



Universidad Nacional
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Escuela de Matemática

*Etnomatemáticas de los Templos: una propuesta para
contextualizar la enseñanza de la geometría en la educación
secundaria en Costa Rica*

Trabajo Final de Graduación sometido a consideración del Tribunal Examinador como requisito parcial para optar por el grado de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática

Estudiantes:

Gerald Esteban Benavides Guido
Rosaura Chavarría Ramírez
Natalia Quesada López

Campus Omar Dengo
Heredia, 09 de julio de 2021

Este trabajo final de graduación ha sido aceptado y aprobado por el Tribunal Examinador de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional, como requisito parcial para optar al grado de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática.

M. Sc. Jesennia Chavarría Vásquez

Representante del Decanato

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



Lic. Alexander Hernández Quirós

Representante de la Dirección

Escuela de Matemática



Dra. María Elena Gavarrete Villaverde

Tutora



M. Sc. Margot Martínez Rodríguez

Asesora



M. Ed. Marcela García Borbón

Asesor(a)



Bach. Gerald Esteban Benavides Guido

Estudiante



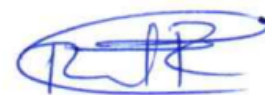
Bach. Natalia Quesada López

Estudiante



Bach. Rosaura Chavarría Ramírez

Estudiante



Agradecimientos y dedicatoria

Deseo agradecer primeramente a Dios por habernos permitido culminar con mucho éxito la etapa de licenciatura. A mis compañeras de seminario por su apoyo y tiempo compartido en la carrera. Un agradecimiento muy especial a nuestra tutora María Elena Gavarrete por apoyarnos siempre, motivarnos para la culminación de nuestros estudios y por todo el aprendizaje durante esta etapa. De igual manera, agradezco a nuestras asesoras Marcela García y Margot Martínez por todos sus aportes y el tiempo que nos dedicaron.

Gerald Benavides

Primeramente, agradezco a Dios por todas las bendiciones que me ha dado y permitirme terminar esta etapa. También agradezco a mi familia por el apoyo incondicional en todo momento, por siempre motivarme y alentarme a seguir adelante. Un fuerte reconocimiento a mis compañeros Gerald Benavides y Rosaura Chavarría y a las asesoras, María Elena Gavarrete, Margot Martínez y Marcela García, por acompañarme en este camino, por enseñarme, aconsejarme y alentarme en este trabajo que con gran esfuerzo y dedicación realizamos.

Natalia Quesada

Agradezco a Dios por permitirme culminar con éxito un proyecto que en principio parecía interminable. Además, doy un agradecimiento especial a nuestra tutora la Dra. María Elena Gavarrete Villaverde por su atención, tiempo y motivación durante todo el proceso de este trabajo. Asimismo, agradezco a nuestras asesoras M. Ed. Marcela García Borbón y M. Sc. Margot Martínez Rodríguez por el apoyo y los aportes brindados. También, agradezco a mis compañeros por el tiempo compartido y apoyo brindado durante el trabajo y la carrera. Y sobre todo agradezco a mi mamá y mi novio Nilson por siempre creer y confiar en mí. Por último, este trabajo lo dedico a mi padre José Fidel Chavarría Chavarría quien me mira desde el cielo y a mi bebé Isabella por ser mi principal motivación.

Rasura Chavarría

Tabla de contenidos

CAPÍTULO I PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Tema de investigación.....	8
1.2. Preguntas generadoras.....	9
1.3. Problema de investigación.....	9
1.4. Justificación.....	10
1.5. Objetivo General.....	13
1.6. Objetivos Específicos.....	13
1.7. Antecedentes.....	13

CAPÍTULO II FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1. Etnomatemática.....	19
2.2. Etnomodelación.....	25
2.2.1. El constructo émico de la etnomodelación.....	26
2.2.2. El constructo ético de la etnomodelación.....	27
2.3. Propuesta didáctica.....	28
2.4. Geometría.....	31

CAPÍTULO III FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS

3.1. Tipo de investigación.....	34
3.2. Aspectos éticos de la investigación.....	35
3.3. Aspectos técnicos de la investigación.....	35
3.3.1. Entrevista semiestructurada	36
3.3.2. Entrevista etnográfica	36
3.3.3. Observación no participante	37
3.3.4. Revisión bibliográfica.....	37
3.4. Diseño general del proceso de investigación.....	37
3.4.1. Esquema secuencial	38
3.4.2. Fuentes de información.....	39
3.4.2.1. <i>Templos católicos</i>	39
3.4.2.2. <i>Docentes de matemática</i>	40

3.4.2.3. <i>Personas expertas</i>	40
3.4.2.4. <i>Documentos sobre los tres templos</i>	40
3.4.7. Instrumentos de recolección de información	41
3.4.7.1. <i>Guía de entrevista semiestructurada</i>	41
3.4.7.2. <i>Guía de entrevista</i>	42
3.4.7.3. <i>Guía de observación</i>	42
3.4.7.4. <i>Ficha bibliográfica</i>	43
3.5. Categorías de análisis	43
3.6. Elementos para considerar en el análisis de la información	44
3.6.1. Análisis desde la perspectiva émica (desde adentro-local)	44
3.6.2. Análisis desde la perspectiva ética (desde afuera-global)	45
3.6.3. Criterios de validez de la investigación	47
3.7. Plan general de recolección y procesamiento de información	47

CAPÍTULO IV

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

4.1. Percepción docente respecto a incorporar los elementos arquitectónicos y estéticos de los templos para enseñar geometría	50
4.1.1. Relación.....	51
4.1.1.1. Relación percibida por los docentes de Heredia	51
4.1.1.2. Relación percibida por los docentes de San José	51
4.1.1.3. Relación percibida por los docentes de Cartago	52
4.1.2. Pertinencia	53
4.1.3. Momento	56
4.1.3.1. <i>Etapa formativa</i>	56
4.1.3.2. <i>Etapa de la clase</i>	56
4.1.3.3. <i>Ubicación en el plan de estudios</i>	57
4.1.4. Forma	58
4.1.4.1. <i>A través de los procesos matemáticos</i>	59
4.1.4.2. <i>A través de los ejes disciplinares</i>	61
4.2. Descripción de las características socio-históricas de tres templos patrimoniales, desde una perspectiva etnomatemática	64
4.2.1. Sustento etnográfico de esta investigación desde el trabajo de campo con comunidades	65
4.2.1.1. <i>Percepción de la importancia del Templo y conocimiento sobre él</i>	66

