construcción o uso de modelos. Se trata de diseñar problemas sacados de las informaciones de prensa, de la escuela, de la comunidad, de la clase, de Internet. Los mismos “problemas” tradicionales que aparecen en muchos libros de texto (como apéndice) pueden ser enriquecidos si se colocan en la perspectiva de la modelización y usados para construir capacidades cognitivas superiores. (MEP, 2012, p. 36)

Esta gama de contextualizaciones se enriquecen mediante los múltiples medios de información que pueda tener el docente en la construcción de actividades que incentiven a los estudiantes y fomenten su empatía con las tareas planteadas.

MEP (2012) propone que “se plantea una contextualización activa que estimule la acción estudiantil, lo que requiere el uso importante de modelos sobre la realidad cercana” (p. 36). Considerando la proximidad una característica a considerar durante la selección de problemas que se desarrollan en el salón de clase.

De forma similar los programas de estudio de matemáticas establecen un enlace entre los diversos conocimientos de esta asignatura a lo largo de su desarrollo por el tiempo, los

cuales brindan una oportunidad para que el estudiante se compenetre de una forma más personal con intereses generales de la matemática.

MEP (2012) indica que la historia de la matemática:

Favorece conexiones entre matemáticas, Educación Matemática y concepciones generales de estudiantes y docentes. La Historia de las Matemáticas es el mejor medio para establecer vínculos entre matemáticas, Educación Matemática y la cultura global de una sociedad, y por eso mismo con las concepciones generales de los individuos. Esto es muy importante para trazar puentes entre enseñanza de las Matemáticas y estudiantes. (p. 64)

Además insta a que este interés puede fomentar tanto actitudes como habilidades en los estudiantes, al considerar el desarrollo de este conocimiento como vínculo entre el estudiante y el matemático como persona, no como personaje histórico, al afrontar situaciones que ellos mismos pueden resolver.

Colocar problemas tal cual aparecieron en la historia y a los que se enfrentaron los científicos y matemáticos de una época (con medios específicos) puede ser un recurso contextualizado especial para realizar procesos matemáticos fundamentales, para desarrollar habilidades y para darle la perspectiva adecuada a los quehaceres matemáticos. (MEP, 2012, p. 66)

Este recurso propicia que el estudiante genere un interés natural, no forzado ante problemas contruidos ante la imaginación del docente, conformando una empatía ante las situaciones que estuvieron confrontados otras personas antes que ellos.

El MEP (2012) afirma que esto conlleva una:

Potenciación de la contextualización activa. Ofrece oportunidades para desarrollar las conexiones de una manera natural, realista, lo que a veces se intenta hacer de una forma artificial que no provoca el interés. Puesto en otra manera, la Historia es un instrumento para potenciar la contextualización activa. (p. 64)

Por otro lado también es importante el enlace horizontal con las otras asignaciones, provocando pertinencia de las actividades planteadas para el desarrollo escolar, “lo que es apenas natural en esta área, las temáticas se presentan a través de problemas reales, que

generan conexiones con otras materias como Ciencias y Estudios Sociales, y que permiten favorecer actitudes positivas sobre las Matemáticas” (MEP, 2012, p. 55).

Externan los programas de estudio de matemáticas que:

Los elementos clave: las preguntas deben capturar el interés estudiantil, la secuencia debe generar variaciones crecientes en el tratamiento del tema y en la comprensión de los distintos elementos del tópico considerado. Las preguntas siempre deben formularse tomando como partida las respuestas estudiantiles. (MEP, 2012, p. 45)

La captura del interés del estudiante es una actividad que puede determinar la facilidad del desarrollo de las tareas en el salón de clase, pero además de esta característica debe tomar en cuenta las capacidades del alumno y su recorrido académico.

“Adaptación al nivel educativo y al área matemática. Estos procesos se deben identificar y adaptar apropiadamente en cada nivel educativo; además, su participación es distinta en cada una de las áreas matemáticas” (MEP, 2012, p. 59). Considerar las facilidades de los estudiantes en las diversas áreas de la matemática y su nivel de formación.

Las evidencias expuestas señalan una serie de posibilidades que posee el docente para el desarrollo de actividades en su clase, centrándose en contextos de un ámbito académico y cultural, que potencian la posibilidad de realizar conexiones con otras asignaturas.

Finalmente, existen algunas evidencias que enfatizan aquellas situaciones que estimulan el interés del estudiante y al mismo tiempo posean características apropiadas según sus posibilidades académicas como estudiante.

CT6-P Provocar más preguntas

Los programas de estudio de matemáticas del MEP, coinciden con esta visión y con la importancia de no limitar las habilidades matemáticas a una evaluación o a reproducir los ejercicios hechos por el profesor durante una clase:

Esto es fundamental, pues precisamente los problemas que permiten realizar procesos matemáticos fundamentales y originar capacidades matemáticas exigen dedicación, tiempo, esfuerzo y perseverancia. Si sólo se está en disposición de realizar esfuerzos mínimos difícilmente se podrá pasar de problemas del nivel de

reproducción y con ello se limitará fuertemente el progreso de su competencia matemática. (MEP, 2012, p. 51)

A partir de lo anterior nos recalcan la importancia de valores académicos que deben fomentar los estudiantes al realizar las actividades de aula, donde se indican que sin estos no se podrá avanzar adecuadamente.

Sin embargo, en los programas de estudio de matemáticas del MEP no se mencionan las características de los problemas que puedan fomentar dichos valores, atributos que pueden ser aclarados en capacitaciones o actualizaciones. Dado que, los problemas planteados tienen el potencial de abarcar otras interrogantes, o bien, permiten variaciones las cuales facilitarían profundizar aún más el concepto que se quiere trabajar, sin tener que plantear otra situación y así quizá aprovechar más el tiempo dedicado a estas tareas.

CT6-E Estimulación de manera holística del aprendizaje

MEP (2012) establece que:

En esta visión es la importancia de descubrir, plantear y diseñar problemas (y no sólo resolverlos), pues en su vida las personas se verán más expuestas a circunstancias en las que los problemas no están formulados o las Matemáticas posibles que pueden intervenir no son visibles o evidentes. (p. 29)

Por otro lado, los propósitos de las competencias matemáticas establecidos en los programas de estudio de matemáticas señalan:

No sólo apuntala una relación privilegiada de las Matemáticas con los entornos reales (busca que incidan en el mundo), sino además se asocia con la resolución de problemas en el sentido general de esa expresión: favoreciendo capacidades estudiantiles para plantear y diseñar estrategias para resolver problemas. (MEP, 2012, p. 23)

Ampliando esta idea MEP (2012) menciona que:

Se realiza una actividad en la cual se pasa de establecer estrategias muy cercanas al contexto específico usado hacia otras de mayor generalidad. Cuando esto sucede se apela a un modelo que puede ser usado en otras situaciones, para resolver otros

problemas (diferentes aunque parecidos). Mayores niveles de generalización y abstracción ofrecerán posibilidades matemáticas más amplias. (p. 43)

Además, MEP (2012) indica que la “preparación matemática que le permita abordar con inteligencia, pertinencia, responsabilidad y éxito los retos que enfrenta en el escenario actual” (p. 21), “un problema no debe diseñarse orientado, exclusivamente a procesos, sino más bien éstos deben emerger de problemas orientados al aprendizaje de habilidades” (p. 59).

Por lo cual:

Es posible despertar un mayor interés, provocar actitudes positivas sobre las Matemáticas, involucrar más a las personas en la construcción de sus aprendizajes y entonces estimular diversas actividades cognitivas y el cultivo de la competencia matemática. (MEP, 2012, p. 28)

CT6-L Nivel del lenguaje apropiado

En los programas de estudio de matemáticas del MEP, se encontraron pocas evidencias respecto a este aspecto, así como las recomendaciones que se le presentan a los docentes. Sin embargo, en cuanto a las recomendaciones para la organización de las lecciones descritas en los programas de estudios, MEP (2012) plantea que: Debe existir una gran flexibilidad en el uso de este estilo, lo que dependerá de las condiciones y del contexto de aula así como del nivel educativo en que se enseña (p. 44).

4.1.8. Análisis de las Evidencias de los Criterios de Selección de Problemas Para la Modelización Matemática en los Programas de Estudio de Matemáticas

Las evidencias encontradas de los criterios de selección de problemas para trabajar en modelización en los programas de estudio de matemáticas poseen más presencia en tres de los criterios: significado de la tarea de modelización, contexto realista basado en la realidad y estimulación de manera holística el aprendizaje. Aunque, en menor medida, no se deja de lado los rastros de criterios tales como: provocar más preguntas y nivel de lenguaje apropiado.

En los programas de estudio de matemáticas se establece que los problemas seleccionados para la experiencia de la clase de matemática deben ofrecer una utilidad y un significado

para los estudiantes de forma tal que fomenten las capacidades y las habilidades que se desarrollan en esta asignatura. Contextos donde el estudiante se sienta cómodo y eleven el interés del alumnado con desarrollos que impacten tanto a las situaciones familiares, comunales, científicas y profesionales. Por lo cual, el contexto desarrollado en las situaciones con factores físicos y socioculturales de proximidad a los estudiantes, factores que fomentan el aprendizaje matemático (MEP, 2012).

Esta es una característica propia del criterio de selección de problemas significado de la tarea de modelización, donde se pretende que el estudiante conozca la utilidad y la finalidad del problema. Los programas de estudio de matemáticas realizan una aproximación al objetivo de este criterio, buscando las situaciones que tengan un sentido para la población estudiantil.

El MEP (2012) reitera que los contextos que pueden inspirar a situaciones se pueden trazar a partir de una perspectiva cercana, trabajando con situaciones familiares, escolares o comunales, con adaptaciones en otras asignaturas para un enlace horizontal. Además, de otras posiciones con áreas relevantes para el país como lo pueden ser la salud, economía, ambiente, cultura, entre otros. También se pueden mencionar problemas derivados de la historia de la matemática y el arte.

Las tareas que se asignan al estudiantado pueden obtenerse de diversos medios, tanto virtuales como físicos, y ser trabajados con modelización matemática. Adicional a esto, si se retoman situaciones problema con otras perspectivas a lo largo del tiempo, permite fomentar la empatía entre los estudiantes y los contextos que se trabajan. Esto permite elevar el interés de los estudiantes, tomando en cuenta la realidad próxima para el desarrollo de situaciones de manera natural y realista (MEP, 2012).

Por otro lado el criterio de selección de problemas del contexto realista basado en la realidad se evidenció en los programas de estudio, estableciendo situaciones próximas al estudiante como inspiración para las tareas que se le va a asignar, aunque no se realiza la aclaración que se debe contemplar que la población educativa debe poseer una cercanía con las situaciones que se plantean en contextos más amplios como lo podrían ser en algunos ámbitos (científicos, económicos, ambientales, entre otros) y en algunos planos como situación del país y del mundo. Dicho de otra manera, los contextos que se trabajen en los

problemas deben tener un vínculo directo con los estudiantes y no solo asumir que por un contexto costarricense o de importancia actual (local o global) ellos lo conozcan o les interese.

Al seleccionar problemas que involucren la modelización matemática, se debe considerar que estos sean robustos, con el potencial de integrar tanto conocimientos matemáticos como otros contextos socioculturales, realizando conexiones con otras asignaturas. Problemas que fomenten el esfuerzo y perseverancia en cada uno de los estudiantes, teniendo en cuenta que puedan completar las tareas asignadas y no se limite al nivel de reproducción (MEP, 2012).

No se identifica una evidencia clara sobre el énfasis en el criterio de selección de problemas denominado provocar más preguntas, aunque se evidenció su existencia en el párrafo anterior, es posible que esta característica no la atribuyan directamente al problema, sino a los alumnos y a los educadores propiamente, dejando de lado la posible profundidad que una situación planteada pueda conllevar, para un mayor enriquecimiento académico y personal, sin embargo, esto es sólo una hipótesis.

Es posible que en las situaciones problemas, el estudiantado se enfrente con circunstancias que no son evidentes de resolver, por lo cual, es necesario que las tareas asignadas favorezcan habilidades en los estudiantes, las cuales se puedan exportar a situaciones reales que incentiven el diseño y la planeación de estrategias adecuadas de una manera escalonada, donde las generalizaciones construidas se puedan aplicar a tareas más elaboradas que conlleven mayor conocimiento matemático. La preparación de los estudiantes les debe asegurar capacidades que sean útiles en sus contextos próximos, ante la solución de problemas con mayor interés, que promueva actitudes positivas, estimulación cognitiva y competencias en la asignatura (MEP, 2012).

La estimulación holística en los criterios de selección de problema persigue exportar los conocimientos matemáticos aprendidos en el salón de clase y aprovecharlos en los contextos actuales de los estudiantes involucrados, los programas de estudio evidencian esta actividad procurando que las actividades realizadas generen habilidades en aumento que propicien un conocimiento más amplio en los alumnos y que mediante estos componentes ellos puedan aprovechar este aprendizaje para su vida cotidiana.

En relación con el lenguaje utilizado en los problemas es preferible variar la rigidez de su escritura, realizar un enfoque que dependa del contexto del estudiantado y las condiciones que se presentan en su proximidad, esto con una perspectiva del nivel educativo que se cursa (MEP, 2012).

Los programas de estudio de matemáticas presentan poco énfasis en el lenguaje utilizado para la construcción de los problemas, señalando que este aspecto depende del año lectivo que cursa los estudiantes. Características tales como las palabras utilizadas, identificar si pertenecen al lenguaje cotidiano del estudiante o conceptos técnicos propiamente de las áreas donde desarrollando la situación del problema, son importantes para la comprensión del problema así para la empatía que pueda generar la situación con la población estudiantil a cargo.

Para finalizar, es importante señalar que los criterios de selección de problemas se encuentran presentes en los programas de estudio de matemática, en los que se destaca un énfasis a los contextos realistas que pueden inspirar a los problemas, a la posible utilidad que puedan proveer ellos y a la capacidad de que los estudiantes puedan comprender la finalidad de aprender. Pero, en los programas de estudio de matemática, se deja a cargo del docente la ampliación del problema y la manipulación de la clase para fomentar variantes que puedan complementar los aprendizajes, también deja de lado la escritura del mismo y la manera de presentarlo para la comprensión por parte de los alumnos.

4.2. Características Sobre Modelización Matemática Como Proceso Matemático Según las Concepciones Docentes

En este apartado se trabaja el objetivo 2 de las concepciones de los docentes sobre modelización matemática con respecto a la modelización matemática como proceso matemático, a partir de una exploración de las categorías CT3 Fases y CT4 Ciclos de la modelización matemática.

4.2.1. Evidencias de las Concepciones Docentes Respecto a las Fases de la Modelización Matemática

Las concepciones de los educadores con respecto a las fases de la modelización matemática se obtuvieron a través de la aplicación de dos instrumentos, las preguntas cerradas del cuestionario contemplarían tres de las cuatro fases, ya que la fase restante se vería reflejada

mediante la entrevista. Esto debido a que responde más a la metodología del profesor utilizada en clase, aspecto que se profundizó en la entrevista.

A partir de la opinión de los docentes, se lograron obtener una serie de afirmaciones que se relacionan con cada una de las fases de la modelización matemática, aunque algunas de ellas solo se aproximan débilmente a lo que establece la teoría sobre dichas fases.

Entre las fases que, según las concepciones de los docentes, se ven evidenciada de forma más débil y escueta podemos mencionar la fase de situación real y la fase de modelo real, mientras que la fase representación mental de la situación y la fase de modelo matemático poseen más evidencias de las concepciones de los educadores.

CT3- RS Situación real

En cuanto al cuestionario, para esta fase, se le propusieron a los docentes dos afirmaciones, en las cuales se les presentó a los educadores la *Afirmación 11*, la cual contradice lo propuesto por la teoría de la modelización matemática.

- *Afirmación 2*: Al utilizar la modelización matemática se debe ser preciso con la información de la situación real, esto para dar una explicación acorde al mundo real de la situación planteada.
- *Afirmación 11*: Con la modelización matemática se debe plantear una situación real, sin embargo, estas también pueden ser creadas haciendo supuestos imaginarios.

Tal y cómo se evidencia en la tabla 6, sólo 4 docentes indican no estar de acuerdo con las afirmaciones, lo cual refleja que la percepción de los docentes se inclina a considerar que las situaciones que se le plantean a los estudiantes deben ser precisas en un contexto real y que se pueden crear, también, a partir de supuestos imaginarios.

A continuación, en la *Tabla 6*, se sintetiza la manifestación docente respecto a las dos afirmaciones mencionadas.

Tabla 6*Distribución de los educadores por subcategoría fase situación real*

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 2	15	8	1	0
Afirmación 11	13	8	3	0

Fuente: Elaboración propia.

En las preguntas abiertas del cuestionario, relacionados con la subcategoría de fase situación real de la modelización matemática, se recuperó poca información por parte de los participantes. Un docente mencionó que los educadores deben considerar en las tareas que se va plantear a los estudiantes, “la exploración de situaciones problemas basadas en su propio conocimiento o basado en herramientas adquiridas, apoyo en la versatilidad tecnología” (Doc-5, respuesta a cuestionario, 2019).

En cuanto a la entrevista, se planteó a los educadores que describieran brevemente el proceso (pasos o fases) que experimenta un estudiante al llevar a cabo el proceso de modelización matemática al iniciar un tema de los programas de estudio de matemática, con la finalidad de extraer información de la fase de situación real y así evidenciar su presencia a partir del discurso docente. En este sentido, algunas de las respuestas obtenidas fueron las siguientes:

Entrevistado 1:

El estudiante se enfrenta al inicio de un nuevo tema, al problema específico “adaptado a la realidad”, como observación puedo decir que, la adaptación de un problema a la realidad o escoger un problema supuestamente del entorno del grupo, implica tener en cuenta que la realidad de un estudiante no es paralela a la de su compañero. Por lo tanto, en ocasiones el profesor debe realizar una explicación sobre el problema con el objetivo de garantizar, que todos los estudiantes logran comprender el problema, conocen el significado de todas las palabras, los símbolos, si es del caso, logra visualizarlo o por lo menos representarlo por medio de dibujo etcétera.

Entrevistado 2:

Yo trato de sacarlos de mi propia imaginación y de participación de los mismos estudiantes o de una construcción... sí utilizo fuentes, digamos, libros y noticias, yo trato de usar los recursos que hay disposición (...). Entonces sí, libros, noticias, imaginación, películas, porque, también utilizamos la película.

A partir de las respuestas se pudo establecer que los docentes no se encuentran claros de la forma de presentar un problema, bajo la idea de situaciones de contextos reales. Los participantes de la entrevista semiestructurada nos aclaran que precisar una realidad es una elección difícil dado que no necesariamente puede existir un paralelismo entre los estudiantes en un mismo salón de clase y que la inspiración de un problema puede provenir de diversas fuentes.

CT3-SM Representación mental de la situación (Situación Modelo)

En la fase de la modelización matemática que corresponde a la representación mental de la situación se les plantearon dos afirmaciones verdaderas a los docentes a través del cuestionario.

- *Afirmación 15:* Al trabajar con la modelización matemática es indispensable que el profesor incentive la imaginación de los estudiantes para que estos recreen la situación.
- *Afirmación 16:* Para llevar a cabo la modelización matemática el estudiante debe ser capaz de expresar verbalmente su interpretación, no necesariamente precisa, de la situación planteada.

En general los docentes participantes en el estudio están de acuerdo con las afirmaciones planteadas sobre la representación mental de la situación, por lo cual se puede mencionar que la percepción de los participantes, al menos con las afirmaciones, concuerda con la teoría planteada sobre modelización matemática (*Tabla 7*).

Tabla 7

Distribución de los educadores por subcategoría fase representación mental de la situación

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 15	16	8	0	0
Afirmación 16	12	10	1	1

Fuente: Elaboración propia.

Las evidencias identificadas en las preguntas abiertas del cuestionario, en esta fase de la modelización matemática, se ven reflejadas en el discurso de los participantes, mediante la mención de los procesos de “abstracción” (Doc-9, respuesta a cuestionario, 2019) y de “razonamiento lógico matemático” (Doc-7, respuesta a cuestionario, 2019), los cuales coinciden con las acciones que realiza el estudiante en su mente para comprender la tarea asignada. Además, la asignación de tareas en modelización matemática, la “elaboración de representaciones, donde se construyen modelos de las situaciones reales, son importante para construir un aprendizaje significativo” (Doc-2, respuesta a cuestionario, 2019).

Una característica que resaltan los educadores entrevistados en los estudiantes es la “capacidad para relacionar los elementos del entorno y reconocer patrones que permitan ver regularidad entre los elementos involucrados” (Doc-16, respuesta a cuestionario, 2019). Esto evidencia entre las concepciones de los docentes, la importancia de seleccionar problemas que incentiven atención y las asociaciones que pueda realizar el estudiante durante la práctica que involucre modelización matemática.

Los educadores entrevistados mostraron estar de acuerdo con que las situaciones planteadas a los estudiantes propicien el uso de su imaginación para su resolución y que no es indispensable que sus primeros razonamientos precisen el camino exacto para la tarea planteada. Además, que el trabajo mental y las asociaciones que los estudiantes puedan crear, son favorables para incentivar el razonamiento lógico y la abstracción al momento de trabajar con modelización matemática.

