

DETERMINACIÓN DE LA POSICIÓN DE PUNTOS ELEVADOS EN LA CIUDAD DE HEREDIA

Jorge Moya Zamora

Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica
Email: jmoya@una.ac.cr

RESUMEN

Se exponen la metodología utilizada y los resultados obtenidos al determinar la posición de una serie de puntos inaccesibles mediante la combinación de levantamientos convencionales y GPS. Se consideraron cinco puntos, que corresponden con las torres de las principales iglesias de la ciudad de Heredia, Costa Rica. Las coordenadas obtenidas inicialmente se calcularon sobre el plano cartográfico CRTM, elipsoide WGS84. Sin embargo, el sistema cartográfico oficial está basado en una proyección cónica conforme de Lambert, elipsoide de Clarke 1866. Se realizaron dos variantes de transformación de coordenadas: una polinómica de 4^o y otra de 7 parámetros, para llevar las coordenadas originales en CRTM, al sistema oficial en la zona conocida Costa Rica Norte LCRN. Las diferencias obtenidas en la aplicación de las dos transformaciones implicaron la realización de pruebas y análisis adicionales, mediante los cuales se pueda llegar a recomendar un conjunto de coordenadas confiables en el sistema oficial.

PALABRAS CLAVES: transformación polinómica, datum, proyección cartográfica, ajuste.

ABSTRACT

The article exposes the methodology used and the results obtained in the determination of the position of inaccessible points, by means of conventional and GPS surveys. Five points were considered, located at the towers of the principal churches in the City of Heredia, Costa Rica. The

coordinates obtained initially were calculated in CRTM cartographic plane, with WGS84 ellipsoid. However the official cartographic system is based on a Lambert conform conic projection, with the Clarke 1866 ellipsoid. Two variants of the coordinate transformation were done: a 4^o polinomic and 7 parameter; to transform the original coordinates in CRTM plane, to the official system, in the zone called Costa Rica Norte LCRN. The difference in the application of the two transformations methods implicated certain tests and additional analysis, in order to recommend a reliable coordinate set in the official system.

KEYWORDS: polinomic transformation, datum, cartography projection, adjustment.

INTRODUCCIÓN

En muchas ocasiones la topografía y la geodesia emplean puntos elevados para obtener posición de un punto nuevo, a partir de las coordenadas de estos puntos, o bien, para tener referencia azimutal (dirección conocida) desde un punto en el mismo sistema y desde el cual haya visual directa. Como ejemplos tenemos las torres de las iglesias, las antenas, los tanques y otros similares. Estos puntos generalmente presentan una buena estabilidad física que los hace aptos para este tipo de vínculos.

Durante el desarrollo del curso TGB407 Topografía 6, impartido en el tercer trimestre del año 2004, se realizó como parte de las prácticas de

campo, la determinación de la posición de una serie de iglesias en la ciudad de Heredia. En este artículo se describen la metodología empleada, la elaboración de la información, los ajustes y las transformaciones de coordenadas que se aplicaron para obtener las coordenadas planimétricas de las torres de las iglesias en el sistema cartográfico Costa Rica Transversa Mercator (CRTM) y Lambert Costa Rica Norte (LCRN).

El objetivo fundamental consistió en poner a disposición de los académicos de la Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia (ETCG) de la Universidad Nacional, los listados de las coordenadas de estos puntos inaccesibles, de forma que sirvan para la planificación de las prácticas de campo de los cursos de la carrera y para los diferentes usuarios vinculados con la disciplina.

MATERIALES Y MÉTODOS

Los puntos inaccesibles que se determinaron corresponden con las torres de las iglesias de los Ángeles, El Carmen, la Medalla Milagrosa y la Parroquia, ya que representan objetos visibles y fáciles de reconocer desde varios kilómetros de distancia. A continuación se presenta una breve descripción del sitio del levantamiento y del punto correspondiente.

Los Ángeles

La iglesia de los Ángeles se encuentra en el sector sur de la ciudad de Heredia, en el barrio de los Ángeles, al costado sur del parque del mismo nombre. El punto determinado es el centro de la cruz principal. La red de apoyo consistió en un cuadrilátero alrededor del punto nuevo.

El Carmen

La iglesia de El Carmen se encuentra en el sector este de la ciudad de Heredia, en el barrio de El Carmen, al costado este del parque del mismo nombre. El punto determinado es el centro de la cruz principal. La red de apoyo consistió en un triángulo ubicado enfrente de la entrada principal, en la zona del parque y al costado norte de la iglesia.

La Medalla Milagrosa

La iglesia de la Medalla Milagrosa se encuentra en el sector oeste de la ciudad de Heredia,

en el barrio conocido como Cubujuquí. El punto determinado es el centro del foco de color rojo localizado en la parte superior de la cruz principal. La red de apoyo consistió en un cuadrilátero alrededor del punto nuevo.

La Parroquia

La iglesia de la Parroquia se encuentra en la parte central de la ciudad de Heredia, es conocida también como la Inmaculada. Está ubicada al costado este del parque central de Heredia. La estructura cuenta con dos torres en los costados norte y sur de la entrada principal. Sobre esas torres se determinaron los puntos correspondientes con los centros de las bases de las dos cruces. Tradicionalmente, estos puntos se conocen como Torre Norte y Torre Sur. La red de apoyo consistió en un cuadrilátero ubicado enfrente de la entrada principal en la zona del parque.

METODOLOGÍA DE MEDICIÓN

Básicamente se emplearon dos metodologías de medición para la determinación de las coordenadas de los puntos: por un lado, se realizó medición convencional con estación total, de una red topográfica que permitiera la intersección de los puntos inaccesibles y su ajuste. Por otro lado, se efectuaron mediciones GPS con un receptor de dos frecuencias sobre los puntos de estas redes, para obtener su posición en el sistema WGS84.

El proceso consistió fundamentalmente en diseñar una red de apoyo de al menos tres puntos, que permitiera hasta donde fuera posible, la visual entre ellos y la visual al punto inaccesible considerado. Estas redes fueron medidas angular y linealmente con las estaciones totales de la ETCG, en principio en un sistema local de coordenadas. Luego se realizaron mediciones GPS en sesiones de 20 minutos con receptores de dos frecuencias, sobre al menos dos de los puntos de cada una de las redes convencionales. Las mediciones GPS se vincularon a la estación CORS de la ETCG, las cuales permitieron, sin ajuste previo, obtener la posición de los vértices de las redes convencionales en WGS84.

ELABORACIÓN DE LA INFORMACIÓN

Una vez determinadas las coordenadas elipsoidicas (ϕ , λ) de los vértices, se transformaron a sus correspondientes (N, E) en el plano cartográfico CRTM, por medio del programa del fabricante de equipo GPS, el Trimble Geomatics Office TGO versión 1.6. Las coordenadas CRTM de estos puntos se utilizaron después como coordenadas aproximadas para realizar los ajustes planimétricos de las redes con el programa ARGE.

En primer lugar se efectuaron ajustes libres contemplando sólo los puntos de las redes y como observaciones debidamente reducidas al plano CRTM, las realizadas con las estaciones totales. El proceso de ajuste libre sobre las redes de vínculo consistió en determinar la posición de los vértices que no fueron levantados por métodos GPS, para lo cual el ajuste brindó la posición ajustada con base en las observaciones de la misma red. En esta variante de ajuste cada uno de los puntos define el datum, por lo que las coordenadas de los puntos que se determinaron con GPS sufrieron algunos cambios al contemplar las observaciones convencionales. La mayor diferencia entre las coordenadas aproximadas (obtenidas por mediciones GPS) y las coordenadas ajustadas es del orden de los 19 mm.

Después de la depuración respectiva, los puntos de las redes se consideraron fijos, y como nuevos el o los puntos inaccesibles. Para el ajuste se tomaron como observaciones los ángulos desde cada uno de los vértices al punto inaccesible, haciendo la reducción al centro en los casos en que se midieron las tangentes del objeto.

TRANSFORMACIONES

Para obtener las coordenadas de los puntos en los diferentes sistemas se aplicaron procesos de transformación de coordenadas mediante diferentes programas. Primeramente, el ajuste de las redes individuales y de ellas contemplando los puntos nuevos, se hizo sobre el plano CRTM. Esas coordenadas planimétricas de los puntos nuevos (N, E) se transformaron a sus correspondientes elipsoidicas (ϕ , λ) referidas al elipsoide WGS84 con el programa Tmcr.exe.

Las coordenadas planimétricas sobre el plano LCRN se calcularon en una hoja electrónica, a partir de las planimétricas en CRTM, aplicando los coeficientes de la transformación polinómica de 4º, determinados en el marco del proyecto "Datum" de la ETCG (DÓRRIES y ROLDÁN 1999). Las coordenadas geodésicas, referidas al elipsoide de Clarke 1866, se calcularon con el programa Lamcrn.exe.