4.2.1.2. <i>Percepción de la riqueza arquitectónica del Templo</i>	69
4.2.1.3. <i>Percepción de la importancia de implicar el Templo en las clases de matemática</i>	72
4.2.2. Sustento etnográfico de esta investigación desde el estudio documental	76
4.2.2.1. Características socio-históricas del templo de San Rafael	76
4.2.2.2. Características socio-históricas del templo de Nuestra Señora de Las Mercedes	79
4.2.2.3. Características socio-históricas de la Basílica de Nuestra Señora de los Ángeles	81
4.3. Descripción de características arquitectónicas de los templos, desde una perspectiva etnomatemática, para incorporarlas en una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría	83
4.3.1. Conocimientos por nivel según templo observado.....	83
4.3.2. Elementos arquitectónicos para utilizar en la propuesta didáctica según los templos.	85
4.4. Elementos de índole etnomatemático y didáctico para generar actividades didácticas	88
4.4.1. Relación de los Programas de Estudio de Matemáticas y el Programa de Etnomatemática	88
4.4.2. Elementos de índole etnomatemático y didáctico para generar actividades didácticas para enseñar geometría.....	91
4.5. Propuesta didáctica a partir del análisis etnomatemático de los templos de Costa Rica para la enseñanza de la Geometría en Educación Secundaria	94
4.5.1. El diseño de la propuesta	94
4.5.2. Conformación de las partes de la propuesta.....	95
4.5.3. La propuesta didáctica	97
4.6. Valoración de la propuesta didáctica mediante el conocimiento y experiencia de docentes de matemática	126

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES, LIMITACIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones	128
5.2. Limitaciones	134
5.3. Recomendaciones	134

Referencias bibliográficas	136
---	------------

ANEXOS	139
---------------------	------------

A1. Glosario Partes de un Templo	140
---	------------

A2. Matriz de categorías prefijadas	143
--	------------

A3. Mapa de categorías.....	144
C1. Guía de entrevista etnográfica	145
C2. Guía de entrevista semiestructurada	146
C3. Consentimiento informado	151
C.4 Instrumento de observación de los Templos.....	153

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Etnomodelación como una intersección de tres campos de investigación.....	26
Figura 3.1: Propuesta de triangulación de la información émica.....	45
Figura 3.2: Propuesta de triangulación de la información ética.....	46
Figura 3.3: Relación que guardan los objetivos	49
Figura 4.1: Conocimientos identificados en las observaciones de los templos vinculados a las transformaciones en el plano del plan	84
Figura 4.2: Conocimientos identificados en las observaciones de los templos vinculados a polígonos del plan de estudios de décimo año.....	84
Figura 4.3: Conocimientos de visualización espacial de octavo año según lo observado para ser abordado en cada templo.	85
Figura 4.4: Potencial didáctico de cada elemento del templo de San Rafael para abordar los conocimientos de undécimo.....	86
Figura 4.5: Potencial didáctico de cada elemento del templo la Merced para abordar los conocimientos de octavo.	87
Figura 4.6: Potencial didáctico de cada elemento del templo de la Basílica de los Ángeles para abordar los conocimientos de décimo año.	87
Figura A1.1: Partes interiores de un templo.....	140
Figura A1.2: Púlpito de la Iglesia de la Inmaculada Concepción, Heredia	141
Figura A1.3: Pisos hidráulicos de la iglesia de San Rafael, Heredia	141
Figura A1.4: Interior de la iglesia de San Rafael, Heredia.....	141
Figura A1.5: Iglesia de San Rafael de Heredia	142

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1: Diferencias entre los enfoques émicos y éticos	28
Tabla 2.2: Organización de conocimientos y habilidades específicas por cada nivel, para la elaboración de la propuesta.....	32
Tabla 3.1: Esquema secuencial de las fases de la investigación	38
Tabla 3.2: Categorías de análisis prefijadas	43
Tabla 4.1: Número de docentes que reconoce elementos geométricos en los templos	52
Tabla 4.2: factibilidad, viabilidad e importancia de utilizar los elementos geométricos de los templos para enseñar geometría	53
Tabla 4.3: Conocimientos en el área de geometría.....	57
Tabla 4.4: Implicación de los elementos de los templos a través de los procesos matemáticos que los docentes reconocen	59
Tabla 4.5: Número de docentes que implicaría los elementos de los templos a través de los procesos matemáticos	61
Tabla 4.6: Implicación de los elementos de los templos a través de los ejes disciplinares	62
Tabla 4.7: Características socio-históricas de los tres templos desde la perspectiva émica elegidas por los investigadores	92
Tabla 4.8: Distribución de niveles y elementos con mayor potencial desde la perspectiva ética.....	93

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En este apartado se presenta el planteamiento general que da lugar al trabajo final de graduación, para obtener el grado de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional de Costa Rica.

Dicho trabajo se enmarca, a nivel global, en el Programa Internacional de Etnomatemática y a nivel local, está en consonancia con los Programas de Estudio de Matemáticas, aprobados en el año 2012 por el Ministerio de Educación de Costa Rica.

El objeto de estudio lo constituyen los templos de Costa Rica declarados patrimonio arquitectónico y se parte de una premisa que pretende poner en relieve el conocimiento matemático vinculado con las características arquitectónicas de los templos, y su potencial para generar actividades de aula que enriquezcan la enseñanza de la geometría, a partir de la Etnomatemática.