CT3-RM Modelo Real

La fase de modelo real no se pudo presentar de manera concisa en las preguntas cerradas del cuestionario, dado la ambigüedad de las interpretaciones durante el proceso de prueba piloto, por lo cual se decidió que esta fase se podría reflejar de mejor manera en los discursos de los educadores.

En el modelo real interviene la construcción interna del estudiante en el momento que se le presente una tarea y se relaciona con las declaraciones que pueda realizar, entre el discurso de los educadores en las preguntas abiertas se señala que, los procesos de generalización, argumentación son habilidades que los docentes deben incentivar en los estudiantes durante la modelización matemática (Doc-9, 2019).

Mediante la entrevista semiestructurada se les solicitó a los educadores una descripción del proceso (pasos o fases) que experimenta un estudiante al llevar a cabo el proceso de modelización matemática al iniciar un tema de los programas de estudio de matemática, se obtuvieron evidencias de la fase de modelo real del discurso de los entrevistados.

Entrevistado 1:

El estudiante se supone que debe desglosar el problema, identificar a que se refiere cada renglón, separar la información, los datos, y tener clara la pregunta, para mejorar la visualización o dibujo. Es un paso en el que los estudiantes con sus conocimientos previos y la información de los pasos anteriores, escribe los procesos matemáticos a seguir, para lograr resolver el problema, es decir define las operaciones a seguir.

Entrevistado 2:

Dado que trabajamos con muchos chiquillos y que ellos son en ciertos puntos divergentes siempre se está el riesgo de que el chiquillo se vaya por otro lado, que piense otra manera que no calce con lo que está diciendo, entonces podemos ver que en matemática no tiene que ser como el profe dice, sino que hay múltiples maneras para llegar a una solución y ese acercamiento que usted tuvo, si está bueno.

No me gusta discutirlo antes de que hayan trabajado el ejercicio, porque si no se empiezan a robar las ideas y alguien que este tal vez pensando en una idea diferente, va sentir que está mal, porque es diferente y se va devolver y va pensar las ideas de

los otros, entonces les doy primero el chance de pensar y como resolver y luego discutimos las ideas y compartimos los aportes en una lluvia de ideas.

En general, los participantes en las preguntas abiertas hacen mención que se debe fomentar la generalización y la argumentación durante el proceso de modelización matemática, mediante la entrevista semiestructurada se profundiza esta idea, aclarando que, en el proceso de resolución de una tarea se contemplan conocimientos previos del estudiante, que le permitan justificar las acciones que realizan, las cuales no necesariamente deben ser acordes con sus compañeros, donde el educador debe administrar las posibles resoluciones de los estudiantes y enriquecer a partir de las diversidad de ellas.

CT3-MM Modelo Matemático

Respecto a las concepciones sobre modelo matemático, en el cuestionario se plantearon dos afirmaciones. La *Afirmación 1* coincide con las ideas de la modelización matemática manejada para la investigación, mientras que la *Afirmación 4* no es precisa con las mismas.

- *Afirmación 1*: Una de las fases de la modelización matemática es el modelo matemático, el cual consiste en la elaboración de representaciones externas, expresiones matemáticas o dibujos de la situación.
- *Afirmación 4*: La construcción de un modelo matemático inicia con la representación de la situación real a un lenguaje simbólico matemático.

Los docentes están de acuerdo, en alguna medida, con la descripción planteada de modelo matemático que se presenta en la *Afirmación 1*, con una poca disconformidad por parte de los participantes. Además confirman que la modelización matemática inicia su fase modelo matemático al momento de la intervención del lenguaje simbólico matemático, lo cual no es preciso con el recorrido de las fases planteado en la modelización matemática dado que existen fases anteriores, las cuales comienzan a presentarse desde el momento que se le presenta la tarea al estudiante.

Cabe resaltar que la mayoría de educadores en la *Afirmación 4*, estableció su opinión entre estar parcialmente de acuerdo y parcialmente en desacuerdo, lo cual puede indicar una cierta duda ante esta afirmación.

La información con respecto a estas afirmaciones se resume en la *Tabla 8*, que se presenta a continuación.

Tabla 8

Distribución de los educadores por subcategoría modelo matemático

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 1	16	4	4	0
Afirmación 4	8	10	6	0

Fuente: Elaboración propia.

En cuanto a las preguntas abiertas del cuestionario, respecto a esta subcategoría, los participantes indican que durante la práctica el énfasis está “en crear un modelo matemático para investigar una realidad” (Doc-3, respuesta a cuestionario, 2019) y el “planteamiento de hipótesis” (Doc-9, respuesta a cuestionario, 2019).

Uno de los educadores afirma que la modelización matemática “es la forma o método en que los estudiantes resuelven un problema, con un dibujo u otros” (Doc-6, respuesta a cuestionario, 2019). Además que “la construcción de modelos geométricos, la capacidad de dominar el lenguaje algebraico para establecer correspondencias adecuadas en las variables” (Doc-5, respuesta a cuestionario, 2019). Ideas que poseen correspondencia con la fase de modelo matemático, con las expresiones que recurre el alumnado en el proceso de resolver un problema durante la modelización matemática.

En general los docentes precisan que el modelo matemático conlleva a la elaboración de representaciones externas, mediante el uso de diferentes métodos o modelos, que contribuyan a la tarea planteada. Además que mediante el dominio del lenguaje algebraico fomenta la capacidad de correspondencia de las variables ante situaciones problemas.

Los educadores establecen que la fase de modelo matemático se posiciona como una de las primeras actividades que se realiza durante la modelización matemática, idea que no coincide con la teoría de esta investigación, pero tampoco es una opinión que es tan certera, dado que la mayoría de educadores posiciona su opinión como parcialmente de acuerdo o parcialmente en desacuerdo.

4.2.2. Concepciones Docentes y las Fases de la Modelización Matemática

En forma general, los docentes contemplan la fase de modelización denominada “CT3-RS Situación real”, de manera que al plantear un problema para aplicar modelización matemática debe ser con información precisa y acorde al mundo, pero también validan el crear datos o supuestos imaginarios, aspecto que no va de la mano con la teoría de la modelización matemática, ya que crear un problema de supuestos o la imaginación del docente, podría no representar un verdadero interés o una verdadera contextualización para el estudiante.

Entre los aportes de los educadores se recalca la idea que debe haber una exploración entre los conocimientos, gustos e intereses de los estudiantes, de esta manera construir situaciones que sean próximas al contexto de los estudiantes, las cuales puedan trabajar con sus conocimientos, habilidades y herramientas propias a su nivel educativo.

Recalcan que una tarea que se le presente a los estudiantes puede provenir de diferentes fuentes como diagramas, libros o noticias, también que se puede utilizar el ingenio del educador para utilizar otros recursos menos comunes, por ejemplo de películas o se situaciones creadas. Por otra parte, señalan que se incentive el uso de la tecnología para que pueda proporcionar facilidades al momento de presentar un problema.

Además, otros educadores mencionan que la situación debe ser una adaptación de la realidad, además de que se debe cuidar que todos los estudiantes conozcan la situación, dado que no siempre las realidades y los contextos de los estudiantes son de conocimiento común.

Se llega a apreciar que las concepciones de los docentes pueden llegar a ser contradictorias, porque demarcan que las situaciones que se les plantean a los estudiantes deben estar acordes a contextos reales los cuales puedan sentirse identificados, pero por otra parte aceptan la posibilidad de trabajar con supuestos imaginarios y recrear situaciones a partir de la imaginación.

Los docentes piensan que al trabajar con la modelización matemática es indispensable que el profesor incentive la imaginación de los estudiantes para que estos recreen la situación. Por otra parte, que el estudiante debe ser capaz de expresar la situación planteada, en donde esta interpretación puede ser errónea o no precisa en esta fase de la modelización.

La capacidad de razonamiento y de abstracción de los educandos es una de las concepciones que los docentes tienen, que es en esta etapa donde, se manifiestan la elaboración de representaciones y la construcción de modelos para un aprendizaje significativo en ellos. Además, de la actividad de relacionar su entorno mediante el reconocimiento de patrones en los elementos involucrados.

La concordancia de las concepciones de los docentes con la teoría de la modelización, con respecto a las actividades de los estudiantes posteriores a recibir un problema y sus acciones mentales, corresponde de manera positiva dando pie a suponer que los educadores perciben esta fase durante el desarrollo de las tareas planteadas y que es una etapa que los alumnos atraviesan al momento de realizar la modelización matemática.

Los docentes conciben que la modelización matemática inicia al momento que se genera el modelo matemático, además aceptan que dicho proceso consiste en las representaciones externas que el estudiante pueda proveer a partir de las situaciones planteadas.

Parte de esta concepción difiere con la teoría de la modelización matemática, la cual, establece la construcción del modelo matemático en una fase intermedia del ciclo de modelización trabajado.

Con respecto a las representaciones externas concuerda favorablemente y se amplía el discurso de los educadores al mencionar que se pueden utilizar dibujos. En la investigación de una realidad, opinan los participantes, se recurre a creación de modelos matemáticos y a la generación de hipótesis, donde los estudiantes utilizan representaciones gráficas para determinar la solución de los problemas.

Se podría mencionar que los docentes poseen una percepción de la fase de modelo matemático aceptable, como las expresiones externas que se manipulan, pero llegan a confundir esta fase con el ciclo de modelización propiamente, asumiendo quizás, que todo el proceso de modelización se centra únicamente en la transformación de lenguaje matemático de la situación planteada.

Los docentes conciben la fase de modelo real como parte de la argumentación y la generalización de los estudiantes, una etapa donde absorben la información del problema identificando cada uno de sus componentes realizando una visualización del mismo y definen los procesos que van a ser involucrados para la resolución de la tarea planteada.

Por otra parte, mencionan que los alumnos pueden tener maneras distintas de abordar una situación, que es adecuado que el educador proporcione espacios donde los estudiantes puedan realizar su trabajo de manera individual y posterior a esto compartir sus razonamientos sin opacarse entre ellos.

Los educadores poseen una cercanía a la fase de modelo real, pero no se presentan rastros de que la consideren una etapa de la modelización matemática. Se debe recalcar que el instante que esta se produce, se puede llegar a confundir con otras fases por las cualidades propias de esta fase, pero que existe un proceso en la mente de los alumnos donde realizan acciones para asimilar de la mejor manera la situación que se plantea en un problema.

En resumen, los educadores poseen la concepción de las fases de modelización matemática en alguna medida, pero no poseen una diferenciación clara ante ellas, llegando a confundir el ciclo completo de la modelización con la fase de modelo matemático y aunque no ignoran las etapas que conlleva este proceso, no las realizan conscientemente.

4.2.3. Evidencias de la Concepción Docente Respecto a los Ciclos de la Modelización Matemática

A continuación, se presentan las evidencias, respecto a los ciclos de la modelización matemática, que se obtuvieron al aplicar los distintos instrumentos de esta investigación.

CT4-MA_Ciclo de la modelización matemática para matemática aplicada

El ciclo de la modelización matemática para matemática aplicada establece que los problemas deben ser únicamente realistas, pero además que involucren distintas variables para así enriquecer un problema dado. En este sentido, el cuestionario incluyó la siguiente afirmación:

- *Afirmación 3:* La modelización matemática se utiliza únicamente para trabajar con problemas realistas donde se involucren múltiples variables.

Se puede observar que la concepción de los docentes sobre este ciclo está dividida, sin embargo, 15 docentes muestran estar de acuerdo con esta afirmación (*Tabla 9*):

Tabla 9

Distribución de los educadores por subcategoría ciclo de modelización matemática para la matemática aplicada

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 3	6	9	5	4

Fuente: Elaboración propia.

En las preguntas abiertas del cuestionario, se muestran evidencias de cómo algunos docentes muestran una concepción de la modelización matemática más apegada al ciclo llamado matemática aplicada:

Es utilizar en todas las ramas posibles aplicaciones matemáticas para crear conexión con el quehacer humano y su importancia en la aplicación de nuestra ciencia, sociedad y vida cotidiana, como herramienta para comprender y buscar estrategias para enfrentar los cambios constantes en la vida del hombre. (Doc-13, respuesta a cuestionario, 2019)

A partir de problemas reales o sistematizados la modelización consiste en brindar una representación matemática ante un problema con el objetivo de buscar solución y en lo posible crear “un patrón” o “fórmula” para dar soluciones a problemas semejantes. (Doc-14, respuesta a cuestionario, 2019)

A partir de un fenómeno ya sea de ciencias, físico, químico, etcétera, se analiza se describe y se “monta” a un modelo que represente dicha situación para darle sentido y obtener conclusiones. (Doc-15, respuesta a cuestionario, 2019)

En general, se identifican algunas evidencias de este ciclo en las respuestas de algunos docentes; esto sucede cuando los docentes describen la modelización matemática fuera del ámbito escolar y más específicamente en ciencias aplicadas con distintas variables.

CT4-DP Ciclo de la modelización matemática didáctico o pedagógico

Para comprender las concepciones docentes respecto al ciclo de la modelización matemática didáctico pedagógico, se les planteó en el cuestionamiento dos afirmaciones apegadas a lo establecido por la modelización matemática:

- *Afirmación 5*: Para finalizar una tarea de modelaje matemático se debe comprobar los resultados obtenidos y valorar que estos resultados tengan sentido en la situación real
- *Afirmación 18*: Para trabajar adecuadamente en el salón de clase con modelización matemática, es necesario que el docente explique y establezca diferencias entre las fases que componen la modelización.

En esta investigación, la tendencia mostrada por los docentes en sus respuestas es estar de acuerdo en que la modelización matemática debe finalizar comprobando los resultados del problema y valorando que tengan sentido en la situación real, coincidiendo así con los especialistas e investigadores de la naturaleza de modelización matemática.

Al referirse a la metodología, no existe una posición contundente al respecto, sin embargo, 18 docentes manifiestan estar parcial o totalmente de acuerdo con dicha afirmación (*Tabla 10*).

Tabla 10

Distribución de los educadores por subcategoría ciclo de modelización matemática didáctico pedagógico

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 5	18	6	0	0
Afirmación 18	8	10	5	1

Fuente: Elaboración propia.

En esta investigación, la tendencia mostrada por los docentes en sus respuestas es estar de acuerdo en que la modelización matemática debe finalizar comprobando los resultados del problema y valorando que tengan sentido en la situación real, coincidiendo así con los especialistas e investigadores de la naturaleza de modelización matemática.

Al referirse a la metodología, no existe una posición contundente al respecto, sin embargo, la mayoría de docentes (18) manifiestan estar parcial o totalmente de acuerdo con dicha afirmación.

En cuanto a las respuestas de las preguntas abiertas, se puede observar una de las respuestas docentes, la cual sintetiza lo planteado por Borromeo (2018) para el ciclo didáctico

pedagógico de la modelización matemática y se puede ver la diferencia con el ciclo anterior:

La modelización matemática es un tipo de metodología que permite al docente recabar información de situación problema, tanto de contexto real como imaginario, para presentarlos a sus estudiantes y fomentar en ellos el desarrollo de técnicas propias o aprendidas, para hallar la solución de los mismos y sus posibles aplicaciones. (Doc-5, respuesta a cuestionario, 2019)

La cita anterior, corresponde a la respuesta de un docente sobre lo que es para él la modelización matemática y aunque en ciertos puntos se aleja de la teoría de la modelización matemática –por ejemplo, al afirmar que la situación real puede ser de un contexto imaginario– en forma general, se acerca de buena manera al ciclo de modelización matemática didáctico pedagógico y sus fases. Se puede observar cómo afirma que es una herramienta que puede usar el docente a partir de situaciones problema y no lo está concibiendo fuera del ámbito escolar ni desde la perspectiva del estudiante. Además habla de la contextualización real de la situación problema y el fin de utilizar esta metodología: “fomentar en ellos el desarrollo de técnicas propias o aprendidas” (Doc-5, respuesta a cuestionario, 2019), justo como lo plantea la teoría de investigación. Además, extiende el aprendizaje del aula fuera de ésta, tomando en cuenta las posibles aplicaciones de lo aprendido por el estudiante.

Otro docente, brinda una respuesta que calza con este ciclo: “Crear un proceso mental sobre una idea o concepto, utilizando situaciones cotidianas y comunes que representan dicho concepto y lo acerquen a la realidad, esto como eje principal para su comprensión y su enseñanza” (Doc-10, respuesta a cuestionario, 2019).

En este caso, se muestra una mayor evidencia del ciclo de la modelización matemática didáctico en los programas de estudio de matemáticas. También, hay evidencia de una mayor aceptación de los docentes en las afirmaciones planteadas en el cuestionario y así mismo, una descripción –en las preguntas abiertas– de algunos docentes muy apegada a lo que propone la teoría de la modelización matemática.

4.2.4. Análisis Docente y los Ciclos de la Modelización Matemática

En las respuestas brindadas por algunos docentes, se evidencia cómo conciben la modelización matemática sin tomar en cuenta el salón de clases, contemplando más la aplicación matemática, la sociedad, el campo científico o la creación de fórmulas y patrones que puedan explicar otros hechos. No se establece la labor de profesores y estudiantes, ni otros actores o factores del proceso educativo.

La mayoría de los docentes están de acuerdo con que la tarea de modelaje matemático finaliza al comprobar que los resultados obtenidos tengan sentido en la situación real, es decir, para ellos es importante cerrar el ciclo y volver a la situación original, y no solamente llegar a una respuesta sin contexto.

En forma general, los docentes también tienen la concepción de que lo correcto es que el docente delimite y explique a los estudiantes las fases que conllevan la modelización matemática, aspectos con los que coinciden con los investigadores de la teoría de modelización. Incluso, algunos docentes describen la modelización matemática con ideas muy cercanas al ciclo didáctico, planteado por Borromeo (2018) para el ciclo didáctico o pedagógico de la modelización matemática y se puede ver la diferencia con las evidencias del ciclo matemática aplicada. Por ejemplo, esto se afirma como los docentes ven la modelización matemática como una herramienta que puede usar el docente a partir de situaciones problema y no lo está concibiendo fuera del ámbito escolar ni desde la perspectiva del estudiante.

Por otro lado, los docentes están de acuerdo con que la modelización matemática se pueda utilizar únicamente con problemas realistas de múltiples variables, aunque no están convencidos completamente de ello.

Es por ello que la evidencia permite asumir que la concepción docente está más identificada con el ciclo pedagógico de la modelización matemática que con el ciclo de matemática aplicada, sin embargo, este último, no es totalmente desapegado de la concepción de algunos docentes, lo que deslumbra una concepción docente que no diferencia ciclos de la modelización matemática.

4.3. Características Sobre Modelización Matemática Como Estrategia Metodológica Según las Concepciones Docentes

En este apartado se trabaja el objetivo 3 de las concepciones de los docentes sobre modelización matemática con respecto a la modelización matemática como estrategia metodológica, a partir de una exploración de las categorías de CT1-Importancia, CT2-Practicidad, CT5-Competencias y CT6-Criterios de selección de problemas de la modelización matemática.

4.3.1. Evidencias de la Concepción Docente Respecto a la Importancia de la Modelización Matemática

Para determinar la concepción de los docentes con respecto a la modelización matemática, se estableció la categoría de importancia de la modelización matemática, la cual fue registrada en las preguntas cerradas del cuestionario mediante la utilización de cuatro afirmaciones dentro de una escala Likert.

Esta categoría se separa en dos subcategorías, que expresan lo conveniente del uso de la modelización matemática en las clases de esta asignatura (CT1-CV) y la consecuencia en el aprendizaje significativo de los estudiantes (CT1-CS) con respecto a la teoría manejada en esta investigación.

A continuación, se especifica los resultados clasificados en subcategorías y mostrando información interesante con respecto a los datos de los educadores.

CT1-CV Conveniencia para usar en clase

Uno de los aspectos de la modelización matemática es la consecuencia sobre el aprendizaje significativo, de la cual se construyó dos afirmaciones que son congruentes con la teoría propuesta.

- *Afirmación 6:* La modelización matemática es importante para la construcción de aprendizajes significativos en los estudiantes.
- *Afirmación 9:* La modelización matemática en la educación es importante, debido a que ayuda a responder los cuestionamientos de los estudiantes sobre la utilidad de las matemáticas, además permite impulsar la construcción de los aprendizajes desde lo concreto hacia lo abstracto.

En la *Tabla 11* se muestran los resultados de las afirmaciones propuestas a los educadores, en la cual se refleja que la mayoría de los docentes están de acuerdo, en alguna medida, que

el uso de la modelización matemática es conveniente en la práctica docente. Por lo cual se puede mencionar que, los docentes están de acuerdo con que la modelización matemática es importante para un aprendizaje significativo en los estudiantes y que les ayuda a comprender la utilidad del uso de la misma.

Tabla 11

Distribución de los educadores por subcategoría conveniencia para usar en clase

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 6	19	5	0	0
Afirmación 9	17	7	0	0

Fuente: Elaboración propia.

CT1-CS Consecuencia en el aprendizaje significativo del estudiante

La conveniencia del uso de la modelización matemática dentro del aula es un aspecto que se consideró como parte de la importancia de la modelización matemática. A partir de esto se plantearon las siguientes afirmaciones.