Por otro lado, se aplicó también una transformación espacial de Helmert con los 7 parámetros determinados en el proyecto "Datum" y que se encuentran dentro del programa Trans7.xls (DÓRRIES y ROLDÁN 1999), esto con el objetivo de calcular las diferencias entre las coordenadas LCRN calculadas con la transformación polinómica de 4º y la de 7 parámetros. En figura 1 se esquematiza el proceso de transformación.

En el cuadro 1 se muestran las coordenadas de los puntos producto de las diferentes transformaciones realizadas, indicando el proceso y programa utilizado, correspondiente con la figura 1. En el cuadro 1 se nota que las coordenadas en el sistema LCRN obtenidas por la transformación de 7 parámetros y la transformación polinómica de 4º, brindan resultados diferentes, las cuales se resumen en el cuadro 2, así como el vector desplazamiento.

Ante esa diferencia en los valores de las coordenadas, se realizaron otras pruebas de cálculo para analizar los conjuntos de valores obtenidos entre las dos transformaciones. En primer lugar, se escogieron tres puntos que contaran con coordenadas oficiales en el sistema LCRN y sobre los que se hayan tomado mediciones GPS. Los tres puntos idénticos considerados fueron: PALMIRA, NEGRO y VUELTAS, que se encuentran alejados de la ciudad de Heredia y, a la vez, sirvieron para determinar los parámetros $\Delta X = +212.73$ m, $\Delta Y = +9.33$ m y $\Delta Z = -75.48$ m, con el programa invmol.exe, para posteriormente aplicarlos en una transformación de Molodensky, usando el programa GeoTrans.

Al comparar los valores de las coordenadas obtenidas por medio de las transformaciones de 7 parámetros y la de 3 parámetros, se nota que las coordenadas resultantes coinciden relativamente.

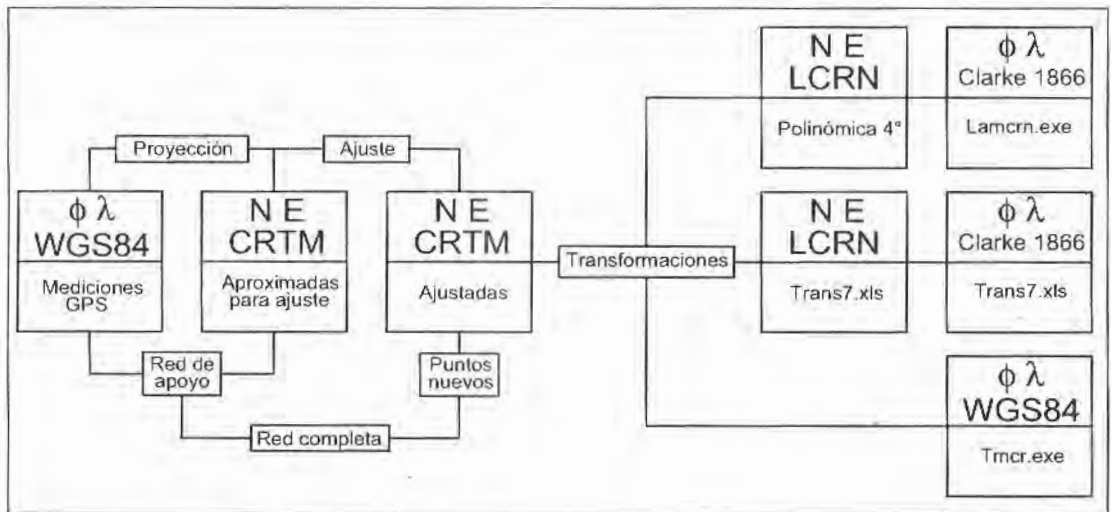


Figura 1. Proceso de elaboración para obtener las coordenadas de los puntos nuevos en diferentes sistemas.

Cuadro 1. Resumen de las coordenadas de los puntos nuevos en el plano LCRN y el elipsoide Clarke 1866, producto de dos procesos de transformación polinómica de 4° y de 7 parámetros.

Punto	Polinómica de 4° / [Lamern.exe]		7 parámetros [Trans7.xls]		[Tmcr.exe]
	LCRN	Clarke 1866	LCRN	Clarke 1866	WGS84
	NORTE [m]	LATITUD NORTE	NORTE [m]	LATITUD NORTE	LATITUD NORTE
	ESTE [m]	LONGITUD OESTE	ESTE [m]	LONGITUD OESTE	LONGITUD OESTE
IGLESIA DE LOS ÁNGELES	219 890.954	9° 59' 49.43903"	219 890.055	9° 59' 49.40977"	9° 59' 44.30399"
	523 236.989	84° 07' 17.02384"	523 236.577	84° 07' 17.03738"	84° 07' 10.04861"
IGLESIA DE EL CARMEN	220 012.113	9° 59' 53.37168"	220 011.209	9° 59' 53.34227"	9° 59' 48.23622"
	523 736.134	84° 07' 00.63191"	523 735.714	84° 07' 00.64572"	84° 06' 53.65706"
IGLESIA DE LA MEDALLA	220 299.872	10° 00' 02.76364"	220 298.975	10° 00' 02.73445"	9° 59' 57.62763"
	522 567.248	84° 07' 39.00571"	522 566.841	84° 07' 39.01910"	84° 07' 32.03018"
TORRE NORTE	220 185.617	9° 59' 59.02313"	220 184.714	9° 59' 58.99374"	9° 59' 53.88724"
	523 559.391	84° 07' 06.43132"	523 558.973	84° 07' 06.44507"	84° 06' 59.45639"
TORRE SUR	220 159.827	9° 59' 58.18367"	220 158.924	9° 59' 58.15429"	9° 59' 53.04786"
	523 559.211	84° 07' 06.43781"	523 558.792	84° 07' 06.45159"	84° 06' 59.46289"

Cuadro 2. Resumen de coordenadas y sus diferencias en el sistema LCRN obtenidas con las transformaciones de 7 parámetros y la polinómica de 4°.

Punto	Coordenadas LCRN con 7 parámetros		Coordenadas LCRN con polinómica de 4°		ΔN [mm]	ΔE [mm]	d [mm]
	NORTE [m]	ESTE [m]	NORTE [m]	ESTE [m]			
IGLESIA DE LOS ÁNGELES	219 890.055	523 236.577	219 890.954	523 236.989	-899	-412	988
IGLESIA DE EL CARMEN	220 012.209	523 735.714	220 012.113	523 736.134	-904	-420	996
IGLESIA DE LA MEDALLA	220 298.975	522 566.841	220 299.872	522 567.248	-897	-407	985
TORRE NORTE	220 184.714	523 558.973	220 185.617	523 559.391	-903	-418	995
TORRE SUR	220 158.924	523 558.792	220 159.827	523 559.211	-903	-419	996

En el cuadro 3 se muestran los dos conjuntos de valores, las diferencias entre ellos y el vector desplazamiento resultante.

Por otro lado, se tienen también las coordenadas en el sistema LCRN de los puntos: ÁNGE-

LES, CARMEN, TORRE NORTE y TORRE SUR, determinadas a finales de la década de 1970 según los registros de la ETCG. Al examinar estos valores y compararlos con los recientes listados, se encuentra una similitud con respecto a los datos obtenidos de la transformación polinómica de 4°.

Cuadro 3. Resumen de coordenadas y sus diferencias en el sistema LCRN obtenidas con las transformaciones de 7 parámetros y la de 3 parámetros.

Punto	Coordenadas LCRN con 7 parámetros		Coordenadas LCRN con 3 parámetros		ΔN [mm]	ΔE [mm]	d [mm]
	NORTE [m]	ESTE [m]	NORTE [m]	ESTE [m]			
IGLESIA DE LOS ÁNGELES	219 890.055	523 236.577	219 890.359	523 236.624	-304	-47	308
IGLESIA DE EL CARMEN	220 012.209	523 735.714	220 011.516	523 735.758	-307	-44	310
IGLESIA DE LA MEDALLA	220 298.975	522 566.841	220 299.272	522 566.889	-297	-48	301
TORRE NORTE	220 184.714	523 558.973	220 185.018	523 559.016	-304	-43	307
TORRE SUR	220 158.924	523 558.792	220 159.229	523 559.342	-305	-550	629

Cuadro 4. Resumen de coordenadas y sus diferencias en el sistema LCRN entre la transformación polinómica de 4° y los registros de la ETCG.