La Etnomatemática defiende los principios de equidad y justicia social (D'Ambrosio, 2008), es por esto, que este trabajo toma en consideración las múltiples voces de los distintos actores que participan en el proceso de investigación, tales como: docentes de matemáticas en formación (los mismos investigadores), docentes de matemáticas en ejercicio y miembros de las distintas comunidades de los templos que serán elegidos para realizar el trabajo.

A continuación, se enuncian de manera formal el tema de investigación y las preguntas generadoras que conducen al planteamiento del problema de investigación, la respectiva justificación y antecedentes que explican la delimitación del problema y los propósitos que guiarán el desarrollo de la investigación.

1.1. Tema de investigación

En este trabajo se estudiaron las características arquitectónicas de tres templos católicos declarados Patrimonio Arquitectónico de Costa Rica, con el fin de proponer actividades para la enseñanza de la geometría en educación secundaria, desde una perspectiva etnomatemática.

Los templos seleccionados son: el templo católico de San Rafael de Heredia, Nuestra Señora de la Merced y la Basílica de Nuestra Señora de los Ángeles.

1.2. Preguntas generadoras

Para abordar el tema de investigación se desprenden una serie de preguntas que orientaron el estudio, y que se enuncian a continuación.

- PG1: ¿Cuál es la percepción que tienen docentes de matemática respecto a incorporar el estudio de los templos para proponer actividades para la enseñanza de la geometría en educación secundaria, desde una perspectiva etnomatemática?
- PG2: ¿Cuáles son algunas características socio-históricas de los templos que pueden utilizarse en una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría en educación secundaria, desde una perspectiva etnomatemática?
- PG3: ¿Cuáles son algunas características arquitectónicas de los templos que pueden utilizarse en una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría en educación secundaria, desde una perspectiva etnomatemática?
- PG4: ¿Cuáles son los elementos de índole etnomatemático y didáctico que deben tomarse en cuenta para generar actividades didácticas para la enseñanza de la geometría?
- PG5: ¿Cómo generar una propuesta didáctica a partir del análisis etnomatemático de los templos de Costa Rica para la enseñanza de la Geometría en Educación Secundaria?
- PG6: ¿Cuál es la percepción de docentes de matemática respecto a una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría a partir del análisis etnomatemático de los templos?

Cada una de las preguntas anteriores será respondida a lo largo de la investigación, tomando en cuenta los aportes de los múltiples actores del proceso.

1.3. Problema de investigación

A partir de las reflexiones que suscita la problemática descrita, se genera la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo se puede desarrollar un análisis etnomatemático de templos de Costa Rica para el diseño de una propuesta didáctica que enriquezca la enseñanza de la Geometría en educación secundaria?

1.4. Justificación

El interés por investigar sobre los templos de Costa Rica, surge ante la motivación de indagar sobre los elementos del entorno que se puedan incorporar en la enseñanza de la geometría, y aportar al trabajo de aula de los docentes de matemática en consonancia con los requerimientos de los Programas de Estudio de Matemáticas del Ministerio de Educación Pública (MEP, 2012).

Dichos programas poseen un enfoque curricular en el que se busca mantener una relación entre la enseñanza de las matemáticas con el entorno real, físico, social y cultural, enfocándose en la resolución de problemas asociados al ámbito que les rodea; y, para lograrlo, el MEP (2012) propone cinco ejes disciplinares:

- La resolución de problemas como estrategia metodológica principal.
- La contextualización activa como un componente pedagógico especial.
- El uso inteligente y visionario de tecnologías digitales.
- La potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las matemáticas.
- El uso de la historia de las Matemáticas. (p. 17)

Cabe destacar que, según el MEP (2012), la contextualización tiene como elemento esencial la modelización, ya que pretende involucrar de manera activa al estudiante en el proceso de aprendizaje, de modo que construya o utilice modelos para relacionarlos con el propio contexto y así despertar su interés y participación.

En este sentido, modelizar los elementos de los templos de Costa Rica, desde la perspectiva etnomatemática, es una oportunidad para aprender de dicho proceso. Asimismo, se debe tener en cuenta que los Templos en Costa Rica se conciben en esta investigación como un *signo cultural* (Gavarrete, 2012), ya que son uno de los elementos más representativos de cada región del país, que otorgan identidad regional y constituyen “el más valioso resultado del esfuerzo comunal. Surgen del trabajo de todos y todas en turnos, bingos, rifas, carreras de cintas, topes, cabalgatas y subastas, (...). Genera sentido de identidad y sentimiento de pertenencia” (Rodríguez, 2008, p.1), a la vez que poseen potencial matemático para ser utilizado en el aula.

Por otra parte, los Programas de Estudio de Matemáticas se organizan en áreas matemáticas y habilidades. Una de las cinco áreas matemáticas planteadas es la Geometría, a la que se refiere como el “estudio de características de las figuras geométricas y relaciones entre ellas, la modelización geométrica y la visualización espacial” (MEP, 2012, p.21); además, se le considera

“como organizadora de los fenómenos del espacio y la forma, y en particular se ven los objetos geométricos como patrones o modelos de muchos fenómenos de lo real” (MEP, 2012, p.52); destacando la intención de relacionar la geometría con los entornos espaciales, a partir del estudio de objetos ideales y abstractos.

A partir de la perspectiva anterior, se considera relevante diseñar propuestas que permitan el abordaje de esta área temática desde el contexto sociocultural, aportando una guía útil para la práctica educativa; sin embargo, existen pocos trabajos de referencia que aludan a la Geometría con esta intención, tanto a nivel internacional como nacional.

Por ejemplo, Gutiérrez (1999), afirma que las investigaciones en geometría han sufrido durante muchos años el mismo olvido a nivel de enseñanza primaria y secundaria. En este sentido, se evidencia la necesidad de desarrollar investigaciones que aporten a la enseñanza de la geometría, en particular el desarrollo de propuestas que involucren la matemática del propio contexto, con el propósito de acercarla a la realidad inmediata del estudiante y, así, alcanzar un aprendizaje más significativo.

Gutiérrez (2002) menciona que existe escasa bibliografía a nivel de primaria y secundaria en lo que respecta a geometría, y que en términos generales se desconoce la metodología de la enseñanza de la Geometría.