- *Afirmación 7:* La modelización matemática es útil en el desarrollo de habilidades en los estudiantes aplicables en la vida real en un contexto próximo.
- *Afirmación 8:* La modelización matemática, como metodología, es útil para el desarrollo del conocimiento lógico matemático y procesos como razonar y argumentar en el estudiante.

La distribución de las respuestas docentes se resume en la *Tabla 12*, presentada a continuación:

Tabla 12

Distribución de los educadores por subcategoría consecuencia en el aprendizaje significativo del estudiante

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 7	19	4	1	0
Afirmación 8	18	5	0	1

Fuente: Elaboración propia.

Se evidencia que casi la totalidad de educadores está de acuerdo con las afirmaciones planteadas, sobre la importancia del uso de la modelización matemática para el aprendizaje significativo de los alumnos, desarrollando habilidades aplicables en la vida cotidiana y conocimiento lógico matemático.

4.3.2. Análisis Docente y la Importancia de la Modelización Matemática

Los docentes participantes de la investigación, concuerdan en que la modelización matemática es importante para el aprendizaje significativo, así como concuerdan en que la modelización matemática ayuda a esclarecer las dudas estudiantiles sobre la utilidad de las matemáticas.

Por otro lado, con los datos obtenidos se puede generalizar que los docentes reconocen la utilidad de la modelización matemática en un contexto próximo de los estudiantes, es decir, que los alumnos pueden aplicar en su vida cotidiana los contenidos estudiados en clase. A la misma vez, los docentes conciben que al utilizar la modelización matemática en clases también se obtiene provecho en aprendizajes usualmente esperados en matemáticas, como el pensamiento lógico o procesos como razonar y argumentar.

Es decir, los datos permiten asumir que los docentes investigados están de acuerdo con que la modelización matemática es importante para el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, y que lo aprendido por los estudiantes beneficia tanto las clases de matemáticas como la vida cotidiana, generando así un mejor aprendizaje significativo, ideas expresadas por autores de la teoría de la modelización matemática.

4.3.3. Evidencias de la Concepción Docente Respecto a la Practicidad de la Modelización Matemática

Esta categoría no está explícitamente expuesta por los investigadores de la modelización matemática, sin embargo, para efectos de esta investigación se consideró para profundizar las concepciones docentes respecto a la modelización matemática sobre la utilidad y manejo durante el desarrollo de la clase (CT2-Practicidad).

Las subcategorías correspondientes están comprendidas en cuatro afirmaciones planteadas en el cuestionario en la sección de preguntas cerradas, bajo los conceptos de mejorar el tiempo de desarrollo (CT2-OP) y la facilidad de los tópicos matemáticos con el uso de la modelización matemática (CT2-FC).

CT2-OP Optimización del tiempo de clase

Esta subcategoría se consideró parte de la practicidad de la modelización matemática, correspondiente a la optimización del tiempo de clase. Se realizó una pregunta dentro del instrumento enfocada hacia sistemas regulares con cinco lecciones de matemáticas semanales, mientras que la otra tiene su énfasis en los sistemas educativos con menos de cinco lecciones de trabajo para el proceso de enseñanza y aprendizaje.

- *Afirmación 13:* Utilizando la modelización matemática, una clase de 80 minutos es tiempo suficiente para abarcar un tópico de los programas de estudio como por ejemplo “función lineal” en décimo año.
- *Afirmación 17:* Para programas, sistemas o instituciones educativas que cuenten con menos de cinco lecciones semanales de matemática es viable la utilización de la modelización matemática para el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Respecto a esto, los docentes se manifestaron tal y como se evidencia en la *Tabla 13*:

Tabla 13

Distribución de los educadores por subcategoría optimización del tiempo de clase

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 13	1	6	7	10
Afirmación 17	3	4	11	6

Fuente: Elaboración propia.

La opinión de los docentes ante estas afirmaciones es diversa, en cada una de las afirmaciones 7 de los 24 docentes está de acuerdo, mientras que 17 de los educadores están en desacuerdo, en alguna medida, que el tiempo en las clases de matemáticas es suficiente para desarrollar una metodología que involucra la modelización matemática.

CT2-FC Facilidad para utilizar en clase

Se establecieron dos afirmaciones en la practicidad de la modelización matemática como estrategia metodológica. Una de ellas enfatiza su utilización en todos los niveles educativos de secundaria, mientras que la otra se plantea a partir de las áreas propuestas en los programas de estudio de matemáticas.

- Afirmación 10: La modelización matemática se puede utilizar en el proceso de enseñanza en todos los niveles de la educación secundaria.
- Afirmación 12: La modelización matemática se puede utilizar en todas las áreas planteadas en los programas de estudio de matemáticas.

Se evidencia en la *Tabla 14* la distribución de la opinión de los docentes con respecto a esta subcategoría.

Tabla 14*Distribución de los educadores por subcategoría facilidad para utilizar en clase*

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 10	17	5	1	1
Afirmación 12	6	7	6	5

Fuente: Elaboración propia.

Con respecto a la facilidad de utilidad de usar la modelización matemática en todos los niveles 19 de los 24 participantes están de acuerdo con esta afirmación, mientras que, la opinión de la facilidad de esta metodología en todas las áreas de la matemática se encuentra dividida siendo 13 educadores los que están de acuerdo y 11 en contra de esta afirmación.

Además, en esta subcategoría se trabajó con el instrumento de la entrevista semiestructurada, en la cual se extrajo información para ampliar los resultados de la facilidad para trabajar en clase de la modelización matemática.

Se planteó a los entrevistados las siguientes preguntas: ¿En cuáles áreas de los programas de estudio de matemáticas considera que es más sencillo utilizar la modelización matemática? ¿Según su experiencia, qué tan provechosa es la modelización matemática para el proceso de enseñanza-aprendizaje?

Ante esas preguntas, los entrevistados nos brindaron las siguientes respuestas:

Entrevistado 1:

Áreas números, geometría, estadística pero desde el punto de vista de una realidad más visible para el estudiante y que se logre ver su práctica en la realidad. En realidad la modelización matemática en este momento no la considero provechosa, porque son tantas habilidades y conceptos previos y conocimientos nuevos, que el profesor no tiene el tiempo suficiente para dedicarle lo que corresponde. Desde ese punto de vista, no se aprovecha como debe ser.

El *Entrevistado 2* nos indica que él piensa que los niveles altos de secundaria deberían estar más acostumbrados a la metodología que se desea implementar con los programas de

estudio actuales, pero que en discusión con sus compañeros, ha llegado a la conclusión que no es así, dado que existe una actitud negativa por parte de los estudiantes.

Entrevistado 2:

Yo siento que los chiquillos, como el programa está planteado en forma de espiral, los temas se repiten los temas van ganando nivel por así decirlo o ganando profundidad, yo siento que nivel cognitivo no hay tanto problema porque el programa está ajustado para que usted al principio haga poquito entonces no requiere un nivel de abstracción muy grande, ahora los chiquillos a nivel de séptimo si tienen un nivel de abstracción que nosotros no utilizamos, que nosotros no sabemos utilizar, entonces yo siento que ahí el planteamiento se puede mejorar si uno como docente cambia la estrategia y busca como darle sentido a como abstraer las cosas.

Ampliando la discusión con el *Entrevistado 2*, se realizó una comparación entre la metodología que plantean los programas de estudio y el método tradición de enseñanza que se utilizaba en matemáticas.

Entrevistado 2:

El método tradicional tiene una fortaleza que es el tiempo, usted es el que manda usted chorrea las cosas como van y tienen 20 minutos para hacer esos ejercicios y si no los hizo, no es mi problema, y uno maneja el tiempo un poco mejor (...). Este otro método es más amigable con el proceso de aprendizaje, pero requiere más tiempo, no podemos enfocarnos a continuar el programa así como está, por que las cosas no salen como están, (...). El problema es que cuesta mucho hacerlo, porque usted tiene que sentarse a trabajar un montón y muchos docentes, no cuentan con ese tiempo (...) pedirle a un docente que tiene tres trabajos que se ponga a planear estas cosas es muy difícil.

Según las opiniones de los docentes y la información brindada, estos no perciben la modelización matemática como sencilla de utilizar en clase, esto según ellos, a factores como el tiempo disponible o la “madurez” académica.

4.3.4. Análisis Docente y la Practicidad de la Modelización Matemática

En cuanto a la practicidad de la modelización matemática, tan solo uno de los docente participantes en la investigación, muestra una concepción completamente de acuerdo con que este tipo de metodología se puede llevar a cabo con éxito en una clase regular de nuestro sistema educativo y abarcar así un tema, es decir, de forma general los docentes están en desacuerdo con que la modelización matemática se pueda aplicar indiferentemente del tiempo que se tenga para una clase. Además los educadores consideran que no es viable este tipo de metodología en sistemas que dispongan menos de cinco lecciones (40 minutos) por semana.

Los docentes están claramente de acuerdo, con la idea de que la modelización matemática se puede aplicar indiferentemente de cada nivel, concepción que coincide con la teoría de la modelización matemática. Sin embargo, la opinión docente respecto a utilizar modelización indiferentemente del área matemática a trabajar es muy dividida, no hay un consenso en esta concepción. Aspecto que coincide con lo propuesto en los programas de estudio de matemática, pero que no respalda la teoría investigada sobre modelización matemática.

De hecho, para los docentes entrevistados la modelización matemática es “engorrosa” de aplicar y poco provechosa en el salón de clases, ya que requiere de preparación, trabajo y una buena selección de problemas, pero el docente no cuenta con el tiempo para todo ello. Además, los docentes entrevistados tienen la concepción de que la modelización matemática no se puede aplicar fácilmente en todos los niveles ni en todas las áreas de los programas de estudio de matemáticas del MEP.

En conclusión, la evidencia muestra que los docentes no están muy seguros de que la modelización matemática sea una metodología práctica de enseñanza. Ya que, según los docentes participantes, la cantidad de lecciones que se disponga a la semana o el área a tratar, son factores que al parecer condicionan la buena ejecución de la modelización matemática. Esto a pesar de no ser mencionado por ninguno de los autores de la modelización matemática que esta investigación tomó como referencia.

4.3.5. Evidencias de la Concepción Docente Respecto a las Competencias Docentes de la Modelización Matemática

Según la teoría de la modelización matemática, los docentes deben contar con ciertas competencias necesarias para llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje, las cuales fueron establecidas como subcategorías: CT5-CO Observación y experimentación, CT5-CD Delimitación del problema, CT5-CS Selección de estrategias, CT5-CE Evaluación y validación, CT5-CC Conexiones a otros modelos. A continuación, se presentan los datos obtenidos al aplicar los instrumentos de esta investigación.

CT5-CO Observación y experimentación,

Esta competencia hace referencia a la labor docente antes de iniciar la clase, es decir, en el planeamiento y elección de problemas a trabajar con sus estudiantes.

En el cuestionario a los docentes, se plantearon dos afirmaciones que contradicen la posición sobre competencias requeridas para la modelización matemática. Según la teoría de la modelización matemática, sobre la competencia docente llamada observación y experimentación, para utilizar la modelización matemática como estrategia metodológica, se les indicó lo siguiente:

- *Afirmación 14:* Para la implementación de la modelización matemática como estrategia metodológica en clase, se debe partir de una tarea o problema matemático dado, para luego establecerle un contexto de situación real.
- *Afirmación 31:* Si un problema de modelización matemática seleccionado por un docente resultó exitoso en su clase, ese mismo problema puede utilizarse en cualquier otra clase, colegio o grupo.

En ambas afirmaciones, hubo distintas posiciones, no obstante, de los 24 docentes, 18 indicaron estar parcial o totalmente de acuerdo con ambas afirmaciones, reflejando una concepción que no es coherente con lo postulado en la teoría sobre modelización matemática o lo planteado en los Programas de Estudio de matemáticas. Por lo tanto, es significativa la mayoría de docentes que muestra una clara tendencia de cómo se debe planear la clase y elegir una situación determinada según cada contexto, contradictoria a lo establecido en la teoría de modelización matemática (*Tabla 15*).

Tabla 15*Distribución de los educadores por subcategoría observación y experimentación*

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 14	4	14	3	3
Afirmación 31	9	9	5	1

Fuente: Elaboración propia.

En la pregunta abierta diseñada para los docentes con el fin de conocer su concepción, respecto a cómo debe ser el abordaje de la modelización matemática según los programas de estudio, se reconocieron muchas respuestas que estaban relacionadas con competencias de modelización matemática, ya sea de forma explícita o implícita. Sin embargo, es interesante destacar que ningún docente describió la competencia CT5-CO Observación y experimentación, por lo que pareciera ser que los docentes no contemplan esta competencia en el abordaje de sus lecciones de matemática.

No obstante, en las preguntas abiertas del cuestionario, los docentes sí evidenciaron contemplar nociones de la competencia denominada “observación y experimentación”: “Tratar situaciones de la vida cotidiana para el estudiante relacionándolas con los contenidos a desarrollar en clase” (Doc-12, respuesta a cuestionario, 2019); “Formular el problema: planeamiento de una situación de la vida cotidiana o de otras ciencias donde se apliquen una habilidad matemática” (Doc-6, respuesta a cuestionario, 2019).

En estas afirmaciones, se puede observar como los docentes conciben esta competencia, llevando un problema de la cotidianidad del estudiante para ser analizado y trabajado bajo una perspectiva matemática.

CT5-CD Delimitación del problema

Respecto a las afirmaciones planteadas en el cuestionario para la subcategoría llamada “delimitación del problema”, también se plantearon dos afirmaciones en “direcciones distintas” con el fin de distinguir de mejor manera las concepciones de los docentes y sus contradicciones:

- *Afirmación 23*: Un problema de modelización matemática pensado para utilizarse en clase debe contener solo los datos necesarios para su solución, ya que al contar con datos innecesarios se puede perder el fin de la modelización matemática.
- *Afirmación 27*: En un problema presentado por el profesor, con el fin de utilizar modelización matemática, los estudiantes deben extraer la información relevante y desechar la innecesaria.

La *Afirmación 23* es falsa según la teoría sobre modelización matemática. En cuanto a la *Afirmación 27* es verdadera a partir de lo que plantea dicha teoría.

Para la *Afirmación 23*, tal y como se observa, la mitad de los docentes estuvieron parcial o totalmente de acuerdo. Lo que refleja que al respecto los docentes no cuentan con una concepción claramente definida sobre esta competencia de modelización. Con respecto a la *Afirmación 27*, 21 docentes, se inclinan parcial o totalmente de acuerdo con dicha afirmación, tal y como se propone en la modelización matemática (*Tabla 16*).

Tabla 16

Distribución de los educadores por subcategoría delimitación del problema

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 23	3	9	7	5
Afirmación 27	10	11	2	1

Fuente: Elaboración propia.

Respecto a los datos obtenidos en las preguntas abiertas del cuestionario, algunos ejemplos de la interpretación de los docentes respecto a la competencia “delimitación del problema” son:

- “Los estudiantes deben desarrollar: la interpretación, el análisis, la resolución, el reconocimiento y operación de problemas” (Doc-3, respuesta a cuestionario, 2019).
- “Lectura y Análisis” (Doc-2, respuesta a cuestionario, 2019).
- “Análisis de información” (Doc-6, respuesta a cuestionario, 2019).
- “Interpretación de la información (acercamiento)” (Doc-10, respuesta a cuestionario, 2019).

- “Análisis o discusión de la información” (Doc-13, respuesta a cuestionario, 2019).

Estas son algunas de las respuestas docentes al cuestionárseles sobre los momentos que ellos deben tener en cuenta para llevar a cabo la modelización matemática. Muchos de ellos ven importante analizar el problema y darle una interpretación óptima.

Esta subcategoría fue de interés en esta investigación para profundizar en una entrevista con los docentes seleccionados, ya que es un aspecto relevante en el quehacer docente diario. Para ello, establecimos las siguientes preguntas: ¿Cómo guía u organiza al grupo para entender el problema? ¿Pensando en esta tarea, prefiere problemas extensos con diversa información o cortos y sintetizados?

Entrevistado 1:

La adaptación de un problema a la realidad o escoger un problema supuestamente del entorno del grupo implica tener en cuenta, que la realidad de un estudiante no es paralela a la de su compañero. Por lo tanto, en ocasiones el profesor debe realizar una explicación sobre el problema con el objetivo de garantizar, que todos los estudiantes logran comprender el problema. (Conocer el significado de todas las palabras, los símbolos, si es del caso, logra visualizarlo o por lo menos representarlo por medio de dibujo, etc.)

Al trabajar en subgrupos, entre ellos se pueden explicar el problema o lo que cada uno entendió, y de esta manera mejoran la comprensión del mismo.

Con respecto a la complejidad de los problemas y de su extensión, sin duda, es fundamental iniciar con problemas simples y cortos.

Entrevistado 2:

Los recibo, los saludo, todo lo demás, entonces le digo, les tengo un problemita, esto es una situación problema, ya ellos saben que les tengo que dar unos diez, o quince minutos. Dependiendo del problema, si el problema no es muy elaborado, sino que es una situación que hay que establecer ideas, lo dejamos individual, cada quien en su cuadernito lo resuelve, eso sí, vaya pensando en un argumento de por qué lo resolvió así y luego discutimos las resoluciones.

Luego salen otras por medio de preguntas generadoras digamos que David respondió, entonces, yo le pregunto alguien más y a usted le parece eso que dice David y usted cree que se está bien o esto no.

Lo anterior evidencia que los profesores sí toman en cuenta los diferentes contextos y realidades de los estudiantes, y creen convincentemente en que el trabajo entre estudiantes y el debate que se pueda generar, es enriquecedor para el aprendizaje. Así mismo, los docentes sienten que un problema extenso y de muchas variables, no será beneficioso para iniciar un contenido matemático.

CT5-CS Selección de estrategias

Para la subcategoría llamada “selección de estrategias”, que forma parte de las competencias para utilizar la modelización matemática como estrategia metodológica, se decidió plantear dos afirmaciones en el cuestionario contradictorias entre sí, con el fin de ubicar a los docentes en algún tipo de tendencia al respecto.

- *Afirmación 19*: Durante la modelización matemática el docente debe incentivar a todos los estudiantes para trabajar en un único modelo matemático que se ajuste a la resolución adecuada del problema planteado.
- La *Afirmación 22*: La modelización matemática incentiva, en los estudiantes, la posibilidad de implementar diferentes estrategias para trabajar en problemas repasando conceptos aprendidos.

Cabe destacar que la *Afirmación 19* contradice lo propuesto por la teoría de la modelización matemática, caso contrario a la *Afirmación 22*, la cual concuerda con lo planteado por los investigadores.

En este caso, 15 de los docentes muestran estar parcial o totalmente en desacuerdo con la *Afirmación 19* y así mismo, 21 docentes muestran estar parcial o totalmente de acuerdo con la *Afirmación 22*. Esto muestra una concepción acorde con lo que se espera para el desarrollo de la modelización matemática (*Tabla 17*).

Tabla 17*Distribución de los educadores por subcategoría selección de estrategias*

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 19	2	7	10	5
Afirmación 22	13	8	2	1

Fuente: Elaboración propia.

Entre todas las competencias, esta fue la de mayor frecuencia en las respuestas de los docentes en las preguntas abiertas del cuestionario. Por ejemplo, un docente resume esta competencia en sus propias palabras: “Es una situación en la que el estudiante debe procurar estrategias que involucren razonamiento lógico y procedimientos de matemática para plantear posibles soluciones. Sin imponerle una estrategia específica” (Doc-20, respuesta a cuestionario, 2019).

En cuanto a la competencia “selección de estrategias”, otras manifestaciones docentes son:

- “Capacidad de razonar de conjeturar hipótesis” (Doc-15, respuesta a cuestionario, 2019).
- “Capacidad para trabajar en equipo” (Doc-16, respuesta a cuestionario, 2019).
- “Capacidad de resolver problemas por medio de la comprensión de datos y aplicación de conocimientos previos” (Doc-16, respuesta a cuestionario, 2019).

“Dar posibles soluciones” (Doc-14, respuesta a cuestionario, 2019).

Desde esta perspectiva, es evidente que los docentes tienen bastante clara esta competencia llamada “selección de estrategias” y pocas contradicciones en sus concepciones.

CT5-CE Evaluación y validación, evidencias obtenidas de los docentes

En las preguntas cerradas del cuestionario, en este caso, se les propuso a los docentes una afirmación

- *Afirmación 20:* Al diseñar un modelo matemático el estudiante debe evaluar y validar dicho modelo, una forma de hacerlo es que el docente brinde la respuesta correcta al final del ejercicio.

Sin embargo, la validación y evaluación de la modelización matemática no establece este método como una recomendación, de hecho lo contradice. A pesar de ello, 17 docentes muestran concepciones que validan tal afirmación. Esto se puede observar en la *Tabla 18*:

Tabla 18

Distribución de los educadores por subcategoría evaluación y validación

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 20	8	9	5	2

Fuente: Elaboración propia.

Se evidencia así, que la concepción docente sobre la evaluación y validación de una solución a un problema matemático, dista de lo que propone la modelización matemática.