Punto	Coordenadas LCRN con polinómica de 4°		Coordenadas LCRN según registros ETCG año 1979		ΔN [mm]	ΔE [mm]	d [mm]
	NORTE [m]	ESTE [m]	NORTE [m]	ESTE [m]			
IGLESIA DE LOS ÁNGELES	219 890.954	523 236.989	219 890.691	523 236.832	263	157	306
IGLESIA DE EL CARMEN	220 012.113	523 736.134	220 011.852	523 735.947	261	187	321
TORRE NORTE	220 185.617	523 559.391	220 185.272	523 559.227	345	164	382
TORRE SUR	220 159.827	523 559.211	220 159.512	523 559.010	315	201	374

AJ contar con los valores de las coordenadas según los registros de la ETCG, la transformación polinómica de 4° y la transformación de 7 parámetros, se decidió hacer una transformación bidimensional de Helmert entre los tres conjuntos de coordenadas, considerando como puntos idénticos los cuatro puntos citados en el párrafo anterior y como nuevo el punto MEDALLA. La transformación se hizo tomando como sistema viejo las coordenadas LCRN producto de la transformación polinómica de 4° y la transformación de 7 parámetros; y como sistema nuevo, las coordenadas de los registros de la ETCG.

Adicionalmente se hizo una transformación entre los conjuntos de coordenadas polinómicas de 4° y de 7 parámetros. En el cuadro 5 se resumen los resultados obtenidos de los procesos descritos.

En el cuadro 6 se hace un resumen de los puntos determinados, una descripción literal del lugar donde se tomaron las mediciones, las coordenadas ajustadas en el sistema CRTM y las transformadas al sistema LCRN mediante los 7 parámetros, así como una imagen de cada uno de los puntos.

RESULTADOS

Las coordenadas de los puntos en el sistema CRTM muestran tanto desviaciones estándar del

Cuadro 5. Resumen de las transformaciones bidimensionales de Helmert.

Transformación		Parámetros			
De	A	ΔN [m]	ΔE [m]	m [ppm]	ϵ [mgon]
Pol4	ETCG	29.71	65.03	126	0.3
7Par	ETCG	26.36	57.94	111	0.2
Pol4	7Par	4.73	3.39	10	0.4

orden milimétrico, destacando los valores de ± 1 mm y ± 9 mm como desviaciones estándar extremas en las coordenadas ajustadas. Con base en los listados de observaciones ajustadas y elipses de confianza, se puede destacar que las redes de apoyo cumplieron con su objetivo fundamental, el cual era disponer de un sistema de referencia, arbitrario en principio, para determinar las coordenadas de los puntos inaccesibles por medio de ajuste geodésico.

En total se cuenta con tres conjuntos de coordenadas de los puntos nuevos: el obtenido de la transformación polinómica de 4°, el de la transformación de 7 parámetros y el de los registros de la ETCG. Analizando los valores de las coordenadas que se resumen en los cuadros 1, 2, 3 y 4, se

Cuadro 6. Descripción, coordenadas [N, E] en CRTM y LCRN e imágenes de los puntos de las iglesias.

Punto	Descripción	Coordenadas [m] CRTM / LCRN	Imagen
IGLESIA DE LOS ÁNGELES	El punto ÁNGELES no se ajustó en realidad, ya que durante el levantamiento no se pudo definir claramente un punto sobre la cruz, en su lugar, se tomaron cuatro puntos sobre su base, los cuales fueron ajustados. Con el promedio de las coordenadas de los cuatro puntos de la base, se calcularon las coordenadas de un punto central, que coinciden con el centro de la cruz según las observaciones realizadas.	1 104 932.803 486 907.762 2198 90.055 523 236.577	
IGLESIA DE EL CARMEN	El punto CARMEN corresponde con la base de la cruz principal de la iglesia de El Carmen. En la imagen se muestra una esfera en la parte inferior de la cruz, la cual corresponde con el punto levantado desde los puntos de la red de apoyo. Este punto coincide con el centro de la cruz según las observaciones realizadas.	1 105 053.393 487 406.823 220 011.209 523 735.714	
IGLESIA DE LA MEDALLA	El punto MEDALLA corresponde con el foco de color rojo, localizado en la parte superior de la cruz principal de la iglesia. El foco es de forma cilíndrica, por lo que se levantaron sus tangentes desde los puntos de la red de apoyo, pudiendo definir su centro y, por consiguiente, el centro de la cruz.	1 105 342.249 486 238.718 220 298.975 522 566.841	
TORRE NORTE	El punto TOR NOR corresponde con el punto Torre Norte, localizado en la torre norte de la iglesia de la Parroquia. Desde la red de apoyo se levantó la esfera localizada en la parte inferior de la cruz norte, como se muestra en la figura. Este punto coincide con el centro de la cruz según las observaciones realizadas.	1 105 227.010 487 230.332 220 184.714 523 558.973	
TORRE SUR	El punto TOR SUR corresponde con el punto Torre Sur, localizado en la torre sur de la iglesia de la Parroquia. Desde la red de apoyo se levantó la esfera localizada en la parte inferior de la cruz sur, como se muestra en la figura. Este punto coincide con el centro de la cruz según las observaciones realizadas.	1 105 201.231 487 230.125 220 158.924 523 558.792	

evidencian diferencias al transformar las coordenadas ajustadas originales en CRTM, al plano LCRN con la variante polinómica de 4° y la de 7 parámetros. En ese sentido, y sin entrar a profundizar al respecto, una transformación polinómica es un método no estricto y depende del grado del polinomio, el cual, a su vez, depende de la cantidad de puntos idénticos que se tengan para determinar sus coeficientes; en este trabajo se usó una transformación de 4°, la cual contiene 15 coeficientes por ecuación de transformación. Éstos se determinaron en el proyecto "Datum", a través de ajuste geodésico, contemplando puntos idénticos en el sistema LCRN. La transformación polinómica de 4° se realizó con el objetivo de tener un método fácil de aplicar, ya que no se contempla el problema de las alturas (DÓRRIES y ROLDÁN 1999).

La transformación espacial de 7 parámetros es una transformación semejante, y en el proyecto "Datum" se aplicó el modelo baricéntrico para determinar por medio de ajuste geodésico los 7 parámetros de transformación, contemplando las coordenadas tridimensionales de 28 puntos idénticos (DÓRRIES y ROLDÁN 1999). Los datos para ambos procesos de transformación provienen de los registros oficiales del Instituto Geográfico Nacional (IGN), referidos al elipsoide de Clarke 1866 en la parte horizontal y en la vertical, alturas ortométricas referidas al nivel medio del mar, mediante nivelaciones geométricas y trigonométricas. De esas coordenadas no se conoce la desviación estándar. El complemento de la información lo integran los datos de redes GPS nacionales, medidos a principios de los años 1990, cuya exactitud es mayor que la que se pueda tener en las redes convencionales del IGN.

La influencia de la relativa baja exactitud en las coordenadas Lambert contrasta con la exactitud de las mediciones GPS. Los procesos de transformación utilizados para obtener las coordenadas de los puntos nuevos en el sistema LCRN no pueden eximirse de ese factor, lo que implica que se encuentren diferencias entre los conjuntos de coordenadas, las cuales son sistemáticas, como se aprecia en los cuadros respectivos, llegando a tener un valor de vector diferencia promedio de 0.990 m. La diferencia en las coordenadas puede deberse a esa influencia por la falta de homogeneidad estocástica en los dos sistemas, además una transformación

polinómica trata de absorber las diferencias entre los sistemas, acomodándose lo mejor posible al campo puntual en el que esté trabajando. La aplicación de la transformación polinómica de 4° brinda coordenadas muy similares a los registros de la ETCG, las cuales se obtuvieron por medio de mediciones estrictamente convencionales, a través de poligonaciones y observaciones angulares a puntos lejanos de la red geodésica nacional. A pesar de que en los ampos se muestran compensaciones y ajustes de las redes poligonales, el datum es Clarke 1866 y la influencia de los errores de la red nacional está presente.

Con respecto a las coordenadas obtenidas de la transformación de 7 parámetros, podemos decir que son "válidas", ya que en principio el método es estricto al contemplar las traslaciones, los giros y el factor de escala entre los sistemas. Sin embargo, la prueba realizada con el programa GeoTrans, utilizando una transformación de Molodensky con tres parámetros, brindó valores muy similares en las coordenadas de los puntos, a los valores obtenidos con la de 7 parámetros. Lo que permite afirmar que no hay influencia de los tres giros y del factor de escala, pues los tres parámetros se determinaron mediante tres puntos idénticos alejados de la zona.