Por su parte, Sawada (como se citó en Alsina, 2009), indica que, de acuerdo con los datos internacionales, hay una gran gama de recursos didácticos e investigaciones que involucran la enseñanza de la aritmética, álgebra y medidas, pero no de la geometría, probabilidad y estadística; parece ser que en geometría no hay relación entre las oportunidades de aprender y los resultados obtenidos.

En el marco de la Educación Matemática Costarricense se planteó, en el año 2015, el proyecto: Formación de docentes en la visión sociocultural de las matemáticas (PPAA0176-15), como una propuesta de trabajo colaborativo entre la Escuela de Matemática y la División de Educología de la Universidad Nacional.

Dicho proyecto plantea el desarrollo de actividades para la formación continua de docentes considerando el abordaje de la visión sociocultural de las matemáticas, a partir de la apropiación del conocimiento matemático del propio contexto, que conlleve a la construcción de recursos

didácticos contextualizados. Como parte de las actividades anexas al proyecto, se desarrolló un taller dirigido a docentes de secundaria, impartido por las profesoras a cargo del proyecto y uno de los autores de esta investigación, en el cual se evidenció la importancia sociocultural que tienen los templos para las comunidades y el potencial matemático que estos ofrecen. Cabe destacar que este taller constituye el primer antecedente del trabajo.

En esta investigación se parte de la premisa principal de que *es posible estudiar la geometría a partir de los Templos*, y particularmente, se han desarrollado otras premisas vinculadas a los diferentes ejes temáticos de la Geometría, y que se enuncian a continuación:

- Los vitrales pueden ser estudiados a través de la *geometría plana*, concretamente, a partir de su composición cartesiana; y si su forma es circular, se puede hacer un estudio de la *geometría analítica* o figuras curvilíneas.
- Las columnas, muros y paredes tanto del interior como del exterior del Templo pueden ser estudiados a través de la *geometría del espacio*, identificando poliedros elementales y cuerpos sólidos.
- Los mosaicos, los teselados de los suelos y los vitrales pueden ser estudiados a través de los movimientos geométricos en el plano como las *transformaciones geométricas e isométricas*.
- Las distancias, áreas, volúmenes, rectas, puntos de intersección, ángulos, entre otros de las diversas figuras de los Templos, pueden ser estudiados a través de la *geometría analítica*.

A partir de las ideas anteriores se destaca la diversidad de formas en que se puede abordar la enseñanza de la geometría a partir de un análisis potencial de los Templos.

1.5. Objetivo General

El objetivo principal de esta investigación consiste en: Desarrollar un análisis etnomatemático de templos de Costa Rica para el diseño de una propuesta didáctica para la enseñanza de la Geometría en educación secundaria.

1.6. Objetivos Específicos

Para alcanzar el objetivo general de la presente investigación, se plantearon los siguientes objetivos específicos:

- OE1: Conocer la percepción de docentes de matemática en ejercicio respecto a incorporar el estudio etnomatemático de los templos para la enseñanza de la geometría.
- OE2: Describir características socio-históricas de tres templos patrimoniales, desde una perspectiva etnomatemática, para incorporarlas en una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría.
- OE3: Describir características arquitectónicas de los templos, desde una perspectiva etnomatemática, para incorporarlas en una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría.
- OE4: Determinar los elementos de índole etnomatemático y didáctico que deben tomarse en cuenta para generar actividades didácticas para la enseñanza de la geometría.
- OE5: Diseñar una propuesta didáctica a partir del análisis etnomatemático de los templos de Costa Rica para la enseñanza de la Geometría en Educación Secundaria.
- OE6 Evaluar la propuesta didáctica, para la enseñanza de la geometría que incorpora un análisis etnomatemático de los templos, mediante el conocimiento y experiencia de docentes de matemática.

1.7. Antecedentes

Esta investigación alude características arquitectónicas de los templos, habilidades específicas de los Programas de Estudio de Matemáticas relacionadas con geometría y características socio-históricas que puedan incidir en potenciar la identidad local de las comunidades, a través de las etnomatemáticas.

Ante la motivación de indagar sobre los templos de Costa Rica y estudios relacionados con edificaciones donde se involucre la etnomatemática, se realizó una indagación en la literatura tanto nacional como internacional.

Como ya se mencionó, el primer antecedente de esta investigación lo constituye la experiencia obtenida por uno de los autores de esta investigación, en el desarrollo de talleres para la formación

de docentes, vinculados al estudio de los arcos de los templos; de donde se obtiene la primera referencia documentada a nivel nacional.

Martínez, Chavarría, García, Gavarrete y Benavides (2017), diseñaron e implementaron el taller “Geometría en los Templos de Costa Rica: sugerencias prácticas para abordar la Geometría Euclídea desde la Visión Sociocultural de las Matemáticas”, dirigido a docentes de secundaria en el marco del VI Encuentro Provincial de Educación Matemática.

El propósito del taller fue el uso de la visión sociocultural de las matemáticas en la construcción y verificación de propiedades geométricas, en este caso particular, a partir de las estructuras arquitectónicas de algunos templos en Costa Rica. Como principal resultado del taller, se esperaba que se diera la apropiación e integración del conocimiento geométrico por parte de los participantes, a partir de elementos del propio contexto.

Este taller constituye un fundamento empírico y exhibe la viabilidad de desarrollar actividades con base en elementos arquitectónicos de los templos, puesto que coincide con los fines de este trabajo, además, muestra que estos elementos tienen un gran potencial matemático que se puede aprovechar en las aulas. De forma que, al implementar la modelación como elemento principal en la contextualización activa en las clases de matemática, se fortalezca la práctica docente desde una perspectiva social y cultural (MEP, 2012).

Por otra parte, de acuerdo con la revisión bibliográfica elaborada, a nivel nacional, se destaca el trabajo de Bonilla (2017), quien realizó un estudio, desde la perspectiva artística, de las obras de arte que se encuentran en el soporte de los vitrales pertenecientes a los edificios de la Arquidiócesis de San José en Costa Rica, con el fin de poner en evidencia la existencia de la cultura eclesiástica y la importancia del vitral como patrimonio de la iglesia. En esta investigación se explora el acervo artístico de los vitrales, los cuales, según el autor, cumplen funciones como componente arquitectónico, de ornamentación y embellecimiento.