Por otro lado, las siguientes son manifestaciones docentes de respecto a la competencia evaluación y validación en las preguntas abiertas del cuestionario:

- “Discusión entre compañeros en las que comparten ideas” (Doc-2, respuesta a cuestionario, 2019).
- “Capacidad de (...) corroborar dichas hipótesis” (Doc-15, respuesta a cuestionario, 2019).
- “Discusión de los resultados obtenidos por los estudiantes” (Doc-7, respuesta a cuestionario, 2019).
- “Discusión de resultados: Los estudiantes proponen sus soluciones. Docente y estudiante buscan llegar a crear una modelización del problema” (Doc-16, respuesta a cuestionario, 2019).
- “Análisis de resultados” (Doc-20, respuesta a cuestionario, 2019).

Esta fue la segunda competencia que los docentes contemplaron con mayor frecuencia para desarrollar una clase con modelización matemática.

Luego de ver y analizar los datos obtenidos en el cuestionario, se decidió para efectos de la investigación, profundizar en esta subcategoría. Para ello a los docentes a entrevistar se les planteó las siguientes preguntas: ¿Cuál es su posición con respecto a la siguiente

afirmación: una forma de validar la respuesta obtenida por los estudiantes es la solución del docente? ¿O se puede validar por otras alternativas, como discusiones entre compañeros?

Se obtuvieron las siguientes respuestas.

Entrevistado 1:

Que complicado, no deberíamos dar la respuesta, el muchacho debería estar seguro de lo que está haciendo y tener la certeza de que la respuesta está correcta, después de la primaria. Pero lamentablemente uno recurre a dar su respuesta por la estructura que ya tenemos. Yo tengo la costumbre de dar el problema con pregunta, problema que se le da la respuesta de acuerdo a la pregunta y a lo que se está hablando en el problema.

Entrevistado 2:

Sí, también me gusta, digamos, hacer esta esa versión oficial, por así decirlo por qué es lo que me permite hacer la general, formalización y hacer la conexión con la teoría entonces que ellos vean que lo que vamos a desarrollar tiene sentido para este problema y durante el desarrollo de la teoría cuando les estoy dictando la versión oficial, tomo parte de los ejemplos y las ideas que ellos dijeron para que vean que el realidad el problema inicial lo que quería hacer era de pintarle el panorama de lo íbamos a estar haciendo, de manera que a esa versión oficial al cierre no es solamente para imponer mi idea de cómo se debió haber resuelto, si no, para hacer la conexión con la teoría que yo les voy a dar.

(...) talvez la solución que yo les propongo es más corta o menos enredada pero aquí hay una diferencia yo tengo años haciendo estos ejercicios entonces yo sé que hay una estrategia para hacerlo, en este caso usted siempre que empiezan a pelotear un problema que lleguen a la solución aunque les tome un poco más de camino esta es la propuesta, digamos que formal, la que yo les traigo es hacer esto, esto y esto, entonces ahí yo tomo algunos aportes de ellos.

Los docentes entrevistados, muestran en sus concepciones el hecho que ellos prefieren dar la respuesta correcta a los estudiantes de un problema matemático para que ellos revisen su propio procedimiento. Si bien es cierto que abren espacios de discusión de soluciones y

contrarrestan con otros modelos, dar las respuestas o los contraejemplos a los estudiantes para que determinen si la solución es correcta o no, no se recomienda según la modelización matemática.

CT5-CC Conexiones a otros modelos

En cuanto a las afirmaciones planteadas en el cuestionario para la subcategoría llamada “conexión con otros modelos”, nuevamente se plantearon dos afirmaciones contradictorias entre sí.

Se les plantearon las siguientes afirmaciones:

- *Afirmación 21*: Al resolver una situación con modelización matemática se crea un modelo, el docente debe tratar de no resolver otra situación con este mismo modelo para no confundir a los estudiantes.
- *Afirmación 26*: Un modelo matemático debe ser utilizado por el profesor en distintos fenómenos, con nuevas interpretaciones para así tener distintas visiones del campo de aplicación de este modelo.

La *Afirmación 21* contradice a lo propuesto en la teoría de modelización matemática, mientras que la *Afirmación 26* sigue lo estipulado bajo esta teoría.

Al respecto, la opinión de los docentes se muestra en la *Tabla 19*:

Tabla 19

Distribución de los educadores por subcategoría conexiones a otros modelos

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 21	3	5	11	5
Afirmación 26	13	7	2	2

Fuente: Elaboración propia.

Se puede afirmar, a partir de los resultados obtenidos que los docentes poseen una concepción acorde a la modelización matemática, ya que 20 docentes están total o parcialmente de acuerdo con la *Afirmación 26*. No obstante, con la *Afirmación 21* muestran discrepancia en su opinión, dado que 16 consideran estar en desacuerdo con dicha afirmación, pero 8 profesores plantean estar parcial o totalmente de acuerdo.

Por otro lado, al revisar las preguntas abiertas, esta competencia fue de las que menos recurrencia tuvo en las respuestas brindadas por los docentes.

Sin embargo, lo anterior no impide que se hayan presentado opiniones de docentes que señalan una clara concepción de esta competencia de modelización en apego a lo que establece la teoría. Por ejemplo, un profesor afirma que la modelización matemática conlleva: “Conjunto de actividades dirigidas donde se aplican habilidades adquiridas que permiten interiorizar conocimientos y a la vez encontrarle el sentido práctico” (Doc-20, respuesta a cuestionario, 2019).

Por último, otras de las manifestaciones docentes respecto a “conexiones a otros modelos” fueron:

- “Visión amplia del mundo que los rodea” (Doc-7, respuesta a cuestionario, 2019).
- “La búsqueda de estrategias de analizar y conectar conocimientos en la vida en todas las ciencias y lograr aplicar y descubrir si es posible como lo pueden ayudar en su formación personal y profesional” (Doc-13, respuesta a cuestionario, 2019).

4.3.6. Análisis Docente y las Competencias Docentes de la Modelización Matemática

Según la información brindada por los docentes, ellos están de acuerdo en que primero se debe plantear un problema matemático y luego buscarle un contexto real donde pueda aplicarse. Además, conciben en que los problemas seleccionados para trabajar modelización matemática, se pueden modificar respecto a su contexto, sin que eso afecte lo que se espera de dicho problema. Los docentes en general, están de acuerdo con esto, teniendo una concepción contraria a lo que se establece bajo la modelización matemática. Añadido a esto, no se encontró evidencia contundente de que los docentes fueran conscientes de la competencia “observación y experimentación”. Y así mismo, se refleja una concepción que no se apega a lo postulado en la teoría de la modelización matemática o los programas de estudio de matemáticas.

En cuanto a la delimitación de un problema presentado a los estudiantes, los docentes se dividen en partes iguales respecto a si un problema debería o no tener más variables de la cuenta o que no se vayan a utilizar en la resolución del problema, demostrando así que no tienen seguridad respecto a este rubro. Sin embargo, los docentes sí manifiestan tener claro el hecho de que son los estudiantes los encargados de delimitar un problema y los

encargados de desechar o no datos de la situación planteada. Por lo tanto, dan a entender que no tienen claro que tan extensos o cuantiosos deben de ser los problemas a plantear, pero si hay que simplificar el problema, son los estudiantes quienes deben encargarse de ello.

Los docentes –en sus respuestas abiertas– simplifican la competencia “delimitación del problema” como una lectura o como un análisis e interpretación de un problema. En el caso de los docentes entrevistados, externan que la ejecución de la delimitación de un problema y la organización del grupo para ello depende del grado de dificultad que muestre el problema, también mencionan que ven el trabajo en grupo como una forma viable de hacerlo. Los docentes entrevistados también coinciden en que la interpretación de un problema por parte de los estudiantes es una de las principales dificultades en el uso de la modelización matemática.

También, los docentes muestran concepciones, no muy seguras, pero que se inclinan por rechazar la idea de que todos los estudiantes deben trabajar una situación problema bajo el mismo modelo matemático para así, obtener todos la misma respuesta. Congruentes con esta concepción, los docentes manifiestan estar de acuerdo con la idea de implementar distintas estrategias para resolver un problema, logrando un aprendizaje más importante ya que se abarcan más conocimientos previos. En general, los docentes tienen la competencia “selección de estrategias” de la modelización matemática bastante presente, un aspecto opuesto a la enseñanza “tradicional” de la matemática, donde el profesor era quien decía como resolver los ejercicios y los estudiantes se limitaban a reproducir el procedimiento.

En cuanto a la evaluación y validación de los modelos, los docentes están de acuerdo con que el profesor brinde la respuesta al final de un ejercicio para validar un problema de contexto real. De hecho, algunos docentes sí tienen claro que la discusión entre estudiantes de una solución es la forma correcta de validarla, pero según los datos, esto no es una concepción mayoritaria. Por estos datos, pareciera que los educadores no tienen clara la forma en que deben evaluar un modelo matemático bajo la perspectiva de la modelización, ya que contradicen características de esta. Incluso, al profundizar este aspecto en la entrevista semiestructurada, se evidencia que los profesores saben que no deben dar la respuesta al final de un problema, sin embargo lo hacen para mayor seguridad y agilidad de

la clase, en otras palabras, los docentes conocen la teoría pero no la practican, ya que temen errores de los estudiantes en la validación de las soluciones.

Para la última competencia establecida, conexión a otros modelos, los docentes en su mayoría muestran una concepción acorde a lo establecido en la teoría de la modelización matemática, ya que apoyan la utilización de un modelo matemático en distintos ámbitos para abrir nuevas interpretaciones y rechazan la idea de que un modelo se puede utilizar una única vez. Por otro lado, los docentes están de acuerdo con no utilizar un mismo modelo matemático en otras situaciones problema, ya que según ellos esto puede confundir a los estudiantes, idea que difiere con lo planteado en la modelización matemática. Mostrando así una contradicción en las concepciones que tienen respecto a esta competencia docente.

Además, esta competencia mostró muy pocos rasgos en las manifestaciones docentes en las preguntas abiertas del cuestionario, dando a entender que posiblemente sea una competencia no considerada en el quehacer diario de los docentes en el salón de clases.

Por todo lo anterior, pareciera que las concepciones de los profesores no coinciden satisfactoriamente sobre las competencias docentes al aplicar modelización matemática, aspecto fundamental e importante para aplicarlo en clase, ya que es lo que lleva la teoría a la práctica al llevar a la clase esta metodología de enseñanza.

4.3.7. Evidencias de la Concepción Docente Respecto los Criterios de Selección de Problemas Para la Modelización Matemática

Los criterios de selección de problemas contemplan cinco subcategorías: CT6-S Significado de la tarea de modelización, CT6-C Contexto realista basado en la realidad, CT6-P Provocar más preguntas, CT6-E Estimulación de manera holística del aprendizaje, CT6-L Nivel del lenguaje apropiado. Estas subcategorías se trabajaron con dos instrumentos con la colaboración de los docentes, el cuestionario y la entrevista semiestructura, en esta última se profundizó en dos subcategorías: contexto realista basada en la realidad y provocar más preguntas.

Con respecto a las preguntas cerradas del cuestionario se realizó una distribución en once afirmaciones para caracterizar la concepción de los docentes, clasificadas en los criterios de selección de problemas.

Por otra parte, en las preguntas abierta también se contempla estas subcategorías, donde se toma el discurso de los docentes y se asocia con el criterio de selección de problema, de forma tal, que evidencia de manera, explícita o implícita, la una concepción de los participantes.

CT6-S Significado de la tarea de modelización

En el cuestionario aplicado a los docentes se construyeron dos afirmaciones contrarias entre sí, la *Afirmación 28* siendo coherente con la teoría de la investigación, mientras que la *Afirmación 29* expone una idea que se aleja de la teoría. La modelización matemática considera que en el significado de la tarea, los estudiantes deben saber que están haciendo y el sentido de trabajar en ello.

- *Afirmación 28*: Al seleccionar un problema para trabajar con modelización matemática, se debe considerar que el estudiante comprenda de forma explícita su aplicación o utilidad.
- *Afirmación 29*: Al seleccionar problemas de modelización matemática, es preferible buscar situaciones que se desarrollen en un contexto estadístico, científico o económico.

Los educadores están de acuerdo que los estudiantes deben comprender la tarea que están realizando de manera explícita y la utilidad que conlleva realizar esta labor. Pero se manifiestan una opinión dividida, según sus respuestas, que las situaciones planteadas deben responder a un contexto académico y científico (*Tabla 20*).

Tabla 20

Distribución de los educadores por subcategoría significado de la tarea de modelización

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 28	14	7	3	0
Afirmación 29	4	12	5	3

Fuente: Elaboración propia.

En la sección de cuestionario de preguntas abiertas, los docentes manifestaron que, la modelización matemática es “una adaptación a lo actual, donde la Matemática modele situaciones de la vida cotidiana en contextos propiamente donde el estudiante se

desenvuelva” (Doc-9, respuesta a cuestionario, 2019), reflejando que las tareas deben estar en función del estudiantado y tengan un sentido para ellos.

Además añaden que es un “método de enseñanza que le permite al estudiante aprender matemática de manera aplicada a situaciones de la vida real y que a su vez permite que se desarrolle un aprendizaje significativo” (Doc-18, respuesta a cuestionario, 2019), propuestas que empatan con las características que el docente debe considerar al momento de seleccionar problemas que posean significado para el alumnado.

Los educadores, con respeto a los problemas que se eligen para la modelización matemática, expresan que debe haber “claridad en lo que se desea exponer y en lo que se desea obtener del problema para escoger correctamente las variables adecuadas basadas en una correcta interpretación” (Doc-5, respuesta a cuestionario, 2019).

Sumado con esta característica se puede resaltar otros atributos de los problemas como lo son: “sencillo, atractivo, lo más realista posible y que se centra en el uso y la necesidad de comprender el entorno” (Doc-10, respuesta a cuestionario, 2019), además se debe considerar “con lo que el educando pueda identificarse” (Doc-1, respuesta a cuestionario, 2019).

Por lo cual las actividades planteadas se deben centrar en “aplicaciones en la vida cotidiana” (Doc-13, respuesta a cuestionario, 2019), para que el estudiante comprenda su uso y además tengan la capacidad de poder desarrollar, dado “que al final el alumno sienta que le está sacando provecho a su trabajo en clase” (Doc-17, respuesta a cuestionario, 2019).

Los contextos donde se establecen las actividades de modelización matemática no se encuentran precisamente reflejados en las preguntas cerradas del cuestionario, pero si se da certeza, en cierta medida, que deben producir una comprensión, por parte de los estudiantes, de la utilidad de los problemas planteados. Por otra parte, las preguntas abiertas dan mayor percepción de esto, al referirse que las situaciones deben ser del interés del estudiante donde se intente aproximar de mejor manera sus contextos y el aporte de este aprendizaje para sus vidas.

CT6-C Contexto realista basado en la realidad

Con respecto a las preguntas cerradas del cuestionario, en el criterio de selección de problemas, contexto realista basado en la realidad, se propusieron dos afirmaciones contradictorias, de forma tal que, la *Afirmación 25* es opuesta a las ideas planteadas en la modelización matemática, mientras que, la *Afirmación 30* sí es consistente con la teoría de la investigación.

En la *Afirmación 25* se establece un problema imaginario extraído de una serie de superhéroes, se le propone a los educadores que se puede acoplar a un contexto realista realizando la modificación de su información para establecerlo en una situación real del país. El contexto realista basado en la realidad menciona que la tarea debe ser más próxima a la edad, experiencias e intereses del grupo que se pretende trabajar, por lo cual una modificación superficial no basta para este cometido.

- *Afirmación 25*: Para adecuar el problema anterior en un contexto realista, se pueden utilizar el contexto de la visita del presidente Barack Obama a Costa Rica en el 2013, cambiando a los personajes sobre los edificios con francotiradores del cuerpo de seguridad presidencial y Flash como la carrosa presidencial.
- *Afirmación 30*: La edad y el nivel académico de los estudiantes es un factor importante a considerar en la selección de problemas al trabajar con la modelización matemática.

Los educadores están de acuerdo en cierta medida que las modificaciones de un problema pueden generar una situación más adaptada a la realidad del estudiante, aunque existe una cierta resistencia a esta idea. Por otra parte, si están de acuerdo que la edad y el nivel de los estudiantes es un factor importante en la elección de problemas para el trabajo en la modelización matemática.

Se evidencia que los docentes no tienen una clara concepción sobre el contexto realista de un problema, pues en ambas concepciones aunque son contradictorias en el sentido de realidad de un problema, presentan aceptación por la mayoría de profesores.

A continuación se evidencia la opinión de docentes en la *Tabla 21*.

Tabla 21*Distribución de los educadores por subcategoría contexto realista basado en la realidad*

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 25	7	10	4	3
Afirmación 30	14	6	3	1

Fuente: Elaboración propia.

En la información recopilada en las preguntas abiertas del cuestionario se evidencia este criterio, los educadores afirman que las tareas asignadas se deben adaptar a la realidad de los estudiantes (Doc-22, respuesta a cuestionario, 2019), de forma que correspondan “a la vida cotidiana y a la que nos rodea y no estar tan lejos de la realidad” (Doc-4, respuesta a cuestionario, 2019), donde se pueda “desarrollar cada tema con problemas de la vida cotidiana del estudiante. Algo más real” (Doc-1, respuesta a cuestionario, 2019).

Los participantes Doc-1, Doc-6, Doc-9 y Doc-15 (respuesta a cuestionario, 2019) resaltan que los problemas seleccionados deben involucrar la vida cotidiana del estudiante en contexto de situaciones reales propias del estudiante, “una forma en la cual el docente formula ejemplos de cada tema relacionado a la vida cotidiana” (Doc-4, respuesta a cuestionario, 2019).

La selección de problemas para la modelización matemática consiste en “plantear situaciones del entorno, del quehacer diario del estudiante de acuerdo a su convivir y a su ambiente social” (Doc-2, respuesta a cuestionario, 2019), consistente con esta idea se añade que “sean situaciones de la vida cotidiana o del contexto diario de los estudiantes” (Doc-16, respuesta a cuestionario, 2019).

A partir del discurso de los docentes se pueden extraer características que debe ser consideradas en la selección de las tareas planteadas a los estudiantes, como lo son: “atractivo al alumno, que sea de su realidad” (Doc-17, respuesta a cuestionario, 2019); debe ser acorde o adaptarse a la nivel del educando (Doc-6, Doc-7, Doc-11 y Doc-19, respuesta a cuestionario, 2019); tiene que consistir en temas que el estudiante refleje verdadero interés (Doc-6, Doc-13 y Doc-22, respuesta a cuestionario, 2019); además que sea “algo que ellos están en contacto desde pequeños” (Doc-13, respuesta a cuestionario, 2019).

Esto puede crear un panorama más atractivo para el educando, el cual contempla particularidades que fomenten su inmersión en la temática, para fortalecer el trabajo en el aula y su reflejo en su cotidianidad.

Los docentes externan que se debe de presentar “un problema con el cuál el estudiante se puede identificar” (Doc-1, respuesta a cuestionario, 2019), que refleje una temática con la cual se pueda apropiarse en un sentido más personal, “algo que el alumno no solo imprime sino que lo puede tocar y percibir” (Doc-3, respuesta a cuestionario, 2019).

Según las palabras de los participantes el estudiante no tendrá complicación en el desarrollo de la tarea planteada, “porque es una situación real a la que no costara adaptarse para tener dominio del tema” (Doc-4, respuesta a cuestionario, 2019), “es una imagen que es de fácil acceso, tanto mental, de trazo y física” (Doc-5, respuesta a cuestionario, 2019). Promueve que las asignaciones planteadas al alumno fomenten la interacción con temáticas próximas que involucren trabajos de los conceptos matemáticos de forma aplicada.

A los colaboradores de la entrevista semiestructurada se les planteó la interrogante, ¿Cuáles aspectos considera usted de sus estudiantes para la selección de problemas para trabajar en clase?, de la cual se extrajo parte del discurso y se identificaron rastros del criterio de selección de problemas denominado contexto realista basado en la realidad.

Entrevistado 1:

El contextualizar sí es complicado, porque uno trata de hacerlo a nivel de comunidad o a nivel del colegio, pero cada chiquillo es un mundo distinto, entonces, bueno, cuando digamos, un dólar, o de los dólares, tal vez un chiquillo nunca ha visto un dólar, entonces no entiende el concepto de qué es un dólar ni tampoco el cambio del dólar por decirlo así.

Además el *Entrevistado 1* nos menciona que hay situaciones que se pueden considerar comunes, por ejemplo ir a la feria, pero al momento de ser aplicadas se dan cuenta que los estudiantes nunca han vivido esa situación. Añade que han cambios que se pueden realizar en el contexto, pero se debe considerar la raíz del problema antes de hacerlo.

Un aspecto importante es tener un panorama amplio de los contextos de los jóvenes, porque puede suceder que por vergüenza, ellos no le aclaren al educador que no conocen esa situación (*Entrevistado 1*).

Entrevistado 2:

El tipo de problema que vayas a trabajar, porque en realidad a la hora que vayas a contextualizar tengo entendido que el programa maneja tres contextos: el local, el nacional y el global. Porque una de las cosas que dice el programa también es que somos ciudadanos globales, por así decirlo con conocimiento de la realidad mundial, entonces no necesariamente todo tiene que ser en el lugar que estudian, verdad, porque los chicos también tienen que ser conscientes de que son parte del planeta, donde las situaciones que empezaron allá en China con esta pandemia, vinieron afectaron a nosotros acá. Entonces, no todo se va a contextualizar precisamente al colegio, a la ciudad específica de este, donde está ubicada la institución.