Las transformaciones bidimensionales de Helmert, que se resumen en el cuadro 5, muestran que entre el conjunto de valores de 4° y los registros de la ETCG hay una buena coincidencia desde el punto de vista de configuración geométrica, ya que los residuos son del orden de 30 mm y un error medio de punto de 40 mm. Por otro lado, existen traslaciones considerables de 30 y 65 m, con un giro de 0.3 mgon y un factor de escala de 126 ppm. En la transformación de las coordenadas de 7 parámetros y las de los registros de la ETCG, también hay coincidencia geométrica, los residuos son del orden de los 34 mm con un error medio de punto de 40 mm. Las traslaciones de 26 y 58 m son considerables, con un giro de 0.2 mgon y un factor de escala de 111 ppm. La tercera variante, realizada entre las coordenadas polinómicas de 4° y las de 7 parámetros, muestra consistencia entre ambas, con residuos del orden de 1 y 4 mm como máximo y un error medio de punto de 3 mm. Las traslaciones son de 5 y 3 m, el giro es de 0.4 mgon y el factor de escala de 10 ppm.

Considerando las distancias de 1200 y 430 m como valores extremos en sentido este-oeste y norte-sur, respectivamente, y calculando la influencia del giro y del factor de escala sobre ellas, se tiene que para un promedio de giro azimutal de 0.3 mgon hay una diferencia de entre 2 y 6 mm. Para un factor de escala promedio de 120 ppm se tienen 52 y 144 mm para 430 y 1200 m, respectivamente. Y para un factor de 10 ppm hay 4.3 y 12 mm para las mismas distancias, por lo tanto, se puede decir que los giros no influyen en las transformaciones; no así el factor de escala, ya que como se desprende de los datos anteriores, existen diferencias centimétricas cuando se contemplan los datos provenientes de la transformación polinómica de 4°, cuyos valores son muy similares a los registros de la ETCG. Esto apoya el hecho de que están influyendo más los problemas de tensión y de escala de la red nacional convencional, al aplicar la transformación polinómica, la cual trata de distribuirlos de la mejor manera.

Se desprende, además, que los conjuntos de coordenadas polinómicas, y de 7 parámetros son consistentes en sí mismos y que la diferencia entre ellos se debe fundamentalmente a una traslación. Por ejemplo, tomando los cuatro conjuntos de coordenadas de los puntos Torre Norte y Torre Sur,

y calculando la distancia entre ellos se tienen 25.780 m para coordenadas CRTM. En el sistema LCRN se tienen 25.791 m para coordenadas Trans7, 25.791 m para coordenadas polinómicas y 25.791 m para coordenadas GeoTrans. Estos resultados muestran que en forma relativa los puntos están bien ubicados, pero siempre existe el problema de traslación.

Se pueden analizar más aspectos relacionados, por ejemplo, con las exactitudes globales con los procesos de transformación aplicados, pero se escapan de la zona de trabajo considerada, sin embargo, la intención no es descartar un proceso y favorecer otro, solamente se exponen los resultados obtenidos después de las pruebas aplicadas a los diferentes conjuntos de coordenadas. En ese sentido se debe saber aplicar un conjunto u otro de coordenadas, de acuerdo a si se quiere trabajar en un ámbito local o estar vinculado a un sistema de orden superior.

Por otro lado, se realizó una prueba gráfica a las coordenadas transformadas a LCRN, la cual consistió en plotear dichas coordenadas sobre los mapas Burío y Cubujuquí escala 1:10000 vectorizados, que están georreferenciados con una buena exactitud. La figura 2 es un mosaico de las dos

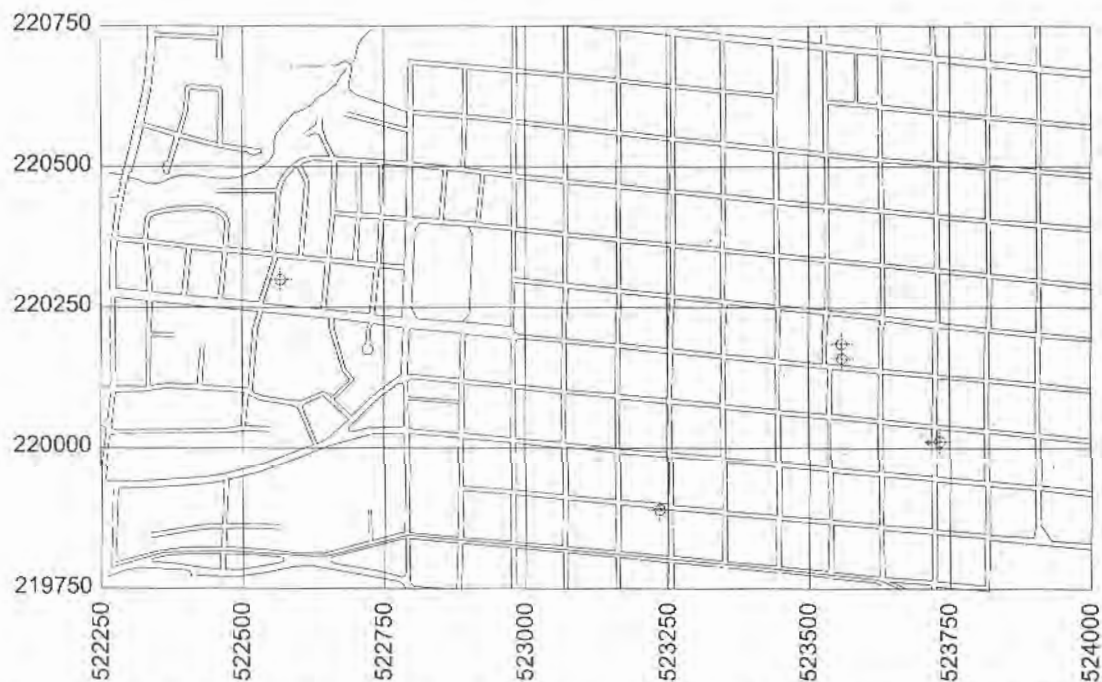


Figura 2. Mosaico 1:10000 vectorizado reducido en un 25% con el ploteo de las coordenadas LCRN.

hojas, exportado de AutoCAD en formato .wmf y muestra por medio de los puntos rojos con cruz roja en el centro, la posición de cada uno de los puntos nuevos.

CONCLUSIONES

- Las coordenadas ajustadas en CRTM de los cinco puntos implican una referencia confiable para trabajos topográficos de extensión media y catastral, ya que son productos de mediciones GPS que no están vinculadas a puntos preexistentes en el sistema nacional.
- Existen diferencias en las coordenadas transformadas al plano LCRN, producto de los problemas de la vieja red nacional de coordenadas en cuanto a tensiones y escala fundamentalmente. Los valores de las coordenadas no se deben tomar como definitivos, quedando bajo la responsabilidad del usuario su aplicación correcta.
- Las torres de las iglesias consideradas tienen una ubicación física favorable, ya que son visibles desde muchos lugares distantes, lo que permite su utilización como puntos de amarre azimutal en caso de realizar las observaciones desde puntos conocidos en sistemas homogéneos o como referencia para determinar coordenadas de puntos en caso de realizar las observaciones desde puntos nuevos.
- Las desviaciones estándar en las coordenadas ajustadas de los puntos son del orden de los 10 milímetros en el mayor de los casos, lo que demuestra que las observaciones están bien realizadas, aún en los casos donde se tomó un solo punto y no se hicieron observaciones adicionales para definir el centro del mismo.
- En general, la configuración de las redes es buena, aunque se pueden variar algunas, esto se refleja en los resultados de los ajustes libres de cada proyecto.
- Los procesos de transformación de coordenadas usados en este informe son válidos, ya

que ambos parámetros se determinaron por medio de ajuste geodésico entre puntos convencionales, datum Clarke 1866 y puntos GPS, datum WGS84. Sin embargo, parece que el proceso de transformación polinómica está mayormente influenciado por la baja calidad y exactitud de las coordenadas LCRN originales, al menos en la zona considerada.

RECOMENDACIONES

1. Utilizar como coordenadas de los puntos nuevos las ajustadas en el plano CRTM y que se brindan en el cuadro 6, y en los reportes de los ajustes amarrados correspondientes. Sin embargo, de acuerdo con la problemática existente y analizada desde hace tiempo, se hace la recomendación expresa de no mezclar sistemas.
2. Las diferencias con las coordenadas LCRN de los puntos nuevos se deben investigar más, ya que los procesos de transformación son relaciones matemáticas que brindan resultados que dependen de la información de partida. Sin embargo, se comprueba una vez más que los amarres a puntos de la vieja red nacional de coordenadas no son del todo confiables.
3. Por otro lado, si el usuario decide usar coordenadas LCRN de los puntos nuevos se recomienda leer el análisis anterior y aplicar los valores obtenidos de la transformación espacial de 7 parámetros.
4. Se recomienda ampliamente realizar pruebas de campo con los valores dados en el punto anterior, con el fin de tener elementos adicionales que permitan confirmar o modificar las coordenadas.