Dicho autor clasifica los vitrales por temáticas, procedencia, casas fabricantes, donantes y cantidad de vitrales según la iglesia, incluida su distribución territorial, lo que facilita información para trabajos relacionados con este tipo de edificaciones y el análisis sobre los aspectos culturales que se refieren a los templos de Costa Rica.

A partir de la indagación realizada en las bibliotecas estatales y en las bases de datos de estas, es posible afirmar que en Costa Rica no existe una investigación que aborde la perspectiva matemática de los templos. Además, aparte de los que ya han sido señalados, no se encontraron más estudios realizados en el país que involucren los templos o construcciones y que sirvan para guiar el desarrollo del presente estudio.

Por otra parte, a nivel internacional existe gran variedad y cantidad de estudios enmarcados en el Programa de Etnomatemática, se realizó una revisión exhaustiva con la finalidad de elegir los trabajos que contribuyeran a orientar la presente investigación, de los cuales seguidamente se presenta una reseña.

En Indonesia, Albertí (2007), realizó una investigación que se basó en la identificación de matemáticas presentes en la ornamentación arquitectónica Toraja de la isla de Sulawesi. Para ello utilizaron la Interpretación Matemática Situada (IMS), la cual, según el autor, se construye sobre una estructuración de la práctica en obra-acabada (el producto), obra-en-curso (proceso de elaboración) y obra-explicada (propósito y justificaciones de los autores); y resulta útil para dar un acercamiento con aspectos matemáticos, es decir, relacionar lo observado con conceptos matemáticos (modelación matemática), al plantear actividades de enseñanza-aprendizaje en las que las matemáticas se relacionen con fenómenos reales.

Este método para identificar matemáticas sirve como referente metodológico para esta investigación, dado que se pretende implicar los elementos arquitectónicos de los templos en la enseñanza de la geometría, pero antes de ello es necesario identificar cuáles elementos tienen potencial matemático.

Por otra parte, en Venezuela, Lira e Iglesias (2015), desarrollaron una investigación orientada a encontrar y develar la matemática presente en la construcción de casas de bahareque, elaboradas por los habitantes del Valle de San Isidro con elementos encontrados en el entorno, donde los autores de la investigación interpretaron ideas matemáticas halladas en las construcciones de las viviendas. Es importante recalcar que esta investigación se ubicó en el ámbito de la etnomatemática por lo que se intentó conocer el significado de las acciones de las personas cuando intentan identificar las matemáticas interiorizadas en esas actividades, utilizando la etnomatemática descriptiva y la etnomatemática matematizadora como vías de interpretación.

En cuanto a la metodología, Lira e Iglesias (2015) emplearon diversas técnicas de recolección de información, como las observaciones participantes y no participantes, conversatorios, participación en actividades, estudio de producciones y actividades, para lo cual utilizaron cuaderno de notas, fotos, grabaciones de audio y video a manera de instrumentos. Además, usaron como técnicas de análisis el registro de datos, la triangulación de datos y la interpretación. Este estudio sirve de referencia metodológica dado que la investigación propuesta es de carácter descriptivo interpretativo y tiene que ver con la construcción de estructuras arquitectónicas.

En Colombia, De la Hoz, Trujillo y Tun (2017), realizaron una investigación enfocada en las ideas matemáticas y geométricas utilizadas por la comunidad Arhuaca para la construcción de su vivienda tradicional. El objetivo de los autores fue mostrar algunos elementos teóricos y prácticos de la geometría, así como su aplicación tanto para el diseño como para la construcción de la vivienda. La metodología aplicada fue etnografía vivencialista-experencialista. Entre las conclusiones obtuvieron que, aunque la geometría no forma parte del currículo escolar de esta comunidad, sí es utilizada de forma implícita en la construcción de la vivienda y este conocimiento empírico se hereda a las nuevas generaciones.

El trabajo mencionado es relevante dado que contribuye a orientar las ideas de referencia, tanto desde la perspectiva teórica, como desde la perspectiva metodológica, ya que los autores realizan un análisis etnomatemático desde la experiencia local.

A continuación, se reseñan dos investigaciones desarrolladas en Estados Unidos y Brasil, las cuales exponen un enfoque teórico y metodológico similar, a partir del análisis etnomatemático que se obtiene de la conjunción de los componentes émico (a partir de categorías internas) y ético (a partir de categorías externas) del objeto de estudio.

Rosa y Orey (2012) realizaron en Estados Unidos un trabajo con interpretaciones émicas y éticas, en el cual tuvieron como objetivo conectar aspectos culturales de las prácticas matemáticas desarrolladas en la construcción de las casas del pueblo indígena norteamericano Sioux Tipi, con aspectos académicos; esto con la finalidad de implementar la etnomodelación en la construcción de la cabaña Tipi.

La interpretación émica de los autores toma en cuenta las propias prácticas matemáticas de la cultura, en particular, tomando una postura interna, única y analítica en busca de la comprensión, de cómo los miembros de la cultura entienden sus expresiones culturales.

La interpretación ética de dicho trabajo se realizó mediante categorías desarrolladas por los investigadores, es decir, mediante la visión externa con una perspectiva transcultural, comparativa y descriptiva.

En esta investigación, además, los autores introdujeron una tercera categoría de interpretación: la dialéctica, en la cual las perspectivas émicas y éticas se complementan, refiriendo que la parte émica ayuda al desarrollo de la parte ética; y que ambos componentes pueden fomentar en los docentes el análisis crítico de los diversos medios de conocimiento y de diversas formas de aprendizaje; que está en coherencia con el perfil cultural de los estudiantes, pretendiendo formarlos como ciudadanos productivos tanto a nivel local, como global.