Ahora con la tecnología, nos menciona el *Entrevistado 2*, los estudiantes tienen más cercanía con otros contextos por ejemplo con la moneda, que aunque no conocen el dólar en situaciones reales, en un contexto virtual ellos tienen interacción con esta moneda ya sea en compras en línea o en video juegos.

El *Entrevistado 2* afirma que:

Cambiar el nombre de la ciudad y cambiar la moneda, por así decirlo, no son suficientes para contextualizar (...) he manejado otras situaciones en las que los contextualizo, o más bien, utilizo metáforas donde no es un ambiente específicamente dentro del colegio o un ambiente específicamente real, es una situación donde los chiquillos son los que participan pero a nivel metafórico.

En síntesis, la modificación de situaciones para que contextualice una tarea es una idea que los docentes no se encuentran del todo de acuerdo, según las preguntas cerradas, pero si están claros que el nivel académico y la edad de los estudiantes es un factor importante a tomar en cuenta. Por parte de las preguntas abiertas, se puede aportar que las situaciones planteadas deben responder a un contexto real de los alumnos, de su quehacer diario y que sean de interés para ellos.

Los docentes entrevistados aclaran que los estudiantes se encuentran en un entorno más globalizado y que con cierta cautela se pueden producir situaciones que intervengan con un ciudadano de mundo, no solo a nivel país, dado sus interacciones en esta sociedad. Entonces que pueden existir diferentes niveles de contextualización, pero que se debe tener precaución en la adaptación de un problema para el trabajo de aula.

CT6-P Provocar más preguntas

Con respecto al criterio “provocar más preguntas” –de selección de problemas–, se estableció en las preguntas cerradas dos afirmaciones que son contradictorias entre sí. En esta ocasión, la *Afirmación 32* se mantiene bajo las ideas de modelización matemática, al contrario de la *Afirmación 33*, que plantea una situación que no es consistente en la teoría investigada.

- *Afirmación 32*: Los problemas seleccionados para trabajar con la modelización matemática, se pueden modificar en su contexto sin perder sentido en la situación original.
- *Afirmación 33*: Para seleccionar problemas que permitan desarrollar la modelización matemática se debe incluir toda la información, evitando que el estudiante cree supuestos o hipótesis propias.

Esta última afirmación es contraria a lo propuesto en los procesos de modelización matemática, que promueven que los problemas planteados tienen características que permiten modificar condiciones del problema que colaboren a ampliar el desarrollo de la resolución de la misma.

En la *Tabla 22* se encuentra la distribución de la opinión de los docentes con respecto a las dos afirmaciones, donde se evidencia que 19 docentes consideran ambas afirmaciones válidas, de manera que esta competencia muestra confusión en el tipo de problema que se considera para procesos de modelización matemática, el cual permite modificar el contexto original, pero a su vez solicita que al estudiante se le brinde toda la información necesaria de manera que evite la construcción de conjeturas o hipótesis propias.

Tabla 22*Distribución de los educadores por subcategoría provocar más preguntas*

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 32	16	3	3	2
Afirmación 33	12	7	4	1

Fuente: Elaboración propia.

Para identificar la opinión de los participantes, en las preguntas abiertas, en la subcategoría de “provocar más preguntas” se hizo referencia a un problema dado y la capacidad del mismo para incentivar el desarrollo de la modelización matemática en el salón de clase.

Entre los educadores se menciona que problemas de este estilo pueden colaborar en profundizar sobre los conceptos trabajados, para lo cual “da un salto para enfrentar nuevas situaciones que le pueden exigir más análisis para responder” (Doc-13, respuesta a cuestionario, 2019). Además que se pueden realizar modificaciones a la tarea, para provocar discusiones sobre el problema, “también hablaría de cuánto material se desperdicia cada “x” cantidad de vasos” (Doc-6, respuesta a cuestionario, 2019).

Una tarea como la propuesta puede producir interrogantes que exploren otras habilidades matemáticas, donde no se limitan a resolver el problema original, nos indica el Doc-15 (respuesta a cuestionario, 2019) que se “realice conjeturas en cuanto a tamaño y forma del “vasito”, si es la ideal o no, que modelan en cuanto a material costos y formas. Para concluir cual será el más adecuado por ejemplo”. Por otra parte, “que se puede indagar acerca de la cantidad de papel se debe usar, así como el porqué de esa forma y material en cuanto a costos para el fabricante” (Doc-14, respuesta a cuestionario, 2019).

Para ampliar la percepción de los docentes con respecto al criterio de selección de problemas de provocar más preguntas se aplicó en la entrevista semiestructurada con las siguientes preguntas. ¿Es necesaria –bajo la modelización matemática– ofrecer toda la información completa en un problema, para evitar que los estudiantes creen supuestos? Cuando trabaja en sus clases un problema previamente seleccionado, ¿suele cambiarle alguna variable de contexto para visualizar otras aristas y generar otras preguntas de los

estudiantes?, de las cuales se pueden extraer parte de su discurso como se presenta a continuación.

El *Entrevistado 1* menciona que en ocasiones los estudiantes toman distintas rutas para la resolución de un problema o que lo ven desde otra perspectiva que el grupo en general no la había tomado en cuenta, en esa circunstancia el educador se centra con el estudiante a verificar los procesos para asegurar que el procedimiento sea adecuado, menciona que:

Sí enriquece, pero no a la clase en sí, es un enriquecimiento más individual y en algunos casos, bueno no puedo citar el detalle, pero sí en algunos casos he dicho: eso me sirve para la siguiente clase, nunca lo había visto de esa forma.
(*Entrevistado 1*)

También recalca que los estudiantes en la actualidad tienen mayor acceso a la información, que esto puede provocar que encontremos procedimientos que desconozca el educador, pero que se puede verificar que es una ruta alternativa es correcta y que no había considerado hasta el momento, el *Entrevistado 1* afirma que:

No niego que me he encontrado, no sé, tal vez digamos, tal vez tres procesos distintos y que son válidos, que nunca he visto y yo digo: qué raro esto al muchacho le da pero la respuesta específica, ya verifico que hace el jovencito... diay sí está bien. No sé de dónde lo sacó, seguro alguien se lo explicó o alguna cosa de esa. Incluso hay fórmulas que nosotros desconocemos, hay fórmulas distintas.
(*Entrevistado 1*)

Uno de los educadores nos comenta que estudiante tiene la capacidad de tomar de decisiones de una tarea asignada, “a veces yo le pongo información adicional para que descarten, si le sirven o no les sirve porque a situaciones reales, pues usted es que decide cómo maneja información y cuáles piezas, cuáles variables y cuáles no” (*Entrevistado 2*).

Entrevistado 2:

Yo siento que es bueno dejarles ahí información adicional que ellos mismos tengan que decidir si esto tiene importancia mi problema o no, supongamos que es un asunto de comprar o de vender algo y hay variables que no tienen valor, no tienen

sentido en este momento a considerar y les dejo el número por ahí atravesado, entonces ellos tiene que descartar cuáles número no sirven o cuáles no toman en cuenta, ellos dicen profe pero no usamos el 10, es que eso al final era una cáscara banano nada más, para ver cuál se resbalaba y se caía, viene con trampilla.

A partir de esto se puede visualizar un conflicto en las respuestas de las preguntas cerradas, dado que fomentan que los estudiantes se adentren más en un problema, y a la vez, especifican que la información completa debe estar en la situación planteada. Pero este conflicto se minimiza con su discurso, mencionando que los educadores tienen conciencia de las posibilidades que puede presentar un problema, promoviendo que en algunas ocasiones se puede ampliar, siempre y cuando, no anula el sentido original de la situación, al contrario, genera un aporte al aprendizaje de los alumnos.

En la entrevista semiestructurada se evidencio, que el trabajo para profundizar un problema puede ser, regularmente, una situación de estudiantes en específico y que la población en general no necesariamente puede sacarle el mismo provecho de esta actividad.

CT6- E Estimulación de manera holística el aprendizaje

En la subcategoría de estimulación de manera holística del criterio de selección de problemas, se realizó una afirmación a partir de la característica de por construir tareas que permitan que los estudiantes exporten sus conocimientos a un contexto próximos.

- *Afirmación 34:* La modelización matemática permite seleccionar problemas que contribuyan a resolver situaciones en un ámbito de la vida cotidiana para los estudiantes.

Los docentes en su mayoría están de acuerdo que las actividades desarrolladas con los estudiantes respondan a un ámbito de la vida cotidiana y que reconozcan la utilidad de trabajar en estas tareas (*Tabla 23*).

Tabla 23

Distribución de los educadores por subcategoría estimulación de manera holística el aprendizaje

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 34	17	4	2	1

Fuente: Elaboración propia.

La estimulación holística es evidenciada por los educadores en lo extraído de las preguntas abiertas del cuestionario, uno de ellos menciona que al “modelar la matemática no perdiendo su utilidad, sino dándole más interés al estudiante al valorarla y saber que con ella vivimos a diario independientemente de donde nos encontremos” (Doc-8, respuesta a cuestionario, 2019), dando a reconocer la importancia de cultivar habilidades que los alumnos utilicen a partir de los conocimientos adquiridos.

Complementando esta concepción docente se puede resaltar que una tarea de modelización matemática “debe presentar algún nivel de aplicabilidad o utilidad para el estudiante y la comunidad en la que está” (Doc-9, respuesta a cuestionario, 2019), por otro lado los problemas deben generar “aportes al progreso de la vida social, científica y otras para que analicen como ayuda al mundo” (Doc-13, respuesta a cuestionario, 2019).

Los docentes reconocen la importancia de trabajar con temáticas que presenten interés matemático y personal en cada uno de los estudiantes fuera del salón de clase, además que con las tareas asignadas se puedan explorar contextos donde se pueda aplicar los conocimientos adquiridos.

Algunas de las temáticas que se pueden trabajar en la clase de matemática, nos mencionan los participantes, son los ecológicos como el cuidado del planeta mediante el reciclaje y el impacto de la contaminación ambiental (Doc-5, Doc-6, Doc-10, respuesta a cuestionario, 2019), que es a partir de ellos que se pueden enlazar estas temáticas con las tareas asignadas para los educandos.

Las ideas proyectadas por los educadores en el cuestionario reflejan que la aplicación y la utilidad de una habilidad aprendida en las actividades de modelización, deben reflejar la utilidad para los estudiantes en diversos contextos de su vida. Además nos amplían con su

discurso, que existen contextos más favorables para estas actividades, en los cuales ellos se puedan sentir más identificados y así asociar los aprendizajes adquiridos con situaciones en su vida cotidiana.

CT6-L Nivel del lenguaje apropiado

En el cuestionario se establecieron dos afirmaciones contradictorias, siendo *Afirmación 24* la que se aleja de la teoría de modelización matemática y la *Afirmación 35* la que concuerda con las ideas de la investigación.

- *Afirmación 24*: Para trabajar con modelización matemática es preferible seleccionar problemas que posean un lenguaje que corresponda a un nivel académico superior al de los estudiantes.
- *Afirmación 35*: Para trabajar con modelización matemática se debe adecuar el lenguaje en aquellos problemas que posean un léxico no común para los estudiantes, pero que se mantenga acorde al contexto de la situación.

Los criterios de selección de problemas en esta subcategoría promueven la cercanía del lenguaje a los estudiantes, manteniendo un nivel académico acorde al desarrollo del adolescente y un léxico que le sea familiar.

Los participantes consideran que el léxico manejado en las tareas asignadas debe ser acorde al conocido por los estudiantes y que se pueden realizar adaptaciones que favorezcan a sus contextos. Por otro parte, no se puede establecer un consenso general con respecto al nivel académico del lenguaje utilizado, se podría mencionar que les es más aceptable mantener un lenguaje correspondiente al nivel académico de los jóvenes (*Tabla 24*).

Tabla 24*Distribución de los educadores por subcategoría nivel del lenguaje apropiado*

	Totalmente de acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Parcialmente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Afirmación 24	4	6	6	8
Afirmación 35	16	8	0	0

Fuente: Elaboración propia.

Los docentes evidencian en su discurso, extraído de las preguntas abiertas del cuestionario, que el vocabulario utilizado debe ser simple, claro, sencillo y de fácil comprensión (Doc-1, Doc-2, Doc-6, Doc-8, Doc-23, respuesta a cuestionario, 2019), como se menciona en la teoría de modelización matemática deben fomentar, en los estudiantes, la capacidad de comprensión de lo que se le plantea.

Completando esta idea los educadores plantean que un problema “debe ser claro, o puede tener ambigüedades, pues confunde al estudiante” (Doc-18, respuesta a cuestionario, 2019), además que en su composición debe ser “lo más sencillo en su lenguaje” (Doc-22, respuesta a cuestionario, 2019), por lo cual es importante que su redacción permita abarcar la temática en forma práctica.

El participante Doc-19 (respuesta a cuestionario, 2019) recalca la importancia del léxico utilizado en los problemas al mencionar que se “debe presentar un nivel de complejidad y vocabulario acorde al nivel de los estudiantes”.

En forma general los docentes tienen presentes que el lenguaje utilizado debe ser sencillo para la recepción adecuada por los estudiantes, una característica que fue resaltada por varios educadores en las preguntas abiertas. El léxico debe adaptarse a los estudiantes con un manejo delicado de la situación planteada, mencionan los educadores, pero existen varias opiniones con respecto al nivel académico si debe acorde o superior a las capacidades de los estudiantes.

4.3.8. Concepción Docente y los Criterios de Selección de Problemas Para la Modelización Matemática

Dentro de las concepciones de los docentes se encuentra que en la selección de problemas para trabajar con modelización se debe tomar en cuenta que los estudiantes comprendan la

aplicación y la utilidad de las tareas que se le plantean. Por otro lado, consideran que los problemas con contextos en ámbitos como la ciencia, estadística y economía, son indicados para proponerlos a sus estudiantes.

En el criterio de selección de problemas de significado de la tarea, se pretende que los alumnos comprendan la finalidad de las tareas que se les asignan, idea congruente con la concepción de los educadores. Pero se alejan de la teoría de la modelización matemática al aceptar que los contextos mencionados son indicados para estos procedimientos, dado que no existe certeza de la aceptación de los estudiantes ante situaciones que se puedan plantear en estos ámbitos.

Contextos de las situaciones planteadas donde se interactúe el estudiante y se sienta más identificado con su vida real, es parte de los pensamientos de los educadores, se debe procurar un aprendizaje significativo de la asignatura en los problemas seleccionados. Además, las tareas que se plantean en sus actividades deben tener claridad y precisión en lo que se desea obtener –que el alumno identifique el objetivo de trabajar en ese problema–, ser sencillo, atractivo y realista, considerando las posibles aplicaciones de lo aprendido en su vida cotidiana

Durante la selección de problemas para el trabajo de la modelización matemática se debe tener en cuenta la edad y el nivel académico de los estudiantes para su construcción, esta es parte de las concepciones que poseen los docentes, a la vez que la modificación de problemas imaginarios y el acoplamiento a una situación mediante el cambio de circunstancias para hacer la situación cercana al estudiante también es un factor que pueden utilizar.

Los educadores acuerdan que las tareas asignadas deben de adaptarse a la realidad cercana de los alumnos, a su vida cotidiana y al contexto el cual pertenecen, que no se encuentren desapegadas a ellos, sino que, es más adecuado el desarrollo con situaciones que puedan considerar propias. El planteamiento de problemas debe estar ligado a su convivir con su ambiente social involucrado, que sea atractivo para ellos, a la vez que, debe adaptarse al nivel del alumnado, algo que puedan percibir con un sentido más personal y con ello propiciará a una mejor adaptación del tema.

Los educadores presentan una consistencia en sus concepciones con respecto a la selección de problemas que involucran la modelización matemática al considerar que los problemas tienen que poseer un acercamiento más personal en los problemas que se plantean, pero abandonan esta percepción al considerar que las modificaciones de una situación ficticia se puede apegar con una modelización en problemas realistas, en vez de iniciar con una situación próxima y posteriormente realizar transformaciones para aproximar las necesidades del tópico trabajado.

Profundizando en la aceptación de los cambios de un problema para la adaptación a un contexto más próximo de los estudiantes, los educadores opinan que no siempre es fácil realizar modificaciones que favorezcan a una adecuada contextualización, dado que los alumnos, como individuos, poseen proximidades diferentes a pesar que pertenezcan a una misma localidad, dado que las experiencias individuales no llegan a coincidir para plantear una situación la cual todo su público se sienta identificado.

El criterio de selección de problemas de contexto realista basado en la realidad pretende elegir tareas que sea del interés de las personas, procurando que se sientan identificados con las tareas que se están realizando, por lo cual es preferible una selección de actividades tomando como base los hábitos, las practicas o las circunstancias que hayan participado, formando parte del conocimiento grupal para los participantes.

Los educadores poseen la concepción de que al seleccionar problemas se puede modificar el contexto que se está trabajando con la salvedad que no se modifique el sentido de la situación inicial, además están de acuerdo con que los problemas deben de tener toda la información que se requiere para su solución sin la posibilidad que los estudiantes construyan a partir de sus propias ideas información de las tareas asignadas.

Los problemas deben de tener exigencias que promuevan una profundidad de análisis en las situaciones que se le plantean, es parte de las ideas que proponen los docentes, con la posibilidad de promover un mayor aprovechamiento de las tareas planteadas, a partir del cambio de circunstancias dentro de un problema.

La rigidez de establecer todas las condiciones para la resolución de un problema con modelización es una característica que es opuesta a la teoría de la modelización matemática, la que propicia que durante la selección de problemas se incentive el

aprovechamiento de las tareas asignadas a partir de las preguntas que pueda surgir de los alumnos. Además que con las modificaciones adecuadas, se puede sacar un mayor aprovechamiento de las circunstancias que se plantean y realizar variantes que puede enriquecer aún más durante la resolución de un problema.

Con los participantes no se puede establecer una concepción con respecto al ampliar la información que se pueda proporcionar en una tarea, por una parte opinan que los problemas deben tener la información justa y necesaria para su resolución, donde la extraer mayores características del mismo se limita a una actividad individual del estudiante. Pero por otra parte, consideran que dejar rastros de información en una situación promueve la mayor atención a los detalles de una situación real, donde no todo los valores que se le presentan son indispensables para la resolución del mismo.

De cualquier forma el criterio de selección de problemas de provocar más preguntas lo que pretende es que a partir de una tarea planteada se puedan realizar conexiones que amplíen tanto el problema como el conocimiento que adquieren los alumnos, que se lleguen a cuestionar variantes de las situaciones bajo condiciones similares y el efecto de las variantes que se le puedan ocurrir inspirados en los contextos de los problemas que se le presenten.

Los docentes dentro de sus concepciones concuerdan que los problemas seleccionados pueden tener la función de construir aprendizajes que permitan la utilización de esos conocimientos en su vida cotidiana y en sus contextos próximos. Por lo cual, las situaciones planteadas deben tener un propósito de promover conocimientos aplicables y útiles para los estudiantes en su cotidianidad.

Además dentro de la percepción de los educadores consideran que los contextos que utilizan el medio ambiente, ecología y entornos naturalistas, son un punto de apoyo para la posible selección que permita profundizar en circunstancias que los alumnos puedan apreciar la importancia de la adquisición de conocimientos con utilidad que puedan aprovechar.

Los educadores concuerdan con la teoría de la modelización matemática con respecto a que las tareas asignadas deben apreciar un aprendizaje holístico, dicho de otro modo, que los

aprendizajes obtenidos tengan una aplicación al alcance de los estudiantes, en circunstancias que puedan aprovechar en su vida cotidiana.

En las concepciones de los docentes se considera que durante la selección de los problemas para la utilización en la modelización matemática, el lenguaje utilizado debe ser acorde al nivel académico del estudiante. Además, que se debe conservar un lenguaje que sea adecuado para ellos, evitando las palabras poco comunes y técnicas.

Los problemas deben ser proporcionados con léxico claro, sencillo y simple, propiciando la fácil comprensión y evitando la ambigüedad que puede provocar conceptos elevados para el nivel que poseen los estudiantes.

Las concepciones de los docentes coinciden con la teoría de selección de problemas correspondiente al lenguaje apropiado, que nos indican que la escritura y los conceptos como se plantean en las situaciones deben ser consistentes con el nivel académico y con el contexto de los participantes de la modelización matemática.

En forma general las concepciones de los educadores con respecto a los criterios de selección de problemas se encuentran próximas a lo planteado en la teoría de la modelización matemática, existiendo algunos errores en su discurso como lo pueden ser asumir que los contextos científicos, económicos entre otros, son próximos y de interés para los estudiantes. Además de aceptar que la modificación de un problema lo puede convertir a un contexto realista utilizable para la modelización se debe realizar con mayor cuidado.

También se puede mencionar que existe una discusión con respecto a la profundidad que se puede dar a un problema y el aprovechamiento del mismo para exportar conocimientos a otras áreas o ámbitos, pero este aspecto puede asumir por la percepción de cada docente con respecto al alcance que le va dar a los programas de estudio.