BIBLIOGRAFÍA

- Dörries, E. y J. Roldán. 1999. *Estudio comparativo del datum geodésico de Orotique y datum satelitario del sistema WGS84*. Informe final de proyecto de investigación. Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia, Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica.

ACTAS ALEXANDER: LA EXTRACCIÓN DE LA INFORMACIÓN

Esteban Dörries

Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia
Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica
edorries@una.ac.cr

RESUMEN

Después de una descripción del proceso histórico de demarcación de la frontera norte de Costa Rica, se detallan los datos contenidos en las llamadas "Actas Alexander" y se explican posibles criterios de comparación con la realidad física fronteriza. Se exponen los problemas que se presentaron en la extracción de datos y su tipificación. Las diversas herramientas matemáticas y cartográficas permitieron obtener, cotejar y definir la validez de la información.

PALABRAS CLAVES: frontera, demarcación, Nicaragua, Costa Rica, E. P. Alexander.

ABSTRACT

After a description of the historical process of demarcation of the northern border of Costa Rica, the data in the so called "Actas Alexander" (Alexander Dockets) is described in detail and possible criteria of comparison with the physical border reality is also explained. It is then followed by a description of the problems that appeared in the extraction of data and its characterization. The diverse mathematical and cartographic tools allowed to obtain, collate and to define the validity of the information.

KEYWORDS: border, demarcation, Nicaragua, Costa Rica, E. P. Alexander.

INTRODUCCIÓN

Este primer artículo es producto del proyecto de investigación de la Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia de la Universidad Nacional llamado "Estudio Comparativo de la Posición de los Mojones de la Delimitación de la Frontera Norte según el Trazado de Alexander y según la Determinación en el Sistema WGS84". Describe su desarrollo en la primera etapa, en la cual se realizó un laborioso trabajo de adquisición de datos de las "Actas Alexander", fundamento del estudio comparativo propuesto.

LA FRONTERA NORTE DE COSTA RICA

Las fronteras internacionales y nacionales han sido siempre objeto de problemas, discusión, acuerdos, arbitrajes y enfrentamientos. En pocos casos, la delimitación (descripción literal o numérica de la frontera) y la demarcación (definición física de la frontera en el terreno) se producen simultáneamente y sin ambigüedades. Aunque los estadistas actúen con la mejor de las intenciones, la realidad es que las fronteras entre estados han sido siempre un motivo de dificultades entre los países vecinos; pueden darse problemas que van desde pequeños roces en aspectos administrativos, aduaneros o migratorios, hasta conflictos armados. Esta situación se cumple tanto para el caso de las fronteras naturales como para las artificiales, definidas en ambos casos por tratados, laudos y normas del derecho internacional público.

La frontera norte de Costa Rica queda definida en forma completa en el tratado Cañas-Jerez, del 15 de abril de 1858. Las discrepancias en la interpretación del texto del tratado por parte de los gobiernos de Costa Rica y Nicaragua condujeron a que en Guatemala y casi treinta años después, una Convención de Arbitraje solicitara el arbitramento del Presidente de los Estados Unidos. El Laudo Cleveland, del 22 de marzo de 1888, declara válido el tratado Cañas-Jerez y aclarará en algo el derecho de navegación en el Río San Juan y otros puntos de dudosa interpretación del tratado. A pesar de esto y de lo acordado en Guatemala, es hasta el 26 de marzo de 1896 que se realiza la convención Matus-Pacheco para el trazado y amojonamiento de la frontera.

El trazado de Alexander, llamado de esta forma por el Ing. E. P. Alexander, encomendado por el gobierno de los Estados Unidos para dirigir los trabajos, comienza en mayo de 1897 y termina en julio de 1900. Este trazado es el que materializa la frontera norte, comenzando por un mojón astronómico en Punta de Castilla, continuando por la ribera del Río San Juan sin amojonarla, colocando el siguiente mojón a las tres millas de Castillo Viejo, siguiendo en forma paralela al río primero y al Lago de Nicaragua después, y terminando con el mojón XIX sobre el Río Sapoá y el XX para determinar la "recta astronómica" que une ese punto y el centro de la Bahía de Salinas. Sobre todos estos trabajos se dejaron actas, las "Actas Alexander", que relatan algunas de las dificultades presentadas en la ejecución de los trabajos.

El valioso trabajo del trazado de Alexander debe contemplarse como punto de partida para toda consideración sobre la frontera, por tener la aprobación por las partes, que fue inequívocamente expresada en el Artículo VIII del tratado Matus-Pacheco, ratificado por ambos países, y que dice textualmente:

"El Libro de Actas de las operaciones, que se llevará por triplicado, y que firmarán y sellarán debidamente los comisionados, será, sin necesidad de aprobación, ni de ninguna otra formalidad por parte de las repúblicas signatarias, el título de demarcación definitivo de sus límites".

Por lo expuesto, las "Actas Alexander" son la base jurídica y técnica de la demarcación de la frontera norte. Con la ejecución del proyecto se ha logrado contar con una depuración y sistematización de la información contenida en las actas y una clasificación de los mojones en diferentes categorías.

LOS DATOS ALEXANDER

Originalmente se consideró que por contener las actas los datos concernientes a los trabajos llamados en ellas "geodésicos", iba a ser posible darle coordenadas elipsoídicas a los puntos amojonados a partir de las astronómicas, factibles de ser comparadas con las coordenadas del mismo tipo generadas a partir de las mediciones GPS. A medida que se avanzaba con la extracción de datos de las actas, pudo determinarse que la información numérica relativa a los puntos tenía errores originales de medición o transcripción.

Las observaciones astronómicas iniciales en San Juan del Norte son las únicas descritas y que presentan resultados, por demás mediocres, como se reconoce en las mismas actas. De las observaciones vinculadas con la llamada "recta astronómica" sólo se tiene una ubicación aproximada, no hay descripción de la metodología empleada ni vínculo con las restantes estaciones. En el texto se señala que se hicieron observaciones astronómicas intermedias de orientación acimutal, pero no se dan datos de ningún tipo al respecto.

Las coordenadas de los mojones aparecen en tres tablas, pero cubriendo sólo a los principales, desde el II hasta el XX; los mojones auxiliares usados del XII en adelante, comenzando por el XIIA y hasta el XXD, no tienen coordenadas en las tablas, en el texto ni en los croquis. Las mediciones realizadas a lo largo del Río San Juan y de la orilla sur del Lago de Nicaragua, junto a las de enlace con los mojones y la provisional de la "recta astronómica", en general, no se controlan en sí mismas, y aplicando otros métodos de control se detectan errores de medición o transcripción.

Como además de los problemas señalados, el número de puntos involucrados supera a los dos mil, se decidió invertir el proceso de transformación para efectos de comparación de coordenadas

de los puntos supuestos idénticos. En lugar de transformar los puntos de Alexander a un plano cartográfico se los mantuvo en un plano de referencia propio, definido por el par de coordenadas asignadas a cada punto, al que llamaremos plano Alexander. Esto se justifica por la forma en que se efectuaron las mediciones: en tramos cortos, usando distancias y ángulos horizontales, sin tener en cuenta la curvatura terrestre mediante reducciones geodésicas y sin considerar correcciones originadas en alguna proyección cartográfica.

LOS MÉTODOS Y CRITERIOS DE COMPARACIÓN

Dadas las características de los datos numéricos de las "Actas Alexander" en cuanto a exactitud, y principalmente confiabilidad, los métodos y criterios de comparación fueron ampliados, con los siguientes procesos y datos: comprobación interna mediante cálculo de poligonales e hiperpoligonales; aplicación del programa de ajuste geodésico ARGE-DOGO; determinación de coordenadas en el plano Alexander a partir de los croquis incluidos en las actas; toma de decisiones en casos confusos por comparación de las coordenadas Alexander obtenidas numéricamente y a partir de los gráficos; comparación de datos gráficos locales derivados de las actas con la cartografía oficial, con la finalidad de detectar errores en las actas o en la extracción de datos; consideración adicional de las coordenadas de los mojones principales y auxiliares determinadas por el Instituto Geográfico Nacional (IGN) en el sistema Lambert Norte; ampliación de los criterios de comparación numérica con aspectos gráficos y estado de los mojones encontrados.

El objetivo principal del proyecto era la comparación de los datos "nuevos" (IGN de 1965, GPS de 2003) con los "viejos" de Alexander. La comparación entre el plano Alexander y el plano Lambert *no ofrece problemas desde el punto de vista angular*.