En Brasil, años más tarde, Orey y Rosa (2015) desarrollaron un estudio con el objetivo de evidenciar cómo combinar los enfoques émico (local), ético (global) y dialógico (glocal), en una propuesta de análisis etnomatemático al que denominan “etnomodelación”, cuyo objeto de estudio se enfocó en la etnomodelación del tejado (techo) de Gable.

En la parte émica los autores, mencionan como los contratistas realizan la construcción de los techos inclinados, que son los más usados; calculando las pendientes de las vigas de madera y formando triángulos, ya que estos son más estables, rígidos y sin movilidad.

En la parte ética, los investigadores describen este trabajo usando el teorema de Pitágoras. Sin embargo, no dejan de lado la relación dialógica, es decir, la relación entre el enfoque émico y ético, ya que recalcan el esfuerzo de los contratistas por comparar, interpretar y explicar el conocimiento matemático que observan y aplican, pero esto no impide el uso del Teorema de Pitágoras. Por último, mencionan, cómo se han extinguido las prácticas matemáticas antiguas y locales, debido al conocimiento ético y a las tecnologías.

De este trabajo elaborado en Brasil, los autores concluyen que es esencial tomar en cuenta los elementos émicos, éticos y dialógicos en el diseño de herramientas pedagógicas integradoras, participativas, relevantes, en las que se hace uso de un sujeto o una comunidad como objeto de aprendizaje.

Las investigaciones de Rosa y Orey (2012); Orey y Rosa (2015) contribuyen ampliamente a orientar la perspectiva metodológica de este trabajo, ya que se desarrollan en el ámbito de la

etnomatemática y realizan un análisis etnomatemático de elementos arquitectónicos, al cual llaman *etnomodelación*, y a su vez en dicho análisis consideran las perspectivas émicas y éticas.

Después de la revisión de los antecedentes, para esta investigación se ha seleccionado el abordaje del análisis etnomatemático bajo la noción de etnomodelación, a partir de las ideas expuestas, en particular, las de Rosa y Orey, pero adaptándolo a las condiciones propias de este trabajo.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Esta investigación se enmarca en el Programa de Etnomatemática y posee como principales referentes teóricos a los autores Ubiratan D’Ambrosio (2007, 2008, 2013), Alan Bishop (1988, 1999, 2000), Ma. Elena Gavarrete (2012), quienes aportan un marco general para abordar el estudio de signos culturales y sobre la etnomatemática. El referente metodológico sobre etnomodelación está guiado a partir de los trabajos desarrollados por Milton Rosa y Daniel Orey (2010a, 2010b, 2012, 2015).

2.1.Etnomatemática

El principal pionero de la etnomatemática es el profesor Ubiratan D’Ambrosio, quien desarrolló investigaciones etnográficas y las relacionó con la Educación Matemática. El Programa de Etnomatemática es un programa de investigación para la acción pedagógica, referente a las prácticas de los individuos, de cómo generan, organizan, transmiten y difunden el conocimiento. Además, es un programa para la acción pedagógica que involucra las distintas formas de conocer (Gavarrete, 2012).

Las primeras investigaciones en Etnomatemática comienzan a difundirse a partir del Quinto Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME5), celebrado en Australia en 1984, y es cuando se institucionaliza el término “Etnomatemática” acuñado por el profesor Ubiratan D’Ambrosio (Gavarrete, 2012).

La Etnomatemática, para D’Ambrosio, “no significa el estudio de las ‘matemáticas de las diversas etnias’, por lo cual plantea que la esencia del Programa de Etnomatemática es el estudio de las distintas formas de conocer” (Gavarrete, 2012, p. 58).

La Etnomatemática es una palabra construida a partir de tres raíces etimológicas, tal como lo describe D’Ambrosio (2007):

Para componer la palabra “etno-matema-tica” utilicé las raíces ‘tica’, ‘matema’ y ‘etno’ para referirme a que hay varias maneras, técnicas, habilidades (ticas) de explicar, de entender, de tratar y de convivir con (matema) distintos contextos naturales y socioeconómicos de la realidad (etnos) (p. 97).

El prefijo “etno” se refiere a ambientes sociales, culturales, naturales, “matema” quiere decir explicar, entender, enseñar, manejarse y, “tica” corresponde a las artes, técnicas o maneras; por lo cual Blanco (2008) la enuncia como “las artes, técnicas de explicar, de entender, lidiar con el ambiente social, cultural y natural” (p. 22). Por su parte, Bishop (2000) afirma que “la etnomatemática se refiere tanto al estudio de las relaciones entre las matemáticas y la cultura como a las prácticas matemáticas concretas que se llevan a cabo dentro de las comunidades donde se halla ubicada la escuela” (p. 40).

En el marco de esta investigación, la Etnomatemática se concibe como: “la matemática practicada por distintos grupos culturales, tales como comunidades urbanas y rurales, grupos de trabajadores, grupos de profesionales, niños de cierta edad, sociedades indígenas y otros que se identifican por objetivos o tradiciones comunes” (D’Ambrosio, 2008, p. 9).

Además, esta investigación, al igual que la de Gavarrete (2012), concibe la Etnomatemática como una vertiente de la Didáctica de la Matemática que estudia:

La manera de conocer de un grupo cultural, regido por una tradición mítica y cosmogónica, que define sus comportamientos a partir de la manera de percibir e interpretar el mundo y las relaciones tangibles e intangibles de los elementos del mundo (p. 58).

Como bien se sabe, el objetivo principal de la Didáctica de la Matemática es mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. Según Gutiérrez (1991), el objetivo básico de la investigación en Didáctica es “conocer los procesos de aprendizaje de los estudiantes, con el fin de poder ofrecer a los profesores propuestas con las que hacer su actividad en las aulas más efectiva” (p. 182).

Este trabajo está enmarcado en la Etnomatemática como vertiente de la Didáctica de la Matemática, y parte de las acciones a desarrollar están vinculadas con conocer la percepción de los docentes sobre la pertinencia, la forma y el momento de incorporar el estudio etnomatemático de los templos para la enseñanza de la Geometría.