4.4. Semejanzas y Diferencias Entre las Concepciones que Plantea los Programas de Estudio y lo que los Docentes Conciben, Sobre Modelización Matemática Como Proceso Matemático y Como Estrategia Metodológica

A continuación, en este apartado se presenta el análisis hecho en esta investigación al contrastar las concepciones docentes obtenidas con los instrumentos y lo propuesto en los programas de estudio de matemáticas del MEP.

4.4.1. Semejanzas y Diferencias entre las Concepciones con Respecto a la Categoría CT3 Fases de la Modelización Matemática

Las fases de la modelización matemática es un aspecto bastante teórico, por lo cual, se podría suponer que los programas de estudios deberían reflejar este aspecto de una forma más directa. Sin embargo, en algunos casos, solo se presentan rastros de estas fases, mientras que son los educadores los que evidencian estas fases ampliamente.

La fase de situación real se presentó de manera leve tanto para educadores como en los programas de estudio, existe una coincidencia en resaltar que las situaciones que se les presenten a los estudiantes deben tener un contexto realista.

Además, que las tareas que se le plantean a los estudiantes pueden ser apoyadas con el uso de la tecnología, tanto para el aprovechamiento de los recursos como para la visualización de las situaciones. Los educadores externaron que el uso de libros, películas, diagramas y la imaginación podrían ser fuente para el planteamiento de tareas.

Cabe resaltar que, en la teoría de la modelización matemática, se pretende que el estudiante tenga un vínculo con las labores asignadas y que el uso de la imaginación o circunstancias que no posean un contexto indicado, no son favorables para la presentación de las situaciones de modelado.

La representación mental de la situación se presentó de forma similar tanto en los programas de estudio como en las concepciones de los educadores, asegurando que existe un proceso que conlleva al trabajo mental en el diseño de estrategias y métodos para enfrentar un problema.

Los profesores investigados y los programas de estudio, resaltan que la descripción de la situación, la manipulación de objetos matemáticos y el uso de leyes, son habilidades que se incorporan al proceso de modelaje en un nivel mental. Los programas de estudio centran esta idea como habilidades pertinentes en el momento de exploración de un problema

mientras que los docentes externan que es la capacidad de reconocimiento de patrones y elementos del entorno involucrados.

Es en el uso mental que se resalta otra de las fases, el modelo real, donde los discursos los educadores y lo escrito en los programas de estudio, implican que en el proceso de modelización exista una justificación, un razonamiento y una argumentación para que los estudiantes puedan realizar generalización de las tareas planteadas.

El MEP recalca que, durante el proceso de resolución de un problema, los estudiantes deben compartir con sus compañeros sus hallazgos y realizar comparativas. Por otra parte, los educadores también colaboran con esta idea, que existen situaciones en las cuales los estudiantes pueden defender y discutir sus propios planteamientos con sus iguales.

El modelo matemático, como fase de la modelización, es un paso que algunos educadores consideran como inicio de la modelización matemática, en los programas de estudio no lo contemplan como fase, pero si existen evidencias de procesos anteriores al modelo matemático.

Esta es la fase que se evidencia en ambos casos con más claridad –mayor cercanía con la teoría de modelización matemática–, acordando que es una traducción de la situación planteadas a representaciones externas, mediante el uso de tablas, dibujos, lenguaje matemático, diagramas, entre otros.

Es evidente en ambos casos de la presencia de las fases, pero se podría suponer que estas características se evidencian de manera implícita. Dicho de otra manera, las fases de la modelización matemática podrían ser en muchos casos desconocidas, y no formar parte de la construcción de los programas de estudio, ni de la formación o actualización de los educadores.

Los pasos que brindan los programas de estudio para la modelización matemática, es un recorrido adecuado para percibir una idea de estas fases, por otra parte, los educadores aun sin ser consciente de ello, también lo podrían estar realizando. Pero la especificación o la diferenciación de las fases, es algo poco evidente, en mayor medida en los docentes.

Tabla 25

Semejanzas y diferencias con respecto la categoría CT3 Fases de la modelización matemática

Subcategorías de Análisis	Semejanzas entre las concepciones de los docentes y lo propuesto por los programas de estudio de matemáticas del MEP	Diferencias entre las concepciones de los docentes y lo propuesto por los programas de estudio de matemática del MEP
Fase de Situación Real	Las situaciones planteadas deben tener un contexto realista	Los programas de estudio resaltan el apoyo en la tecnología para la presentación de problemas, los educadores recalcan el uso de libros, películas, diagramas y la imaginación
Fase de Representación Mental	Existe un proceso que conlleva al trabajo mental en el diseño de estrategias y métodos para enfrentar un problema	Los programas de estudio centran la representación mental como la habilidad pertinente en el momento de exploración de un problema mientras que los docentes externan que es la capacidad de reconocimiento de patrones y elementos del entorno real involucrado
Modelo Real	El proceso de modelización conlleva habilidades de justificación, razonamiento y argumentación que les permite a los estudiantes realizar la generalización de las tareas planteadas	
Modelo Matemático	Esta es la fase que se evidencia en ambos casos con más claridad, como la traducción de la situación planteadas a representaciones externas	El modelo matemático, como fase de la modelización, es un paso que algunos educadores consideran como inicio de la modelización matemática, en los programas de estudio no lo contemplan como fase, si no como proceso intermedio

Fuente: Elaboración propia.

4.4.2. Semejanzas y Diferencias Entre las Concepciones con Respecto a la Categoría CT4 Ciclos de la Modelización Matemática

Los ciclos de la modelización matemática expuestos tanto por parte de docentes y los programas de estudio coinciden en aceptar aspectos del ciclo de la matemática aplicada, al referirse que permite la posibilidad de resolver cualquier situación que se les plantee, de lo básico a lo más complejo, sumergido en contextos fuera del ámbito educativo y con una finalidad de la resolución de problemas, sin existir presencia del educando en este proceso.

Sin embargo aunque poseen esta perspectiva, hay mayor presencia desde lo escrito por MEP (2012) y los discursos por parte educadores del ciclo de modelización matemática didáctico pedagógico, rastros de esto se observan durante el proceso de modelización matemática, donde se recalca que se deben delimitar las etapas del mismo –“pasos” denominados en los programas de estudio– como guía para que el ejercicio docente conduzca a los estudiantes para la resolución de las situaciones que se le plantean.

En forma general el ciclo de la modelización didáctica pedagógica predomina, de manera implícita, en los programas de estudio, al mostrar más rasgos de este ciclo y características puntuales de este. En cuanto a los docentes, las concepciones de estos docentes se basan especialmente en los programas de estudio, sin embargo a la hora de indagar en sus concepciones respecto a ciclos de modelización matemática, estas no son claras o definidas, difieren y no es posible establecer una línea.

Lo anterior quizá responda a que los programas de estudio de matemáticas no son claros o explícitos en cuanto a ciclos, semejanza que se muestra con las concepciones docentes.

Tabla 26*Semejanzas y diferencias con respecto a la categoría CT4 Ciclos de la modelización matemática*

Subcategorías de Análisis	Semejanzas entre las concepciones de los docentes y lo propuesto por los programas de estudio de matemáticas del MEP	Diferencias entre las concepciones de los docentes y lo propuesto por los programas de estudio de matemática del MEP
Ciclo de la modelización para matemática aplicada	Tanto los docentes como los programas de estudio de matemáticas aceptan aspectos del ciclo de matemática aplicada, como por ejemplo trabajar en contextos fuera del ámbito educativo	
Ciclo de la modelización didáctico o pedagógico.	Predomina en los programas de estudio de matemáticas y los educadores basan sus concepciones en el mismo, por lo cual mantienen concordancia entre los pasos de los programas de estudio y los procesos de la modelización matemática	En los programas de estudio aparece de forma implícita el ciclo didáctico-pedagógico, sin embargo las concepciones de los docentes no son claras o definidas al respecto

Fuente: Elaboración propia.

4.4.3. Semejanzas y Diferencias Entre las Concepciones con Respecto a la categoría CT5 Competencias Docentes de la Modelización Matemática

Al analizar el discurso de los educadores con respecto a las competencias docentes de la modelización matemática y las ideas planteadas en los programas de estudios de matemáticas se refleja una divergencia entre sus concepciones en aspectos generales, teniendo una mejor postura, con respecto a la teoría estudiada, el MEP(2012).

Durante la planificación de una lección que involucre la modelización matemática los programas de estudio enfatiza que es una etapa de importancia la cual debe recabar la información necesaria para su desarrollo, en cambio los educadores no le brindan una posición de importancia a este proceso, con base a las evidencia registradas, posiblemente por asumir que la labor del educador se limita a determinar un problema adecuado y arrancar con su aporte a partir del desarrollo de la lección.

Los educadores conciben que la organización del grupo como una característica importante, mencionan estrategias para la subdivisión de los estudiantes como una posibilidad utilizable

para el trabajo de aula. Por parte de los programas de estudio no se brindan directrices generales, pero sí remarcan la importancia de que el alumno posea una participación activa y de importancia durante el proceso.

Con respecto a la selección de estrategias, competencia docente de la modelización, los programas de estudio y los educadores concuerdan, encontrando similitudes en sus argumentos al mencionar que, se debe realizar las tareas que se puedan abarcar mediante diversas formas y de esa manera alcanzar más habilidades para los alumnos.

Los educadores y los programas de estudio coinciden, teóricamente, que se debe confrontar al estudiante con la validación de los problemas, fomentando las conjeturas y los razonamientos propios de cada uno de ellos. Sin embargo, los docentes muestran contradicciones en sus discursos recurriendo a métodos tradicionalistas y unidireccionales para la etapa de las competencias denominada evaluación y validación, por lo cual se puede considerar una diferencia entre lo planteado y la práctica educativa.

Otro de los aspectos donde se encuentra una concordancia con la teoría de modelización matemática es con la competencia docente conexión a otros modelos, en el cual los argumentos de los educadores y los programas de estudio coinciden que debe existir un enlace con otras áreas, fomentando la aplicación de los modelos trabajados en otros ámbitos, pero el discurso docente decae al profundizar más en esta idea.

En general, las concepciones con respecto a la teoría de competencias docentes con respecto a la modelización matemática son adecuadas en los programas de estudio de matemáticas y en algunos casos con las concepciones de los docentes, pero los educadores presentan inconsistencias entre sus discursos teóricos y prácticos.

Tabla 27

Semejanzas y diferencias con respecto a la categoría CT5 competencias de la modelización matemática

Subcategorías de Análisis	Semejanzas entre las concepciones de los docentes y lo propuesto por los programas de estudio de matemáticas del MEP	Diferencias entre las concepciones de los docentes y lo propuesto por los programas de estudio de matemática del MEP
Observación y experimentación		En los programas de estudio de matemática dan importancia a la planificación de la lección, mientras que los docentes no enfatizan en esta etapa
Delimitación del problema		Los docentes conciben que la organización del grupo es importante para lograr entender y delimitar el problema, mientras que los programas de estudio no hacen mención de este aspecto
Selección de estrategias	Tanto los programas de estudio y los educadores consideran que se debe realizar tareas de formas variadas para alcanzar más habilidades por parte de los estudiantes	
Evaluación y validación	Ambos consideran teóricamente que se debe fomentar la validación de los problemas con conjeturas y razonamientos	En el ejercicio docente se recurre a métodos tradicionales donde el profesor brinda la respuesta, mientras que en los programas de estudio se incentiva la idea de contrarrestar y debatir ideas
Conexión con otros modelos y situaciones	Los educadores y los programas de estudio coinciden que debe existir un enlace con otras áreas, fomentando la aplicación de los modelos trabajados en otros ámbitos	

Fuente: Elaboración propia.

4.4.4. Semejanzas y Diferencias Entre las Concepciones con Respecto a la Categoría CT6 Criterios de Selección de Problemas de la Modelización Matemática

En general, los programas de estudio de matemática y los docentes, muestran evidencias con respecto a los criterios de selección de problemas, entre los más destacados en ambas partes el significado de la tarea, la estimulación holística y contexto realista basado en la realidad, mientras que los criterios de provocar más preguntas y el lenguaje apropiado de un problema son evidenciados en menor medida.

Referente al “significado de la tarea”, ambos coinciden en que un problema debe tener aplicación y utilidad para los estudiantes, logrando así que sea más atractivo e interesante para ellos. También, los contextos profesionales y científicos en los problemas son considerados por ambas partes, así como el contexto de cotidianidad estudiantil, para que así los alumnos se sientan más identificados con el problema. Es importante aquí mencionar que para la modelización matemática los contextos profesionales y científicos no son importantes o útiles, si estos no son parte del contexto real y cotidiano de los estudiantes.

De la mano con lo anterior, el criterio de selección de problemas contexto realista basado en la realidad, tanto para los programas de estudio de matemáticas del MEP como para los docentes, deben captar el interés estudiantil, debe ser próximo a su realidad, les debe ser familiar y atractivo. Del lado opuesto, los programas de estudio de matemáticas contemplan uso de la historia para crear problemas, en particular la historia de la matemática o matemáticos de renombre, así como otras asignaturas del sistema educativo, sin embargo, en la evidencia obtenida, ningún profesor manifestó algo cercano a esto.

Un aspecto interesante de mencionar respecto al contexto realista, en el que se hace referencia a la modificación de problemas para que puedan ser utilizados correctamente en clases. Los programas de estudio y los educadores coinciden en que se puede modificar un problema y así adecuarlo para convertirlo a un contexto realista, sin embargo, pareciera que los docentes no entienden bien como realizar estas modificaciones, ya que los datos obtenidos están de acuerdo con cambios que resultan insuficientes para este fin.

Para el criterio de selección de problemas denominado “provoca más preguntas”, existe una importante diferencia entre lo que dicen los programas de estudio de matemáticas y lo que dicen los profesores sujetos de esta investigación. Esa diferencia mencionada radica en la

complejidad de los problemas y la “extensión” del mismo. Ya que según los programas de estudio de matemáticas los problemas deben representar un reto para los estudiantes, debe de tener una dificultad superable, ya que si se limitan al mínimo esfuerzo no se fomentará un aprendizaje significativo. Mientras que los docentes se inclinan más por problemas de menor dificultad, manifiestan que prefieren problemas sintetizados y que “vayan al grano”.

Los docentes conciben la estimulación holística de aprendizaje al seleccionar un problema, tal cual la describen los programas de estudio de matemáticas del MEP. Es decir, ambos expresan ideas en el sentido de que los problemas no deben limitarse solamente a un aprendizaje aislado del aula, por el contrario, afirman que los problemas son mucho más enriquecedores cuando se plantean pensando en llevar al aprendizaje adquirido a eventos fuera del aula, a eventos de la vida real y cotidiana de los estudiantes. De hecho, ambos concuerdan en que los problemas no solo deben buscar un aprendizaje en sí mismo, sino que deben enseñar a los estudiantes habilidades para que puedan enfrentar otro tipo de problemas, que puedan fomentar la abstracción que ofrezca oportunidades en otras áreas, no solo académicas.

Finalmente, el lenguaje utilizado en los problemas para trabajar bajo la modelización pareciera no ser un aspecto relevante en los programas de estudio, ya que estos no presentan evidencia contundente de que así sea, no hace grandes referencias de este aspecto a los docentes. Sin embargo por parte de los educadores, el lenguaje utilizado y el año escolar en que cursan los estudiantes, sí es un aspecto de valor que debe coincidir con aspectos como abstracción, disciplina o la experiencia trabajando bajo la metodología de modelización matemática. Es por ello que el lenguaje utilizado en los problemas matemáticos debe tener una coincidencia desde la práctica del docente y no por alguna indicación de los programas de estudio de matemáticas del MEP.

En síntesis, aunque la presencia de los criterios de selección de problema no se muestra de manera específica en los programas de estudio, en alguna sección, los educadores mantienen una concepción similar en bastantes rasgos, mostrando tanto las virtudes como las deficiencias con base en la teoría de modelización.

Tabla 28

Semejanzas y diferencias con respecto a la categoría CT6 Criterio de selección de problemas de la modelización matemática

Subcategorías de Análisis	Semejanzas entre las concepciones de los docentes y lo propuesto por los programas de estudio de matemáticas del MEP	Diferencias entre las concepciones de los docentes y lo propuesto por los programas de estudio de matemática del MEP
Significado de la tarea de modelización	Coinciden en que un problema debe tener aplicación y utilidad para los estudiantes	
Contexto realista basado en la realidad	Ambos consideran que un problema debe captar el interés estudiantil, ser atractivo y próximo a su realidad. Se puede modificar el problema para adecuarlo a un contexto realista	Los programas de estudio plantean que la utilización de la historia o personajes de renombre es una característica aplicable en los problemas, mientras que los educadores no manifiestan esto como un contexto que se pueda utilizar
Provocar más preguntas		La diferencia radica en la complejidad y la extensión de los problemas, los programas de estudio se centran en tareas que le presenten un reto al estudiante, mientras que los educadores buscan actividades más sintetizadas
Estimular de manera holística el aprendizaje	Los educadores y los programas de estudio coinciden en que los problemas trabajados deben fomentar habilidades que les presenten aprendizajes dentro y fuera del áreas académica	
Nivel de lenguaje apropiado		Los programas de estudio no consideran el lenguaje apropiado como una característica para los problemas de modelización, los educadores conciben que el lenguaje utilizado y el año escolar deban coincidir con aspectos como abstracción, disciplina o la experiencia trabajando bajo la metodología de modelización matemática

Fuente: Elaboración propia.

5. Conclusiones y Recomendaciones

Esta sección presenta las conclusiones y recomendaciones de la investigación a partir del análisis de cada uno de los objetivos trabajados y el alcance que se obtuvo en este proceso.

Con respecto al objetivo 1 que corresponde a determinar la concepción de modelización matemática que se establece en los programas de estudio de matemáticas del Ministerio de Educación Pública, con base en tendencias internacionales sobre la modelización matemática y su ciclo pedagógico, se concluye que:

- La modelización matemática, se encuentra presente en los programas de estudio de matemáticas del Ministerio de Educación Pública, en la propuesta planteada para el proceso de enseñanza aprendizaje en los momentos a seguir por los docentes, incluso guarda grandes semejanzas con las investigaciones realizadas a nivel latinoamericano, como lo es en las competencias docentes, llamadas momentos en los programas de estudio. La metodología propuesta en los programas de estudio de matemáticas del MEP se relaciona con lo estipulado en la teoría del ciclo pedagógico de la modelización matemática (Borromeo, 2018).
- En los programas de estudio de matemáticas dan énfasis al planteamiento de problemas con contexto realista como metodología de trabajo; sin embargo, dan libertad al educador establecer cuáles situaciones presentan un contexto real para los estudiantes. Se ha percibido que esta idea deja espacios para múltiples interpretaciones, por parte de los educadores, las cuales pueden provocar una deficiencia en la práctica docente bajo la modelización matemática.

Con respecto al objetivo 2 que corresponde a caracterizar las concepciones que tienen los docentes de educación secundaria de la modalidad académica del Circuito 07 de la Dirección Regional de Educación de Heredia, sobre modelización matemática como proceso matemático, se concluye que:

- Los docentes no son conscientes de que la modelización matemática es un proceso que conlleva una serie de fases contempladas en un ciclo de modelización, por ejemplo las fases situación real y modelo real no son vislumbradas por los educadores, mientras que las fases representación mental de la situación y modelo matemático sí lo son, aunque no necesariamente en la posición planteada por Guerrero-Ortiz y Mena-Lorca (2015).

El trabajo y la distinción en cada una de las fases es importante, para enriquecer el impacto cognitivo que se pueda obtener con los estudiantes y cumplir con lo estipulado en el ciclo pedagógico de la modelización matemática.

- Los docentes no muestran una concepción clara y definida respecto a los ciclos de la modelización matemática, ya que sus concepciones son divididas con base en los ciclos –matemática aplicada y pedagógico–, mostrando así desconocimiento de estos ciclos, su diferenciación y sus fases.

Con respecto al objetivo 3 que corresponde a caracterizar las concepciones que tienen los docentes de educación secundaria de la modalidad académica del Circuito 07 de la Dirección Regional de Educación de Heredia, sobre modelización matemática como estrategia metodológica, se concluye que:

- Las concepciones de los educadores respecto a la importancia y la practicidad del uso de la modelización matemática como herramienta metodológica, por una parte enfatizan en la importancia y el impacto que pueden obtener los estudiante en su desarrollo, pero no están de acuerdo con que sea un método práctico para utilizar en el proceso de enseñanza, refiriéndose al poco tiempo que se tiene en clase para su desarrollo y el vago alcance que se podría obtener para completar las distintas temáticas establecidas en los programas de estudio.
- Los docentes no muestran una concepción clara sobre como evaluar o validar un modelo matemático, situación que consideramos debe recibir atención, pues el aspecto evaluativo es de gran relevancia en el proceso de modelación matemática, ya que si se continúa trabajando con el método tradicional de brindar la respuesta al final, todo el proceso pierde el máximo aprovechamiento en el aprendizaje del estudiante.