Lo que en principio podía dar problemas en esta comparación entre dos planos diferentes era la escala; en el plano Alexander se la puede suponer en el metro internacional y en la proyección Lambert se afectan las distancias observadas con un factor que depende de la ubicación en latitud, por

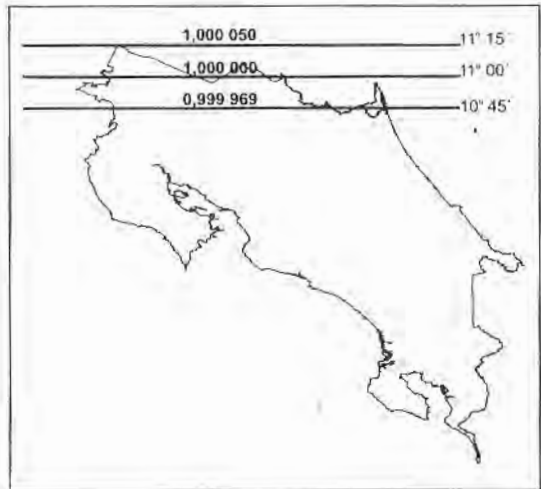


Figura 1. Factor de escala en el plano cartográfico Lambert.

ser una proyección cónica. Esto puede observarse en la figura 1, donde la zona fronteriza se ubica casi totalmente entre los paralelos de latitudes $10^{\circ}45'$ y $11^{\circ}15'$. Sobre la línea de los paralelos se encuentra el valor del factor de escala para la latitud correspondiente. El mayor factor de corrección por escala es de aproximadamente 1,000 050, es decir, unos 50 mm/1 km.

Las primeras transformaciones realizadas entre el plano Alexander y el plano Lambert Norte mostraron que los datos Alexander estaban afectados por errores muy por encima de la proclamada metodología geodésica (aún para la época), y que para aproximar un conjunto puntual al otro aplicando el principio de mínimos cuadrados, debían considerarse factores de escala con un valor que ronda por los 5 m/1 km. La relación entre los factores de escala es de aproximadamente 1:100, por lo cual es admisible realizar las comparaciones entre los planos Alexander y Lambert sin hacer ninguna reducción, la misma transformación de Helmert determina el valor más adecuado de la relación de escalas en cada caso.

LA EXTRACCIÓN DE DATOS DE LAS "ACTAS ALEXANDER"

Al formularse el proyecto se tenía conocimiento de que los originales de las "Actas

Alexander” se encontraban perdidos, tanto la versión costarricense como el ejemplar nicaragüense, pero que existía una copia en el Ministerio de Relaciones Exteriores y Culto. Del material obtenido de RREE se realizaron fotocopias, que probablemente lo eran de cuarta o quinta generación, y se comenzó con la extracción de información, lo que fue imposible realizar en forma completa por las siguientes limitaciones: legibilidad dificultosa, en partes casi imposible; páginas que se encuentran fuera del orden original; los números del foliado original no aparecen en las copias, numeradas a mano en su parte inferior; necesidad de reconstruir el orden original basándose en los contenidos; falta de gran cantidad de páginas, 33 del primer tomo y 3 del segundo.



Figura 2. Detalle de cuadro en “Actas Alexander”, versión en fotocopia.

A pesar de estas dificultades, a medida que se avanzaba con el estudio del material, se iban realizando las extracciones de datos y los cálculos que en ese momento eran posibles, como por ejemplo las triangulaciones entre San Juan del Norte y Punta de Castilla, y los primeros tramos medidos río arriba a lo largo del San Juan por una combinación de poligonación y triangulación.

Como se tenía conocimiento de la existencia de una versión en el IGN, ésta se obtuvo en calidad de préstamo con la ayuda del anterior director del Instituto, el Ing. Fernando Mauro Rudín (†), al que dedicamos este trabajo.

En alguna época las páginas de las actas fueron microfilmadas, pero el microfilme no pudo ubicarse. Lo que se conserva es una reproducción fotográfica en papel de 20 cm por 25 cm que, por ser

los originales positivos, está en negativo. En muchos casos la legibilidad de este material es problemática, hay diferencias de intensidad y de contraste, y en todas las reproducciones se observan las cristalizaciones y rastros de hongos del microfilme original. En un intento por obtener la mejor información posible, se escanearon algunas páginas y se procesaron con un programa para pasar al negativo y así obtener escritura negra sobre fondo claro, pero los resultados no justificaron una aplicación para todas las páginas.



Figura 3. Detalle de cuadro en “Actas Alexander”, versión en microfilme.

Al cotejar el material del IGN con el de RREE se pudieron aclarar algunas dudas y complementar parcialmente la información, ya que las fotografías del IGN tampoco cubren en su totalidad las actas: faltan 66 del primer tomo y 2 del segundo. A pesar de que los faltantes se compensaban en gran parte al tener las dos variantes, siempre faltaban totalmente seis páginas, una con el croquis de los primeros mojones cercanos a “El Castillo” y las otras con cuadros de datos de levantamientos.

A comienzos del año 2002 se tenía un producto intermedio no previsto originalmente, un índice triple con la numeración de las páginas en el original, en el material de RREE y en el del IGN, con el contenido de cada página y la fecha de aprobación del acta correspondiente.

Ante estos hechos, se hizo notoria la imposibilidad de llevar el proyecto a un final exitoso si no se lograba contar con los originales de las actas. Como aparentemente el único ejemplar original se

encontraba en la Biblioteca del Congreso de los EE. UU. de América, se inició una campaña de búsqueda del original costarricense, hasta ubicar en el Instituto de Servicio Exterior "Manuel María Peralta", adscrito al Ministerio de Relaciones Exteriores y Culto, los dos tomos que habían sido recuperados.

Ambos están completos, el primero en mejor estado y con sus 200 páginas ocupadas, el segundo con 62 páginas utilizadas, algunas difíciles de leer por la decoloración de la tinta y lo amarillento del papel. Tienen un formato de 12 x 16 pulgadas y por lo delicado del material se desarrolló un sistema de toma de fotografías con una cámara digital. Después de varias sesiones de prueba, se realizó la toma de las 262 páginas de las actas.

Las tomas originales fueron procesadas con diferentes programas de tratamiento de imágenes para uniformizar, en lo posible, la intensidad, el contraste, la coloración, la resolución y el tamaño de cada una de las fotografías. Se obtuvieron de esta manera 262 archivos en formato .jpg, con un tamaño de algo más de 2MB cada uno, que fueron grabados en un disco compacto junto al índice de las actas, una somera descripción del proyecto y detalles técnicos de las tomas.

El disco compacto "Actas Alexander" está etiquetado y constituye un valiosísimo aporte para la clarificación de los antecedentes históricos, jurídicos y técnicos de la delimitación de la frontera norte.

DATOS FUENTES: NUMÉRICOS, GRÁFICOS Y LITERALES

Desde el punto de vista del proyecto, inicialmente los únicos datos a extraer de las "Actas Alexander" eran las coordenadas de los mojones instalados por la comisión de demarcación para compararlas con las medidas en el campo con metodología GPS. Sin embargo, hubo que tener en cuenta datos de mayor volumen y complejidad.

Las coordenadas utilizadas por la comisión se basaron en la convención astronómica que utiliza el sur como origen de las direcciones acimutales, dando lugar al sistema sur-oeste. Para evitar coordenadas negativas y disminuir el riesgo de confusiones en la elaboración, se les cambió el signo y se las afectó con un falso este y un falso norte de 500 km. Aunque las coordenadas de los mojones principales son las únicas que se encuentran tabuladas en las actas y no existen datos directos relativos a los mojones auxiliares, las actas contienen una voluminosa información de carácter numérico, por lo cual la extracción de esos datos y su aplicación para completar y comparar la información pasaron a ser imprescindibles.

La rica información gráfica contenida en las actas consiste en especial en los croquis que reflejan las sucesivas etapas de los levantamientos, supuestamente en concordancia con las tablas que contienen los datos numéricos. Como los problemas



Figura 4. Etiqueta del disco compacto "Actas Alexander".

Ángulos horizontales	Alturas	Distancias en metros
25° 20' 45"	"	"
227° 13' 00"	342° 52' 10"	295, 25
0° 00' 00"	"	"
173° 53' 10"	"	"

Figura 5. Detalle de cuadro en "Actas Alexander", versión del proyecto, fotografiada y en disco compacto.

de legibilidad no desaparecieron en su totalidad al contar con las actas originales, la constante comparación de la información numérica con la gráfica fue de gran ayuda para la toma de decisiones en el momento de asignar valores.

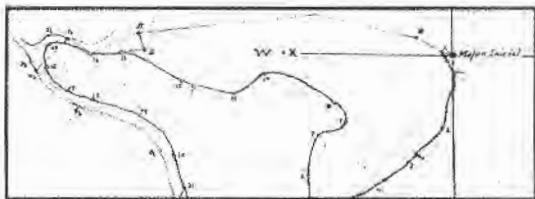


Figura 6. Detalle de croquis en "Actas Alexander", fotografiada y en disco compacto.