Según Ubiratan D'Ambrosio, la Etnomatemática es una forma de hacer Educación Matemática, en la cual lo que se pretende es traer la cultura al aula y hacer Matemática usando el entorno, permitiéndole así al estudiante aprender matemática con sus propias experiencias e intereses (Blanco, 2008). Por lo tanto, la Etnomatemática representa una respuesta a los problemas del componente cultural de la educación, ya que, cuando la Educación Matemática está aislada del mundo exterior, la Etnomatemática se encarga de traer al aula los aspectos culturales y sociales.

Utilizar juegos, cine, fotos, periódicos, entre otros, para estudiar en ellos componentes matemáticos y relacionarlos con lo que el estudiante vive día a día, es una forma de vincular la Educación Matemática con los distintos ambientes culturales (Blanco, 2008).

Con respecto al trabajo docente, Gavarrete y Albanese (2015), afirman que los maestros pueden desarrollar habilidades para poder resolver problemas de aula a partir de signos culturales coherentes con la realidad temporal y del entorno.

La Educación Matemática, además de desarrollar capacidades matemáticas, puede favorecer la conciencia y la autoestima cultural desde una visión Etnomatemática (Oliveras y Gavarrete, 2012). La Educación Matemática en Costa Rica tiene, entre sus objetivos, desarrollar precisamente lo que mencionan las autoras, es decir, relacionar los conceptos matemáticos con el entorno sociocultural e implementar esta actividad como uno de los cinco ejes disciplinares propuestos por el MEP (2012), en los Programas de Estudio de Matemáticas.

Según Bishop (2000), la Educación Matemática puede definirse como “el conjunto de relaciones entre una triada de grupos de constructos que incluyen el contenido matemático, el profesorado de matemáticas y el alumnado de matemáticas” (p. 36).

- El contenido matemático lo describe como el espacio de conocimiento o entorno, en el que los estudiantes y el profesor de matemáticas desarrollan e intercambian sus ideas.
- El profesorado de matemáticas se refiere tanto al profesor como al enfoque didáctico.
- El alumnado de matemáticas se refiere tanto al estudiante como al aprendizaje.

Los tres grupos son de gran importancia en la Educación Matemática, ya que los tres interactúan y forman parte de un contexto lingüístico, social, histórico y cultural concreto, y a su vez constituyen los focos temáticos de investigación en Educación Matemática (Bishop, 2000).

Además, Bishop (2000), menciona que la Educación Matemática tiene como reto llegar a superar las consecuencias negativas que surgen por el desvínculo que hay entre lo que los estudiantes aprenden en la escuela y lo que aprenden fuera de ella.

Gavarrete y Albanese (2015), definen *signo cultural* como “cualquier rasgo o elemento de una cultura, tangible o intangible, que tenga algún potencial matemático para aprovechar en las aulas escolares” (p. 302). En este sentido, el planteamiento de esta investigación enfoca los templos de Costa Rica como signo cultural, ya que, como se mencionó en el Capítulo 1, son uno de los elementos más representativos de cada región de Costa Rica; y se pretende que los docentes desarrollen habilidades para poder resolver problemas de aula coherentes con la realidad temporal y del entorno.

Según Gavarrete (2012), el análisis etnomatemático de un signo cultural llega a originar un proceso de Enculturación Matemática, dicho proceso es primordial para generar reflexiones sobre la labor docente y cómo esta puede motivar la innovación pedagógica. Así mismo, para la autora:

El proceso de enculturación se puede asociar al de entrar en una cultura o enraizar en una cultura, mediante el ejemplo, el trabajo en cooperación, las interacciones sociales o el discurso compartido, donde la enculturación matemática es una parte de la enculturación natural y es un proceso continuo desde el saber del grupo cultural del aprendiz hasta el saber normado o escolar (Gavarrete, 2012, p. 302).

Según Bishop (1988, p. 124) este proceso de enculturación matemática resulta de seis tipos de actividades relacionadas con el entorno, en las que todos los grupos culturales participan y que por lo tanto son universales, estas actividades son:

- Contar: se refiere a los sistemas de contar que emplean los distintos grupos sociales, los cuales tienen diferentes bases de numeración; dentro de esta categoría, también se encuentran los métodos de simbolización de tales números, las frases numéricas y los materiales empleados para representar números. Claramente es una actividad que va de la mano con las necesidades vinculadas con el entorno y está sujeta a diversas presiones sociales (Bishop, 1999).
- Localizar: es una actividad universal que surge a raíz de demostrar la importancia del entorno espacial para el desarrollo de las ideas matemáticas, en donde se realiza la

codificación y simbolización del entorno espacial; entre las nociones que se trabajan y desarrollan se tienen las nociones geométricas (dirección, orden, finitud, lateralidad, métrica, dimensión, etc.) (Bishop, 1999).

- Medir: surge por la necesidad de comparar dos o más cosas, es decir, se ocupa de comparar, ordenar y cuantificar cualidades, en donde el entorno inmediato es el que dará las pautas para proporcionar las cualidades a medir (longitud, área o superficie, volumen, peso, tiempo, etc.) con las correspondientes unidades de medida (Bishop, 1999).
- Diseñar: el principal objetivo de esta actividad es conocer la tecnología, los objetos y los artefactos que puede diseñar el hombre para la vida doméstica; implica abstraer una forma del entorno natural para darle una forma sintética, transformarlo en otra cosa, el hombre le impone una estructura particular a la naturaleza (Bishop, 1999).
- Jugar: es una actividad que se produce en el contexto de un juego, tiene gran cantidad de procedimientos matemáticos, los cuales se consideran importantes para el estudio ya que, para llevarlos a cabo, se tienen reglas que guiarán los procedimientos a seguir en los juegos (Bishop, 1999).
- Explicar: es la actividad que permite exponer relaciones existentes entre unos fenómenos y la búsqueda de una teoría aclarativa; la representación de similitudes es lo que se destaca en esa actividad, ya que el hombre va buscando algo que lo lleve a comprender y entender los fenómenos que hay a su alrededor (Bishop, 1999).