Con respecto al objetivo 4 que corresponde a establecer semejanzas y diferencias entre las concepciones que plantea los programas de estudio y lo que los docentes conciben, sobre modelización matemática como proceso matemático y como estrategia metodológica., se concluye que:

- Los docentes de matemática participantes en esta investigación conocen los lineamientos establecidos en los programas de estudio de matemáticas y tratan de seguirlos en el desarrollo de sus clases, esto a pesar de todas las dificultades o

inconvenientes que puedan existir en nuestro sistema educativo. Sin embargo, es importante resaltar que los docentes conocen bien los momentos que debe tener la clase, y lo que debe hacer el estudiante, no así, su rol como docente bajo la modelización matemática y como debe de participar en este proceso, ya que muestran confusión en sus concepciones bajo este concepto. Consideramos importante que los docentes se involucren en el proceso de manera segura y convincente, ya que esto mejoraría el proceso educativo y el docente podría familiarizarse más con la modelización matemática.

- Los docentes de matemática que participaron de nuestra investigación conocen, en términos generales, el procedimiento planteado en los programas de estudio de matemáticas del MEP para llevar a cabo sus clases, sin embargo, parece no existir el conocimiento sobre lo que se concibe como modelización matemática. Los docentes dan distintas interpretaciones, algunos coinciden con el ciclo de matemática aplicada y otros con el didáctico pedagógico, quizá por sus creencias o concepciones. Por ello, consideramos importante que los docentes entiendan con alguna profundidad lo que es la modelización matemática, para así evitar malas interpretaciones o que sigan los lineamientos planteados en los programas de estudio de matemáticas del MEP sin ningún criterio de análisis.

Después de esta investigación y los datos obtenidos, es importante de realizar algunas recomendaciones a las universidades de formación docente, al Ministerio de Educación Pública de Costa Rica y a sus asesores regionales de matemática.

- A las carreras formadoras de docentes de matemática, se debe propiciar el desarrollo de sesiones de clase en la que se incentive el desarrollo de la modelización matemática, ya que es una buena forma de que los futuros docentes se apropien y conozcan desde su perspectiva como estudiantes esta metodología. Si en las universidades se continúa reproduciendo un sistema tradicional magistral, es más probable que esto se siga reproduciendo y haya mayor oposición a un cambio.
- Al Ministerio de Educación Pública de Costa Rica y sus asesores de matemática, consideramos muy importante una capacitación sobre los programas de estudio de matemáticas, particularmente con énfasis en procesos matemáticos que impactan el

quehacer científico, como la modelización matemática. Bajo esta misma línea, la capacitación no debería darse solamente como un manual a seguir, con ejemplos y casos, por el contrario, debería incluirse en estas capacitaciones las nuevas tendencias educativas internacionales –que buscan los mismos programas de estudio de matemáticas– desde el punto de vista teórico, para que así los docentes se apropien mejor de estos conceptos.

- A los asesores de matemática del MEP, les sugerimos realizar actualizaciones del personal docente respecto a los conceptos metodológicos involucrados en la práctica educativa, realizando aclaraciones del uso, la aplicación y los lineamientos a seguir en las actividades que se puedan trabajar en los salones de clase e incluso en el planeamiento, como lo es la selección de problemas adecuados y con características para trabajar con modelización matemática.

Respecto a los educadores de matemática en práctica y en formación, les planteamos las siguientes recomendaciones:

- Los invitamos a mantenerse en continua capacitación y realizar lecturas científicas constantemente. Los programas de estudio de matemática del MEP promueven la modelización matemática, por lo que es importante conocer la forma correcta de trabajar bajo esta metodología así como la manera de implementar estrategias que permitan seleccionar problemas adecuadamente bajo ciertos criterios que permitan cumplir con lo que se desea.
- Se les incentiva que al momento de trabajar con modelización matemática realicen una separación de cada una de diferentes fases que involucra el ciclo utilizado, enfatizando a aquellos que posean niveles iniciales en secundaria. Esta actividad podría generar buenos hábitos educativos para los estudiantes –no solamente en la asignatura de matemáticas– y así potenciar el alcance académico de los jóvenes.
- Se recomienda establecer un punto de partida con respecto a las habilidades que se deseen desarrollar en los estudiantes y los contenidos que se puedan abarcar, si es claro que el trabajo de la modelización matemática no es una habilidad que el perfil docente tenga contemplado naturalmente, pero es con la práctica y con la toma de riesgos que se

puede perfeccionar, siempre teniendo en claro que la finalidad es el aprendizaje de los estudiantes y el desarrollo de sus habilidades matemáticas.

6. Referencias

- Ávila, N., y Pasek, E. (enero, 2013). Concepciones de la educación para el trabajo desde los docentes. *Educere*, 17(57), 271-285.
<https://www.redalyc.org/pdf/356/35630152012.pdf>
- Bernal, C. A. (2010). *Metodología de la investigación: administración, economía, humanidades y ciencias sociales* (3ª Ed.). Colombia: PEARSON EDUCACIÓN.
- Bissell C., y Dillon C. (noviembre, 2000). Telling Tales: Models, Stories and Meanings. *For the Learning of Mathematics*, 20(3), 3-11.
- Borromeo, R. (abril, 2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt for Didaktik der Mathematik*, 38 (2), 86-95.
<https://www.emis.de/journals/ZDM/zdm062a.html>
- Borromeo, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. [Aprender a enseñar modelos matemáticos en la educación escolar y docente]. doi: 10.1007/978-3-319-68072-9
- Blomhøj, M. (febrero, 2008). Modelización Matemática-Una Teoría para la Práctica (trad. María Mina). *Revista de educación matemática* 23(2), 20-35.
<https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/10419/11120>
- Calderón, R. (2017). Influencia del autoconcepto, las actitudes y creencias y los hábitos de estudio, en la aprobación en matemática de estudiantes de noveno año de un colegio público diurno de la Dirección Regional de Educación de Heredia (tesis de grado). Universidad Nacional de Costa Rica, Heredia, Costa Rica.
- Cerdas, H. (1991). Capítulo 7: Medios, Instrumentos, Técnicas y Métodos en la Recolección de Datos e Información. Epistemología e Investigación. En Universidad Nacional Abierta Dirección de investigaciones y posgrado maestría educación abierta y a distancia (Eds.), *Los elementos de la Investigación* (pp. 234-339). <https://docplayer.es/9381084-Capitulo-7-medios-instrumentos-tecnicas-y-metodos-en-la-recoleccion-de-datos-e-informacion.html>

- Chavarría G. (2018). *La contextualización en el programa de matemática del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica* (Tesis de maestría, Universidad de Granada, España).
- Cohen, L., Manion, L., y Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education* (6ª Ed) [Métodos de investigación en educación]. <https://gtu.ge/Agro-Lib/RESEARCH%20METHOD%20COHEN%20ok.pdf>
- Correa, M., Marín, A., Gómez, P., Mesa, Y., y Villa-Ochoa, A. (2015). Concepciones de formadores de profesores sobre la modelación matemática y la relación con sus prácticas de enseñanza. *Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática*. DOI: 10.13140/RG.2.1.4742.4169
- Decreto N° 40862-MEP, Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes, *La Gaceta diario oficial de Costa Rica*, (2018). https://www.imprentanacional.go.cr/pub/2018/02/06/ALCA26_06_02_2018.pdf
- Donoso, P., Rico, N. y Castro, E. (mayo-agosto, 2016). Creencias y concepciones de profesores chilenos sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 20(2), 76-97. <https://www.redalyc.org/pdf/567/56746946005.pdf>
- Flores, P. (1998). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Investigación durante las prácticas de enseñanza*. Granada, España: Editorial de la Universidad de Granada.
- Frías-Navarro, D. (2019). Apuntes de consistencia interna de las puntuaciones de un instrumento de medida. Universidad de Valencia. España. Disponible en: <https://www.uv.es/friasnav/AlfaCronbach.pdf>
- Gallart, C., Ferrando I., y Garcia-Raffi L. (marzo, 2015). Análisis competencial de una tarea de modelización abierta. *Números* 88, 93-103. http://www.sinewton.org/numeros/numeros/88/Articulos_06.pdf
- García, L., Azcárate, C. y Moreno, M. (marzo, 2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Revista Latinoamericana de Investigación en*

Matemática Educativa, 9(1), 85-116.
http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362006000100005

González, S., y López, C. (2014). *Reflexiones docentes a partir de actividades de modelación matemática* (Tesis de licenciatura, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia).

<http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/576/1/JC0890.pdf>

Guerrero-Ortiz, C., y Mena-Lorca, J. (julio, 2015). Modelación en la enseñanza de las matemáticas: Matemáticos y profesores de matemáticas, sus estrategias. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 10(1), 1-14.
<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=273341286001>

Hernández, R. Fernández, C., y Baptista, L. (2014). *Metodología de la investigación* (6ª ed.). México: Mc Graw Hill Educación.

Huincahue, J., Borrromeo-Ferri, R., y Mena-Lorca, J. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las ciencias*, 36(1), 99-115. doi:
<https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2277>

May, S. (3 de diciembre de 2019). Costa Rica no mejora en resultados de las Prueba PISA 2018. *Delfino.cr* <https://delfino.cr/2019/12/costa-rica-no-mejora-en-resultados-de-las-pruebas-pisa-2018>

Mesa, Y. (2013). *El modelo matemático como noción, concepto y categoría. Reflexiones desde la filosofía al campo de la modelación en educación matemática* (Tesis de maestría, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia).
http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/7040/1/YadiraMesa_2013_filosofiamatematica.pdf

Mesa, Y. M., y Villa-Ochoa, J. A. (Junio, 2011). Modelación matemática en la historia de las matemáticas. Una mirada al concepto de función cuadrática. *Comité Interamericano de Educación Matemática*. Conferencia llevada a cabo en la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Recife, Brasil.

- Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de estudio de matemática*. San José, Costa Rica.
- Ministerio de Educación Pública. (2015). *Promoción Bachillerato 2015*. Costa Rica. <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/blog/ajduntos/ppt-bachillerato-final-final.pdf>
- Ministerio de Educación Pública. (2016). *Promoción Bachillerato 2016*. Costa Rica. <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/blog/ajduntos/ppt-bachillerato-2016.pdf>
- Ministerio de Educación Pública. (2017). *Promoción Bachillerato 2017*. Costa Rica. <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/blog/ajduntos/promocion-2017-bachillerato-conferencia-final-final.pdf>
- Ministerio de Educación Pública. (2018). *Rendimiento Definitivo en Colegios 2014-2016*. http://www.mep.go.cr/indicadores_edu/autotabulaciones.html
- Monge, V., (2015) La codificación en el método de investigación de la Grounded Theory o Teoría Fundamentada. *Innovaciones Educativas*, (17)22, 77-84. <https://doi.org/10.22458/ie.v17i22.1100>
- Mora, F., y Barrantes, H. (octubre, 2008). ¿Qué es matemática? Creencias y concepciones en la enseñanza media costarricense. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 3(4), 71-81. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewFile/6901/6587>
- Ñaupas, H., Valdivia, M., Palacios, J., y Romero, H. (2018). *Metodología de la investigación cuantitativa-cualitativa y redacción de la tesis* (5^a ed.). Bogotá, Colombia: Ediciones de la U.
- Noticias Repretel. (4 noviembre de 2015). *Examen de bachillerato de matemáticas tendrá cambios* [Archivo de Vídeo]. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=RceeiIATGaU>
- Okuda, M., y Gómez-Restrepo, C. (2005). Métodos en investigación cualitativa: triangulación. *Revista Colombiana de Psiquiatría*, XXXIV(1), 118-124. <https://www.redalyc.org/pdf/806/80628403009.pdf>

- Ponte, J. (1992). Concepções dos professores de matemática e processos de formação. *Educação matemática: Temas de investigação*, 185-239. [https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/2985/1/92-Ponte%20\(Concep%C3%A7%C3%B5es\).pdf](https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/2985/1/92-Ponte%20(Concep%C3%A7%C3%B5es).pdf)
- Ponte, J. (1999). Las creencias y concepciones de maestros como un tema fundamental en formación de maestros (trad. Casimira López). K. Krainer & F. Goffree (Eds.), *On research in teacher education: From a study of teaching practices to issues in teacher education* (pp. 43-50). Osnabrück: Forschungsintitut für Mathematikdidaktik. https://www.academia.edu/8708288/Las_creencias_y_concepciones_de_maestros_como_un_tema_fundamental_en_formaci%C3%B3n_de_maestros
- Porras, K. (2013). *Modelación matemática: Recurso de mediación pedagógica para el aprendizaje geométrico en el tema de semejanza, en octavo año de secundaria* (Tesis de licenciatura), Universidad Nacional, Costa Rica.
- Porras-Lizano, K., y Fonseca-Castro, J. (2015). Aplicación de actividades de modelización matemática en la educación secundaria costarricense. *Revista Uniciencia*, 29 (1), 42-57. doi: <http://dx.doi.org/10.15359/ru.29-1.3>
- Programa Estado de la Nación. (2011). *Tercer Informe Estado de la Educación*. San José, Costa Rica. *Programa Estado de la Nación*. [https://estadonacion.or.cr/informe/?id=8c14698c-d735-4f97-abee-a049f56c24c4&title=Informe Educación 2011&content=Tercer Informe Estado de la Educación \[2011\]&img=https://estadonacion.or.cr/wp-content/uploads/2021/04/2012.jpg](https://estadonacion.or.cr/informe/?id=8c14698c-d735-4f97-abee-a049f56c24c4&title=Informe%20Educaci%C3%B3n%202011&content=Tercer%20Informe%20Estado%20de%20la%20Educaci%C3%B3n%20[2011]&img=https://estadonacion.or.cr/wp-content/uploads/2021/04/2012.jpg)
- Programa Estado de la Nación. (2013). *Cuarto Informe Estado de la Educación*. San José, Costa Rica. *Programa Estado de la Nación*. [https://estadonacion.or.cr/informe/?id=b181d5c1-9d0f-4824-b076-e2947c9ec87d&title=Informe Educación 2013&content=Cuarto Informe Estado de la Educación \[2013\]&img=https://estadonacion.or.cr/wp-content/uploads/2021/04/2014.jpg](https://estadonacion.or.cr/informe/?id=b181d5c1-9d0f-4824-b076-e2947c9ec87d&title=Informe%20Educaci%C3%B3n%202013&content=Cuarto%20Informe%20Estado%20de%20la%20Educaci%C3%B3n%20[2013]&img=https://estadonacion.or.cr/wp-content/uploads/2021/04/2014.jpg)

- Programa Estado de la Nación. (2017). *Sexto Informe Estado de la Educación. San José, Costa Rica. Programa Estado de la Nación.* [https://estadonacion.or.cr/informe/?id=17074dc7-a4c3-40d4-8690-801868d90534&title=INFORME EDUCACIÓN 2017&content=Sexto Informe Estado de la Educación \[2017\]&img=http://estadonacion.or.cr/wp-content/uploads/2019/06/Image-Placeholders2-PEN-05m19-03.png](https://estadonacion.or.cr/informe/?id=17074dc7-a4c3-40d4-8690-801868d90534&title=INFORME EDUCACIÓN 2017&content=Sexto Informe Estado de la Educación [2017]&img=http://estadonacion.or.cr/wp-content/uploads/2019/06/Image-Placeholders2-PEN-05m19-03.png)
- Raviolo, A., Ramírez, P., López, E. y Aguilar, A. (noviembre, 2010). Concepciones sobre el conocimiento y los modelos científicos: Un estudio preliminar. *Formación universitaria*, 3(5), 29-36. doi: 10.4067/s0718-50062010000500005
- Real Academia Española. (2018a). *Concebir*. En Diccionario de la lengua española (avance de la 23.a ed.). Recuperado de <http://dle.rae.es/?id=A6TNzII>
- Real Academia Española. (2018b). *Concepción*. En Diccionario de la lengua española (avance de la 23.a ed.). Recuperado de <http://dle.rae.es/?id=A78eKQc>
- Real Academia Española. (2018c). *Importancia*. En Diccionario de la lengua española (avance de la 23.a ed.). Recuperado de <http://dle.rae.es/?id=L5XUXMS>
- Real Academia Española. (2018d). *Modelo*. En Diccionario de la lengua española (avance de la 23.a ed.). Recuperado de <http://dle.rae.es/?id=PTk5Wk1>
- Real Academia Española. (2018e). *Practicidad*. En Diccionario de la lengua española (avance de la 23.a ed.). Recuperado de <http://dle.rae.es/?id=TtC0me0>
- Real Academia Española. (2018f). *Práctico*. En Diccionario de la lengua española (avance de la 23.a ed.). Recuperado de <http://dle.rae.es/?id=TtEMsxJ>
- Ricoy, C. (2006). Contribución sobre los paradigmas de investigación. *Educação*, 31 (1), 11-22. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=117117257002>
- Salett-Biembengut, M., y Hein, N. (abril, 1999). Modelación matemática: Estrategia para enseñar y aprender matemática. *Educación matemática*, 11(1), 119-134.
- Salett-Biembengut, M. y Hein, N. (agosto, 2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105-125. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516206>

- Solar, H., García, B., Rojas F., y Coronado A. (agosto, 2014). Propuesta de un Modelo de Competencia Matemática como articulador entre el currículo, la formación de profesores y el aprendizaje de los estudiantes. *Educación matemática*, 26(2). <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v26n2/v26n2a2.pdf>
- Villa, J. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lógicas*, 19, 63-85. http://funes.uniandes.edu.co/959/1/MODELACION_COMO_PROCESO.pdf
- Villa-Ochoa, J., Bustamante, C., Berrio, M., Osorio, A., y Ocampo, D. (2009). El proceso de modelación matemática. Una mirada a la práctica del docente. En Leston, Patricia (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa ALME*, 22. (pp. 1443-1451). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa - Colegio Mexicano de Matemática Educativa. <http://funes.uniandes.edu.co/902/>

7. Anexos

7.1. Anexo 1: Cuestionario Para Profesores

Universidad Nacional de Costa Rica

Escuela de Matemática

Estimado (a) docente, el presente instrumento forma parte del trabajo final de graduación para la obtención del grado de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional, titulado "Concepciones sobre modelización matemática que manifiesta un grupo de docentes de educación secundaria del circuito 07 de la Dirección Regional de Educación de Heredia, Costa Rica"; que tiene por objetivo determinar las concepciones que poseen docentes de matemática en servicio, en torno a la modelización matemática como proceso y como estrategia metodológica.

Con el fin de cumplir con los objetivos de investigación propuestos, se les solicita su colaboración para completar el instrumento que aborda una serie de preguntas y afirmaciones relacionadas con la modelización matemática. La información suministrada será utilizada únicamente para cumplir el propósito descrito y sus respuestas serán tratadas con total confidencialidad. Se le agradece de antemano su valiosa colaboración.

A) Información general del docente

Marque una "X" o escriba la respuesta correspondiente en los espacios en blanco, según sea el caso.

1. Institución donde labora: _____

3. Sexo: () Hombre () Mujer

4. Edad (en años cumplidos): _____

5. Experiencia laboral como docente de matemática (en años): _____

6. Grupo profesional (según el Servicio Civil):

() ASP. () MT1 () MT2 () MT3 () MT4 () MT5 () MT6

7. Indique el nombre de la Universidad y año aproximado en que obtuvo el título

Bachillerato: _____ Año aprox.: _____

Licenciatura: _____ Año aprox.: _____

Otro: _____ Año aprox.: _____

8. ¿Ha recibido alguna capacitación sobre modelización matemática, resolución de problemas, contextualización activa o los nuevos programas de estudio de matemática?

() Sí () No

9. Si su respuesta anterior fue afirmativa, indique el tema de la capacitación.

a. _____

b. _____

c. _____

Sección de preguntas cerradas.

Instrucciones: A continuación, encontrará una serie de afirmaciones. Éstas se presentan de manera tal que pueda indicar si está o no de acuerdo con la idea expresada, según la siguiente escala:

1. Totalmente de acuerdo; 2. Parcialmente de acuerdo; 3. Parcialmente en desacuerdo; 4. Totalmente en desacuerdo

- Escriba una “X” en la opción que usted considere se acerca a su situación.
- Recuerde que no hay respuestas correctas o incorrectas.

B) Naturaleza de la Modelización Matemática

1) Una de las fases de la modelización matemática es el modelo matemático, el cual consiste en la elaboración de representaciones externas, expresiones matemáticas o dibujos de la situación.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

2) Al utilizar la modelización matemática se debe ser preciso con la información de la situación real, esto para dar una explicación acorde al mundo real de la situación planteada.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

3) La modelización matemática se utiliza únicamente para trabajar con problemas realistas donde se involucren múltiples variables.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

4) La construcción de un modelo matemático inicia con la representación de la situación real a un lenguaje simbólico matemático.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

5) Para finalizar una tarea de modelaje matemático se debe comprobar los resultados obtenidos y valorar que estos resultados tengan sentido en la situación real.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

C) Concepciones sobre la utilidad de la Modelización Matemática en el aula

6) La modelización matemática es importante para la construcción de aprendizajes significativos en los estudiantes.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

7) La modelización matemática es útil en el desarrollo de habilidades en los estudiantes aplicables en la vida real en un contexto próximo.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

8) La modelización matemática, como metodología, es útil para el desarrollo del conocimiento lógico matemático y procesos como razonar y argumentar en el estudiante.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo

4. () Totalmente en desacuerdo

9) La modelización matemática en la educación es importante, debido a que ayuda a responder los cuestionamientos de los estudiantes sobre la utilidad de las matemáticas, además permite impulsar la construcción de los aprendizajes desde lo concreto hacia lo abstracto.