La información literal que se encuentra en las actas es de carácter muy variado, desde aspectos administrativos o protocolarios hasta los cinco laudos del general Alexander. Inmersos en esta amplia variedad de datos se encuentran algunos de relevancia para el desarrollo del proyecto. Se trata fundamentalmente de dos tipos de información: la que complementa las tablas y los croquis para determinar aspectos métricos, y las descripciones de trabajos efectuados. En esta última categoría se destaca la información relativa a los mojones, en especial su construcción efectiva y su tipo. Los mojones utilizados por la comisión comprenden las siguientes variantes: A de 3,25 m de altura, B de 2,25 m de altura, C de 1,15 m de altura, y la variante C+ de 1,50 m de altura y de la cual no hay croquis en las actas.

COMPROBACIÓN DE LOS DATOS NUMÉRICOS CON EXCEL®

Para la generación de una base de datos numérica que abarcara la totalidad de los más de dos mil puntos incorporados a las actas, se trasladaron los datos a libros Excel, una forma de crear una base de datos sencilla, pero con la capacidad de ordenar, filtrar y seleccionar elementos, además de ayudar en la preparación de los datos para la elaboración con el programa de ajuste geodésico ARGE. A medida que avanzaba esta actividad, fueron surgiendo problemas y contradicciones en los datos de las actas, que dieron lugar a una mayor aplicación de herramientas propias de Excel, com-

plementadas con otras medidas de control. De la hoja de cálculo como receptor o soporte de datos al inicio, se pasó a una hoja en la cual se recalculaban todos los incrementos en coordenadas y las coordenadas mismas, con fines de comparación respecto a lo leído en las actas. Este procedimiento de control de los datos originales permite detectar tanto errores de transcripción de eventuales libretas de campo a las actas por parte de la comisión, como errores de lectura por parte del proyecto. Sin embargo, su aplicación queda limitada a la parte angular, las distancias no pueden controlarse en los levantamientos posteriores a los del Río San Juan, ya que son muy pocas las coordenadas calculadas por Alexander.

APLICACIÓN DEL PROGRAMA DE AJUSTE GEODÉSICO ARGE-DOGO®

Aunque el sector fronterizo a lo largo del Río San Juan es el único donde las actas reportan con claridad una mayoría de datos respecto a la cantidad de incógnitas, el programa se continuó aplicando en los restantes sectores, en los cuales el control por este motivo no podía ser tan efectivo. De todos modos, las "Actas Alexander" presentan una peculiar característica: reúnen información numérica relativa a una gran cantidad de puntos y sus vínculos angulares y lineales, sin aclarar si se trata de datos de proyecto o de datos medidos, y en este segundo caso, si corresponden a mediciones originales de campo, o si son producto de un proceso adicional de comprobación y de compensación. Al usar el programa con datos procesados previamente se obtiene un cierre perfecto cuando no hay errores de transcripción, las varianzas de las observaciones son nulas a menos de errores de redondeo. Por lo mismo no se puede obtener información estocástica de los resultados, los datos de entrada ya no están afectados de los errores accidentales o casuales. Muy valiosa es la evaluación gráfica de los diferentes tramos medidos, que posibilita ARGE al tener la capacidad de generar gráficos en el formato propio del programa DesignCAD 3D MAX 14®, del cual se tiene una licencia vigente.

Una aplicación en la que se cifraban grandes esperanzas y expectativas era la de ajustar por "bucles", es decir, por figuras cerradas. La primera de ellas se forma cuando remontando el Río San

Juan se llega al sitio donde la frontera abandona la margen derecha del Río San Juan para continuar, en primera instancia, como un arco centrado en las fortificaciones de Castillo Viejo, algo difícil de materializar en el terreno. Del análisis de la figura, junto a la información numérica de tablas y fundamentalmente del texto, surgen una serie de dudas y dificultades, algunas factibles de aclarar, otras no. El mojón II se encuentra "frente" al punto 252b, que por pertenecer a la politriangulación por el río, tiene coordenadas Alexander. Queda indefinido el vínculo entre ambos puntos, situación que mejora en algo cuando en el principio del acta XVI, pág. 123, se expresa que entre el mojón y la estaca quedan 319,83 m, pero sin indicar la dirección.

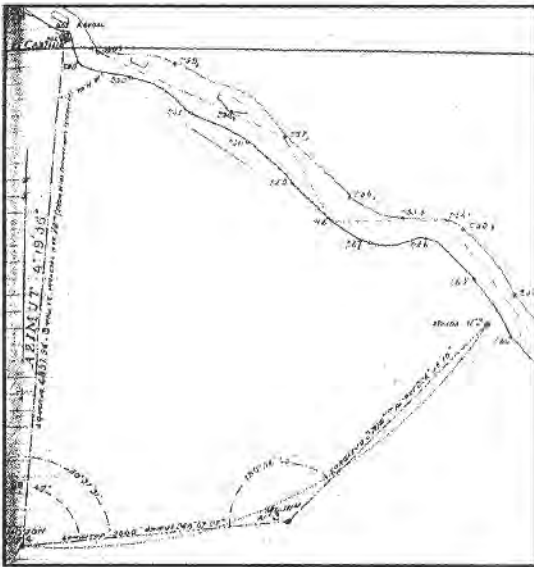


Figura 7. Detalle de croquis en "Actas Alexander", fotografiada y en disco compacto.

Antes de establecer estos vínculos, se intentó ajustar con ARGE el bucle abierto formado por la politriangulación por el río hasta el punto 254 en El Castillo, de ahí radialmente hasta el mojón IV, para continuar por la poligonal de frontera pasando por el mojón III y culminando en el mojón II. El resultado fue desconsolador, entre los dos puntos que se pretendía vincular, el mojón II y la estaca 252b, no se daba ni cerca la distancia de 319,83 m citada en el texto, sino que además el mojón II obtenía con este cálculo, controlado muchas veces,

coordenadas que discrepaban en cientos de metros de los valores contenidos en las tablas de las actas. Esta situación problemática se repitió en otras oportunidades, pero por ser la primera, y muy notoria, llevó a la aplicación de otras técnicas de control.

COMPROBACIÓN ESPECIAL DE DATOS NUMÉRICOS, ERRORES DETECTADOS

Teniendo en cuenta el evidente error interno de las actas detectado como se explicó en el punto anterior, faltaba lo más difícil, localizarlo. Sin tener los originales de las libretas de campo y sin poder repetir las mediciones es difícil, localizarlo cuando en un sistema de medición extendida se presentan dos o más errores, es casi imposible. Por eso se decidió recalcular a lo largo del San Juan pero sin considerar todos los puntos, utilizando aquéllos que están vinculados entre sí por lados de lo que hemos llamado una hiperpoligonal. Este control se hizo en primer lugar para el tramo 248 a 355, desde poco antes de Castillo Viejo hasta el Lago de Nicaragua, detectándose varias contradicciones internas. Como estos sorprendentes hallazgos hicieron temer que pudiera haber errores semejantes en los tramos anteriores del Río San Juan, se procedió a calcular la hiperpoligonal a lo largo de todo el trayecto, comprendiendo el subconjunto de vértices con categoría de hiperpuntos y las observaciones entre ellos. Éste se hizo directamente en una hoja de cálculo, en la que se presentan los errores como diferencias entre el valor asignado en las actas y el calculado. A lo largo de la hiperpoligonal, los "saltos" en las coordenadas se compensan en algunos casos y en otros se acumulan. Originados por diferencias notorias entre las coordenadas, producen finalmente diferencias de más de 50 m en Este y de más de 10 m en Norte. Este importante resultado del análisis de la hiperpoligonal por el Río San Juan permite confirmar la temida existencia de errores internos, propios de las actas, no debidos a problemas de legibilidad o lectura.

Una vez recalculados y graficados los numerosos datos depurados, se retomaron los cálculos en el bucle, y al contrario de lo esperado, los cálculos seguían sin cerrar. Este hecho originó una nueva investigación de los datos tabulados de los mojones, y se ubicó la fuente principal de error, una

permuta de los valores llamados en las actas coordenadas parciales, los incrementos en coordenadas. Además, existe una confusión respecto a las coordenadas del punto de referencia 248 y las del mojón II, lo cual repercute en todas las coordenadas posteriores, ya que cada par es calculado a partir del par de coordenadas anterior. Las diferencias entre valores corregidos y valores originales son de $-531,69$ en X y $531,69$ en Y, valores iguales en magnitud pero de signo contrario, debido al tipo de error cometido. Este error se propaga a todo lo largo de la poligonal fronteriza consignada en las "Actas Alexander", inclusive en el centro de la Bahía de Salinas. Por la gran trascendencia de estos resultados, nos adelantamos aquí a los análisis y conclusiones finales para afirmar que aunque la ubicación *relativa* de un hito principal respecto a otro hito principal es correcta, al ser errónea la ubicación *absoluta* en el plano Alexander, lo es también respecto a los restantes puntos, en concreto: *las coordenadas de los hitos principales tabuladas en las "Actas Alexander" son erróneas.*

EL MÉTODO DE "PIXELADO" PARA OBTENER COORDENADAS ALEXANDER

El método es muy simple y se basa en la proximidad de puntos con y sin coordenadas Alexander, estando los dos tipos en el mismo croquis. Como ejemplo analizaremos el caso del mojón XIII, cuyo croquis se encuentra a continuación.