1. () Totalmente de acuerdo

2. () Parcialmente de acuerdo

3. () Parcialmente en desacuerdo

4. () Totalmente en desacuerdo

D) Concepciones sobre el proceso de Enseñanza y Aprendizaje de la Modelización Matemática

10) La modelización matemática se puede utilizar en el proceso de enseñanza en todos los niveles de la educación secundaria.

1. () Totalmente de acuerdo

2. () Parcialmente de acuerdo

3. () Parcialmente en desacuerdo

4. () Totalmente en desacuerdo

11) Con la modelización matemática se debe plantear una situación real, sin embargo, estas también pueden ser creadas haciendo supuestos imaginarios.

1. () Totalmente de acuerdo

2. () Parcialmente de acuerdo

3. () Parcialmente en desacuerdo

4. () Totalmente en desacuerdo

12) La modelización matemática se puede utilizar en todas las áreas planteadas en los programas de estudio de matemáticas.

1. () Totalmente de acuerdo

2. () Parcialmente de acuerdo

3. () Parcialmente en desacuerdo

4. () Totalmente en desacuerdo

13) Utilizando la modelización matemática, una clase de 80 minutos es tiempo suficiente para abarcar un tópico de los programas de estudio como por ejemplo “función lineal” en décimo año.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

14) Para la implementación de la modelización matemática como estrategia metodológica en clase, se debe partir de una tarea o problema matemático dado, para luego establecerle un contexto de situación real.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

15) Al trabajar con la modelización matemática es indispensable que el profesor incentive la imaginación de los estudiantes para que estos recreen la situación.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

16) Para llevar a cabo la modelización matemática el estudiante debe ser capaz de expresar verbalmente su interpretación, no necesariamente precisa, de la situación planteada.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

17) Para programas, sistemas o instituciones educativas que cuenten con menos de cinco lecciones semanales de matemática es viable la utilización de la modelización matemática para el proceso de enseñanza y aprendizaje.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

18) Para trabajar adecuadamente en el salón de clase con modelización matemática, es necesario que el docente explique y establezca diferencias entre las fases que componen la modelización.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

19) Durante la modelización matemática el docente debe incentivar a todos los estudiantes para trabajar en un único modelo matemático que se ajuste a la resolución adecuada del problema planteado.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

20) Al diseñar un modelo matemático el estudiante debe evaluar y validar dicho modelo, una forma de hacerlo es que el docente brinde la respuesta correcta al final del ejercicio.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

21) Al resolver una situación con modelización matemática se crea un modelo, el docente debe tratar de no resolver otra situación con este mismo modelo para no confundir a los estudiantes.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

22) La modelización matemática incentiva, en los estudiantes, la posibilidad de implementar diferentes estrategias para trabajar en problemas repasando conceptos aprendidos.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

23) Un problema de modelización matemática pensado para utilizarse en clase debe contener solo los datos necesarios para su solución, ya que al contar con datos innecesarios se puede perder el fin de la modelización matemática.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

24) Para trabajar con modelización matemática es preferible seleccionar problemas que posean un lenguaje que corresponda a un nivel académico superior al de los estudiantes.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

25) Lea el siguiente texto

Ola de Calor y Capitán Frío son dos enemigos de Flash, ellos se encuentran en dos edificios separados por una calle. Los edificios son de 40 metros de altura y 50 metros de altura respectivamente. Si Ola de Calor está apuntándole al héroe, que se encuentra en el centro de la calle, en un ángulo de depresión de 60° y Capitán Frío se encuentra apuntándole en un ángulo de depresión de 80° . ¿Cuál es la distancia entre los edificios?

Para adecuar el problema anterior en un contexto realista, se pueden utilizar el contexto de la visita del presidente Barack Obama a Costa Rica en el 2013, cambiando a los personajes sobre los edificios con francotiradores del cuerpo de seguridad presidencial y Flash como la carrosa presidencial.

1. Totalmente de acuerdo
2. Parcialmente de acuerdo
3. Parcialmente en desacuerdo
4. Totalmente en desacuerdo

26) Un modelo matemático debe ser utilizado por el profesor en distintos fenómenos, con nuevas interpretaciones para así tener distintas visiones del campo de aplicación de este modelo.

1. Totalmente de acuerdo
2. Parcialmente de acuerdo
3. Parcialmente en desacuerdo
4. Totalmente en desacuerdo

27) En un problema presentado por el profesor, con el fin de utilizar modelización matemática, los estudiantes deben extraer la información relevante y desechar la innecesaria.

1. Totalmente de acuerdo
2. Parcialmente de acuerdo
3. Parcialmente en desacuerdo
4. Totalmente en desacuerdo

28) Al seleccionar un problema para trabajar con modelización matemática, se debe considerar que el estudiante comprenda de forma explícita su aplicación o utilidad.

1. Totalmente de acuerdo
2. Parcialmente de acuerdo
3. Parcialmente en desacuerdo

4. () Totalmente en desacuerdo

29) Al seleccionar problemas de modelización matemática, es preferible buscar situaciones que se desarrollen en un contexto estadístico, científico o económico.

1. () Totalmente de acuerdo

2. () Parcialmente de acuerdo

3. () Parcialmente en desacuerdo

4. () Totalmente en desacuerdo

30) La edad y el nivel académico de los estudiantes es un factor importante a considerar en la selección de problemas al trabajar con la modelización matemática.

1. () Totalmente de acuerdo

2. () Parcialmente de acuerdo

3. () Parcialmente en desacuerdo

4. () Totalmente en desacuerdo

31) Si un problema de modelización matemática seleccionado por un docente resultó exitoso en su clase, ese mismo problema puede utilizarse en cualquier otra clase, colegio o grupo.

1. () Totalmente de acuerdo

2. () Parcialmente de acuerdo

3. () Parcialmente en desacuerdo

4. () Totalmente en desacuerdo

32) Los problemas seleccionados para trabajar con la modelización matemática, se pueden modificar en su contexto sin perder sentido en la situación original.

1. () Totalmente de acuerdo

2. () Parcialmente de acuerdo

3. () Parcialmente en desacuerdo

4. () Totalmente en desacuerdo

33) Para seleccionar problemas que permitan desarrollar la modelización matemática se debe incluir toda la información, evitando que el estudiante cree supuestos o hipótesis propias.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

34) La modelización matemática permite seleccionar problemas que contribuyan a resolver situaciones en un ámbito de la vida cotidiana para los estudiantes.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

35) Para trabajar con modelización matemática se debe adecuar el lenguaje en aquellos problemas que posean un léxico no común para los estudiantes, pero que se mantenga acorde al contexto de la situación.

1. () Totalmente de acuerdo
2. () Parcialmente de acuerdo
3. () Parcialmente en desacuerdo
4. () Totalmente en desacuerdo

Sección de preguntas abiertas. Instrucciones: A continuación, encontrará una serie de preguntas de reflexión o discusión. Desarrolle en el espacio asignado su opinión respectiva.

36) ¿Qué es para usted la modelización matemática?

37) ¿Cuál considera usted que debe ser el abordaje de la modelización matemática, según lo que establece los programas de estudio del MEP?

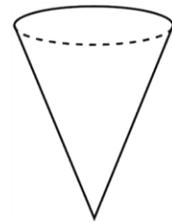
38) ¿Cuáles habilidades o capacidades cree usted que fomenta en los estudiantes la implementación de procesos de modelización matemática en el aula?

39) ¿Cuáles son los procesos o momentos que un docente debe tener en cuenta para realizar modelización matemática de manera apropiada?

40) ¿Qué características considera usted que debe poseer un problema de modelización matemática para desarrollarlo en una clase?

41) Lea el siguiente texto

“La mayoría de las farmacias del país utilizan vasos de papel para que sus clientes tomen líquidos (principalmente agua). Estos tienen forma de cono circular recto. La figura adjunta ilustra un vaso de papel de este tipo.



Si el vaso tiene 8 cm de altura y la circunferencia que se forma en la boca o abertura del vaso es de 9 centímetros de diámetro, entonces ¿Cuánta cantidad de papel (en cm^2) se necesitó para su construcción?”

¿Usted seleccionaría este problema para trabajar una clase de modelización matemática?
¿Por qué?

¡Muchas gracias por la información brindada!

7.2. Anexo 2: Guía de Entrevista

Universidad Nacional de Costa Rica

Escuela de Matemática

Guía de entrevista concepciones sobre modelización matemática

A. Datos generales

Código del entrevistado: _____

Nombre del entrevistador: _____

Nombre del técnico: _____

Fecha de la entrevista: _____

Plataforma de la entrevista: _____

Hora de inicio: _____

Hora de finalización: _____

B. Introducción

Saludos (Nombre del participante) esta entrevista está diseñada para ampliar obtenida posterior al cuestionario que realizó hace algunos días, con el objetivo de recabar información sobre las concepciones que tienen de docentes con respecto a la modelización matemática como proceso matemático y como estrategia metodológica, parte del desarrollo de una tesis para alcanzar el grado de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional, Costa Rica.

Le recuerdo que información proporcionada es de carácter confidencial, en caso de citar sus palabras en nuestra investigación se utilizará un seudónimo que no permita ser identificado por los futuros lectores, dicho esto le agradeceríamos que se exprese con la mayor libertad y sinceridad posible.

C. Ideas de preguntas

1) Selección de problemas (Contexto realista basado en la realidad): Cambios superficiales a un problema para convertirlo a un problema realista. ¿Cuándo ve un problema de otro país o contexto, considera que cambiándole el tipo de moneda o nombre de los sujetos puede generar una mejor contextualización? ¿Qué cambios son

importantes para contextualizar?

- 2) Fases (Situación real) ¿El problema que se le presenta al estudiante puede ser propuesto a partir de supuestos imaginarios del docente? ¿Cuál o cuáles son sus fuentes principales de problemas matemáticos para trabajar en sus lecciones? ¿Le gusta y son útiles los problemas creados por usted mismo?
- 3) Selección de problemas (Provocar más preguntas): Es necesaria toda la información completa en un problema, para que los estudiantes no creen supuestos Cuando trabaja en sus clases un problema previamente seleccionado, ¿suele cambiarle alguna variable de contexto para visualizar otras aristas y generar otras preguntas de los estudiantes? ¿por qué?
- 4) Competencias (Delimitación del problema): ¿suele utilizar problemas extensos y con múltiples variables o cortos y puntuales? ¿Cómo guía u organiza el grupo para entender el problema?
- 5) Fases (Modelo Real) Bateo de los estudiantes o lluvia de ideas ¿Suele usted apoyarse en las ideas o posibles soluciones de los estudiantes ante un problema, a pesar que estas no estén validadas?
- 6) Competencias (Evaluación y validación) ¿Cuál su posición con respecto a: que una forma de validar la respuesta obtenida por los estudiantes es la solución del docente? vs (ventajas y desventajas) ¿o se puede validar por otras alternativas como discusiones entre compañeros?
- 7) Practicidad (Facilidad para utilizar en clase) ¿Considera usted que la modelización matemática se puede utilizar en cualquier área matemática establecidas en los programas de estudio? ¿Por qué?

¡Muchas gracias por la información brindada!

7.3. Anexo 3: Ficha de Contenido Para los Programas de Estudio de Matemáticas

Categorías	Código	Fases				Ciclos		Competencias					Criterios de selección de problemas					
		Situación real	Representación mental de la situación	Modelo matemático	Modelo real	Matemática aplicada	Didáctico o pedagógico	Observación y experimentación	Delimitación del problema	Selección de estrategias	Evaluación y validación	Conexiones a otros modelos	Significado	Provoca más preguntas	Estimulación holística	Lenguaje apropiado	Contexto realista	
Fundamentos	Fu-21																	
	Fu-22																	
	Fu-23																	
	Fu-24																	
	Fu-25																	
	Fu-26																	
	Fu-27																	
	Fu-28																	
	Fu-32																	
	Fu-33																	
Fu-34																		
Ejes	Ej-35																	
	Ej-36																	
	Ej-37																	
	Ej-38																	
	Ej-39																	
Gestión y planeamiento pedagógicos	GP-41																	
	GP-42																	
	GP-43																	
	GP-44																	
	GP-45																	
	GP-46																	
	GP-47																	
Metodología	Me-49																	
	Me-50																	
	Me-51																	
	Me-52																	
	Me-53																	
	Me-54																	
	Me-55																	
	Me-56																	
	Me-57																	
	Me-58																	
	Me-59																	
	Me-60																	
	Me-61																	
	Me-62																	
	Me-63																	
Me-64																		
Me-65																		
Me-66																		
Me-67																		
Evaluación	Ev-69																	
	Ev-70																	
	Ev-71																	
Programas de estudio de cada ciclo-Ciclo diversificado, relaciones y Álgebra	Pr-405																	
	Pr-417																	
	Pr-418																	
	Pr-419																	
	Pr-420																	
	Pr-421																	
	Pr-422																	
	Pr-423																	
	Pr-424																	
	Pr-425																	
	Pr-426																	
	Pr-427																	
	Pr-428																	
Pr-429																		
Glosario	Gl-473																	
	Gl-474																	

7.6. Anexo 6: Instrumento de Validación Cuestionario

Universidad Nacional de Costa Rica		Escuela de Matemática		
Validación del instrumento				
Este cuestionario pretende conocer su percepción con respecto al instrumento utilizado para determinar Concepciones de los docentes de secundaria sobre modelización matemática en el circuito 07 de la Dirección Regional de Heredia en las instituciones académicas diurnas.				
1) Identificación del equipo experto:				
Nombre				
Profesión				
Institución donde trabaja				
2) Objetivo del instrumento				
Caracterizar las concepciones que tienen los docentes de educación secundaria del circuito 07 de la Dirección Regional de Heredia, sobre modelización matemática como proceso matemático y estrategia metodológica.				
3) Apreciaciones del experto sobre el instrumento				
Modelización matemática como proceso matemático				
¿Considera usted que las preguntas planteadas permiten obtener información con respecto a la concepción de los docentes sobre modelización matemática como <u>proceso matemático</u> a partir de las siguientes características?	Si	Medianamente	No	¿En cuál o cuáles preguntas se evalúa esta habilidad?
Fase de Situación real: El individuo obtiene la situación de un problema dado a partir de texto o imagen.				
Fase de representación mental de la situación: El individuo reconstruye la situación dada en su mente, aunque esta puede ser imprecisa.				
Fase de modelo matemático: El individuo realiza la transición de la situación problema a conocimiento matemático mediante representaciones externas, representaciones graficas y/o expresiones matemáticas. Además en esta fase se concluyen los procesos matemáticos determinando un resultado.				
Fase de Modelo Real: El individuo realiza las simplificaciones, filtrando la información para toma de decisiones con significado del resultado dentro del contexto del problema.				
Continúa en la siguiente página...				

<p>Ciclo de la modelización matemática para matemática aplicada: Modelado enfocado en problemas realistas involucrando múltiples variables a considerar, en el cual no se hace distinción entre sus fases con el fin de obtener modelos que expliquen con mayor precisión el mundo real.</p>				
<p>Ciclo de la modelización matemática didáctico o pedagógico: Modelado enfocado en ser una herramienta para promover competencias en los estudiantes, en el cual se realiza énfasis en la transición de las fases (procesos).</p>				
Modelización matemática como estrategia metodológica				
<p>¿Considera usted que las preguntas planteadas permiten obtener información con respecto a la concepción de los docentes sobre modelización matemática como <u>estrategia metodológica</u> a partir de las siguientes características?</p>	Si	Medianamente	No	¿En cuál o cuáles preguntas se evalúa esta habilidad?
<p>Competencia de observación y experimentación: El profesor identifica el problema considerando: los conocimientos previos; el abordaje de la situación; la familiaridad del problema con el contexto; y la coherencia con el concepto que pretende recrear.</p>				
<p>Competencia delimitación del problema: El profesor organiza al grupo de estudiantes para identificar las variables del problema y simplificar con respecto a la tarea planteada.</p>				
<p>Competencia selección de estrategias: El profesor decide sobre los recursos y metodologías para establecer la secuencia didáctica, considerando los modelos intermedios y los modelos deseados.</p>				
<p>Competencia evaluación y validación: El profesor considera diferentes formas para evaluar y validar la pertinencia de los modelos construidos por los estudiantes. De esta manera el estudiante argumenta la validez de la estrategia empleada.</p>				
<p>Competencia conexiones a otros modelos: El docente establece otros fenómenos donde se puedan establecer relaciones entre los mismos conceptos, con nuevas interpretaciones para ampliar la visión de posibles aplicaciones del concepto trabajado.</p>				
<p>Continúa en la siguiente página...</p>				

Criterio de selección de problemas significado de la tarea de modelización: Considerar problemas en los cuales el estudiante comprenda el sentido de la aplicación de la tarea asignada.				
Criterio de selección de problemas contexto realista basado en la realidad: Considerar problemas los cuales sean acordes a la edad, las experiencias y el interés de los estudiantes del grupo.				
Criterio de selección de problemas provocar más preguntas: Considerar problemas los cuales abran la posibilidad de nuevos planteamientos tanto a nivel matemático como de contexto de la situación.				
Criterio de selección de problemas estimulación de manera holística el aprendizaje: Considerar problemas los cuales contribuyan en su resolución a posibles situaciones que se le pueden presentar al estudiante fuera del aula.				
Criterio de selección de problemas nivel del lenguaje apropiado: Considerar problemas los cuales posean un lenguaje correspondiente al nivel académico del estudiante, con frases claras que fomenten la construcción de la representación mental del contexto.				
Conveniencia para usar en clase: Es importante de utilizar a partir de los establecido por el MEP y las realidades del salón de clases.				
Consecuencia en el aprendizaje significativo del estudiante: Genera un verdadero aprendizaje en los estudiantes y no solo una repetición de procesos.				
Optimización del tiempo de clase: Es adecuado y provechoso a partir de los recursos de tiempo en el salón de clase.				
Facilidad para utilizar en clase: Es útil, sencillo y provechoso de utilizar en el salón de clases				

4) Aspectos generales

a) Considera que los distintos aspectos que pretende evaluar el instrumento están incluidos de forma:

- () Apropiaada
- () Medianamente apropiada
- () Inapropiada

Observaciones:

b) Considera que el número de ítems del instrumento son suficientes para recoger la información deseada:

Apropia

Medianamente apropiada

Inapropia

Observaciones:

7.7. Anexo 7: Instrumento de Validación Entrevista

Universidad Nacional de Costa Rica		Escuela de Matemática		
Validación del instrumento para la entrevista semiestructurada				
Este cuestionario pretende conocer su percepción con respecto al instrumento utilizado para determinar Concepciones de los docentes de secundaria sobre modelización matemática en el circuito 07 de la Dirección Regional de Heredia en las instituciones académicas diurnas.				
1) Identificación del equipo experto:				
Nombre				
Profesión				
Institución donde trabaja				
2) Objetivo del instrumento				
Caracterizar las concepciones que tienen los docentes de educación secundaria del circuito 07 de la Dirección Regional de Heredia, sobre modelización matemática como proceso matemático y estrategia metodológica.				
3) Apreciaciones del experto sobre el instrumento				
Modelización matemática como proceso matemático				
¿Considera usted que las preguntas planteadas permiten obtener información con respecto a la concepción de los docentes sobre modelización matemática como <u>proceso matemático</u> a partir de las siguientes características?	Si	Medianamente	No	¿En cuál o cuáles preguntas se evalúa esta habilidad?
Fase de Situación real: El individuo obtiene la situación de un problema dado a partir de texto o imagen.				
Fase de Modelo Real: El individuo realiza las simplificaciones, filtrando la información para toma de decisiones con significado del resultado dentro del contexto del problema.				
Modelización matemática como estrategia metodológica				
¿Considera usted que las preguntas planteadas permiten obtener información con respecto a la concepción de los docentes sobre modelización matemática como <u>estrategia metodológica</u> a partir de las siguientes características?	Si	Medianamente	No	¿En cuál o cuáles preguntas se evalúa esta habilidad?
Facilidad para usar en clase: Es útil, sencillo y provechoso de utilizar en el salón de clases.				
Competencia de observación y experimentación: El profesor identifica el problema considerando: los conocimientos previos; el abordaje de la situación; la familiaridad del problema con el contexto; y la coherencia con el concepto que pretende recrear.				
Continúa en la siguiente página...				

<p>Competencia evaluación y validación: El profesor considera diferentes formas para evaluar y validar la pertinencia de los modelos construidos por los estudiantes. De esta manera el estudiante argumenta la validez de la estrategia empleada.</p>			
<p>Criterio de selección de problemas contexto realista basado en la realidad: Considerar problemas los cuales sean acordes a la edad, las experiencias y el interés de los estudiantes del grupo.</p>			
<p>Criterio de selección de problemas provocar más preguntas: Considerar problemas los cuales abran la posibilidad de nuevos planteamientos tanto a nivel matemático como de contexto de la situación.</p>			

4) Aspectos generales

a) Considera que los distintos aspectos que pretende evaluar el instrumento están incluidos de forma:

- Apropiaada
- Medianamente apropiada
- Inapropiada

Observaciones:

b) Considera que el número de ítems del instrumento son suficientes para recoger la información deseada:

- Apropiaada
- Medianamente apropiada
- Inapropiada

Observaciones:

7.8. Anexo 8: Esquema de Modelización Matemática