Figura 8. Detalle de croquis en las proximidades del punto XIII: el método de "pixelado".

Siguiendo el orden natural de los procesos de medición por parte de la Comisión Alexander, al llegar a San Carlos las mediciones se bifurcan: por un lado continúa una poligonal por la orilla del lago y hacia el sur inicia una poligonal que llega hasta Los Chiles, y que corta la línea fronteriza entre los mojones XII y XIII, por lo cual se decide colocar un mojón en las proximidades del río Frío. Como la poligonal medida tenía como objetivo determinar las dos millas de distancia al lago, lo técnicamente correcto, evidente y sencillo de realizar, era ubicar un punto sobre un lado de la poligonal que cumpliera con esa condición, o establecer un vínculo métrico entre los puntos poligonales, que tienen coordenadas, y el punto en que se construyó el mojón. Pero nada de eso se encuentra en las actas, en el texto ni en las tablas de la poligonal, es increíble, ni siquiera en el croquis cuyo detalle se ve en la figura 8.

La metodología llamada aquí de "pixelado" consiste en abrir el archivo de la página en que se encuentra el croquis de interés en un programa gráfico que use un formato raster. Un recorte del sector de interés y un zoom que lleve la imagen a tener un tamaño adecuado en pantalla permiten ubicar el cursor sobre los puntos notables, en el sencillo ejemplo visto aquí los puntos poligonales 41 y 42, y el mojón XIII, incluyendo como control la intersección entre el lado de la poligonal y la línea limítrofe. Para cada punto se obtienen las coordenadas en el sistema de pixeles, y como hay puntos idénticos (41 y 42) graficados a partir de sus coordenadas Alexander, se definen dos posibles procedimientos para darles coordenadas a los puntos del croquis de los cuales no se tiene información métrica.

La primera opción es la de una transformación semejante, modalidad que en teoría es la más rigurosa, pero si se considera la baja calidad de los croquis, aunque son croquis a escala, es factible usar un método más rápido y suficientemente exacto.

Como el destino de los puntos es el gráfico realizado en DCAD en el plano Alexander y en escala 1:1, pueden aprovecharse las capacidades de dibujo del programa. Así, por ejemplo, teniendo las coordenadas "pixeladas" de los puntos 41 y 42, y al contar con sus coordenadas "Alexander", puede calcularse una relación de escalas local, que variará en cada caso. Con ella y las distancias "pixeladas"

de los puntos 41 y 42 al mojón XIII A, se pueden calcular los radios de las dos circunferencias en cuya intersección se ubicará el punto correspondiente al mojón. Sus coordenadas se leen directamente con la ayuda del programa DCAD.

Además de la intersección de circunferencias, que cuando son más de dos no se cortarían estrictamente en un punto, esta forma de obtener coordenadas utiliza también la prolongación de líneas rectas, el trazado de paralelas y otras herramientas del dibujo asistido por computadora.

APLICACIÓN DEL MÉTODO PARA LA TOMA DE DECISIONES EN CASOS CONFUSOS

La falta de datos numéricos relativos a los mojones auxiliares, la falta de vínculos entre puntos tabulados y no tabulados, la confusión en la nomenclatura de los puntos, las estaciones o mediciones astronómicas sin relación métrica con el resto de la estructura medida, las contradicciones y errores internos, y por fin, la crítica propagación de errores, conducen muchas veces a problemas de indeterminación en la información contenida en las actas. En muchos casos el método de "pixelado" permite obtener información adicional, que si bien no es muy exacta, en muchas ocasiones permite encontrar la o las fuentes de error.

La figura 9 es una fuerte reducción de la que muestra en las actas el camino a Sábalos, sobre el cual están los mojones XVIB y XVIC, citada para mostrar la aplicabilidad del método, inclusive cuando las distancias son grandes.

La poligonal que sale de Sábalos a orillas del Lago de Nicaragua recorre un camino en terreno llano. Después de la bifurcación que conduce a Liberia y a Cañitas, lo escarpado del terreno exige lados muy cortos en ambas poligonales, las que permitieron a la Comisión Alexander definir la ubicación de los mojones intermedios XVIB y XVIC. Puede asumirse que la línea que une los presuntos mojones, la que está más al sur, es la línea de frontera. Sin embargo, al graficar por primera vez los datos Alexander, distaba mucho más que en el gráfico de la o las líneas dadas por los mojones principales extremos, el XVI y el XVII. Con ayuda

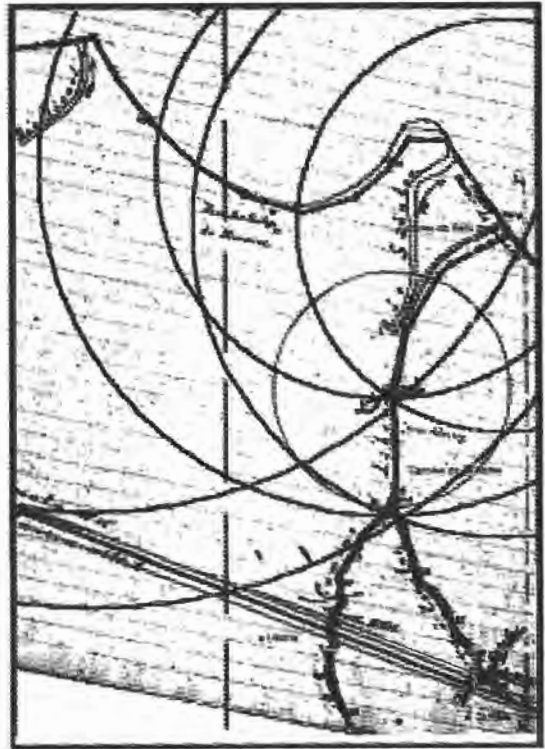


Figura 9. Aplicación del método de "pixelado" con distancias grandes.

del método de pixelado se lograron detectar varios errores en las actas, unos de carácter angular y otros de tipo lineal. Al recalculer el tramo, la línea se mantuvo paralela al trazado limítrofe, pero sin llegar a coincidir, debido a errores no detectables.

Antes de efectuar la corrección, los dos puntos del camino que se escogieron para efectuar el control caían fuera de la figura formada por los arcos de circunferencia con centro en puntos de referencia. A pesar de las grandes distancias y de la necesidad de rotación de la imagen, posteriormente a la corrección de los errores detectados en las actas, los puntos de la poligonal pasaron a tener una ubicación correcta. De esta forma, a pesar de tener como fuente de información numérica la de poligonales abiertas sin control, la buena representación gráfica en los croquis y el método empleado, permitieron efectuar controles que detectaron una importante cantidad de errores de cálculo, de transcripción o de lectura de las actas.

TRATADOS DE REFERENCIA

LUGAR	FECHA	DOCUMENTO	SITUACIÓN
Managua	06/07/1857	Tratado Cañas-Juárez	No ratificado
Rivas	08/12/1857	Tratado Cañas-Martínez	No ratificado
San José	15/04/1858	Tratado Cañas-Jerez	Ratificado
Granada	05/02/1883	Tratado Álvarez-Zambrana	No ratificado por CR
San José	19/01/1884	Tratado Navas-Castro	No ratificado por CR
Guatemala	24/12/1886	Convención Arbitral Román-Esquivel	Ratificada
Washington	22/03/1888	Laudó Cleveland	Tratado
Managua	23/12/1890	Tratado Guerra-Castro	No ratificado por CR
San Salvador	27/03/1896	Convención Matus-Pacheco	Ratificada
San Juan del Norte	30/09/1897	Laudó Alexander N° 1	En Libro de Actas
San Juan del Norte	20/12/1897	Laudó Alexander N° 2	En Libro de Actas
San Juan del Norte	22/03/1898	Laudó Alexander N° 3	En Libro de Actas
San Juan del Norte	26/07/1899	Laudó Alexander N° 4	En Libro de Actas
San Juan del Norte	26/07/1899	Award #4 (Laudó Alexander)	Publicado en inglés
Nueva York	10/03/1900	Laudó Alexander N° 5	En Libro de Actas