Asimismo, Bishop (1988) afirma que es posible remodelar el currículo educativo de matemáticas en términos de estas seis actividades y así hacer posible para los profesores de matemáticas de cualquier lugar relacionar una cultura particular de determinados estudiantes con otra cultura. En este sentido, incorporar algunas de estas actividades en esta propuesta, es una forma de garantizar que la misma sea replicable en cualquier región del país, asociada al templo de la comunidad.

Desde el Programa de Etnomatemática se fomenta una metodología para el análisis de los procesos que transmiten, difunden e institucionalizan los conocimientos matemáticos que se originan a partir de grupos culturales diferenciados (Rosa, Orey y Gavarrete, 2017), así como de los contextos diversos a través de la historia.

También, desde el Programa de Etnomatemática, se caracterizan seis dimensiones que lo integran: dimensión conceptual, dimensión histórica, dimensión cognitiva, dimensión epistemológica, dimensión política y dimensión educativa (D'Ambrosio, 2013). Rosa, Orey y Gavarrete (2017) mencionan que “Estas dimensiones están relacionadas entre sí y sus objetivos permiten analizar las raíces socioculturales del conocimiento matemático” (p. 72).

A continuación, se hará una breve descripción de estas dimensiones:

- La *dimensión cognitiva*: se refiere a características de los seres humanos, de cómo con el pasar del tiempo adquieren, acumulan y distribuyen el conocimiento matemático; entendiendo los procesos matemáticos que realizan como fenómenos sociales, culturales y/o antropológicos (Rosa et al., 2017).
- La *dimensión conceptual*: tiene que ver con los procedimientos, prácticas, métodos y teorías que los miembros de grupos culturales diferenciados utilizan para el desarrollo del conocimiento esencial y procesos de toma de decisiones (Rosa et al., 2017). D'Ambrosio (2013), menciona que “El cúmulo de conocimientos compartidos por los individuos de un grupo tiene como consecuencia compatibilizar el comportamiento de esos individuos y, acumulados, esos conocimientos compartidos y comportamientos compatibilizados constituyen la cultura de un grupo” (p. 36).
- La *dimensión educativa*: promueve el fortalecimiento del conocimiento académico por parte de los estudiantes, pero va más allá, ya que incorpora los valores humanos tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de las matemáticas, con el fin de humanizarlo y traerlo a la vida (Rosa et al., 2017), donde se incorpore la matemática del momento cultural, contextualizada, a la educación y por tanto despierte el interés de niños, jóvenes y adultos (D'Ambrosio, 2013).
- La *dimensión epistemológica*: según Rosa et al. (2017), esta dimensión “se refiere a los sistemas de conocimiento que son diversos conjuntos de observaciones empíricas desarrolladas para que podamos entender, comprender, explicar y tratar con la realidad” (p. 73).
- La *dimensión histórica*: estudia los vínculos entre la historia de las matemáticas y la realidad de los estudiantes, para que estos sean capaces de entender la evolución de las

distintas contribuciones realizadas por otras culturas al desarrollo continuo del conocimiento matemático. El conocimiento se construye a partir de las diversas interpretaciones con las que la humanidad ha analizado y explicado los fenómenos matemáticos a lo largo de la historia (Rosa et al., 2017).

- La *dimensión política*: esta dimensión tiene como objetivo desarrollar acciones políticas que guían a los estudiantes en los procesos de transición de la subordinación para la autonomía, con el fin de orientarlos hacia un orden más amplio de sus derechos como ciudadanos (Rosa et al., 2017).

Según Gavarrete (2012), es importante conocer sobre las seis dimensiones, ya que son el núcleo del Programa de Etnomatemáticas y permiten caracterizarlo.

2.2.Etnomodelación

Rosa y Orey (2010a, 2010b) proponen la etnomodelación como una herramienta para la acción pedagógica la cual, desde su perspectiva, es el enfoque pedagógico que enlaza los aspectos culturales de las matemáticas con sus aspectos académicos, permitiendo involucrar las matemáticas -como una expresión de la cultura y su relación con el pensamiento matemático- para que éstas sean parte de la realidad de los estudiantes.

También, mencionan que para el currículo escolar es necesario llevar a cabo el modelado, porque induce a los estudiantes al análisis de la conexión entre las situaciones reales de su cotidianidad y las matemáticas que se estudian.

Según este contexto, la etnomodelación es la intersección de la antropología cultural, la etnomatemática y la modelación matemática, y se ha demostrado que los estudiantes aprenden a encontrar y trabajar situaciones reales y problemas de la vida real (Rosa y Orey, 2010a). La Figura 2.1 muestra la etnomodelación como una intersección de tres campos de investigación.

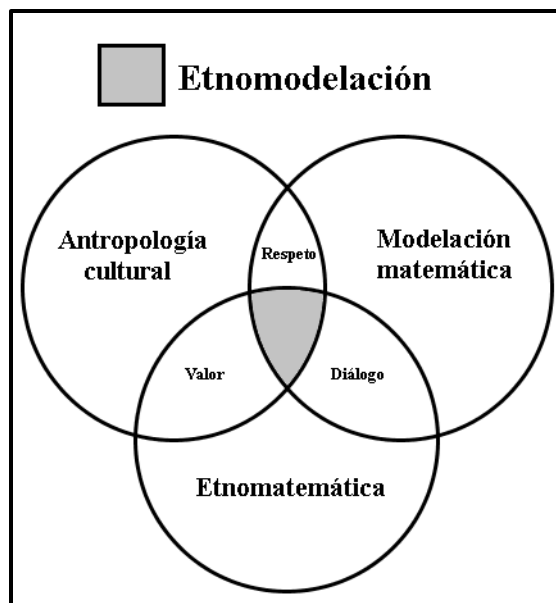


Figura 2.1: Etnomodelación como una intersección de tres campos de investigación.
Nota: Adaptación de Rosa y Orey (2010b, p. 60).

La interrelación entre estas tres áreas de investigación desencadena el proceso de desarrollo de la etnomodelación. Sin embargo, este proceso sólo será positivo cuando los sistemas de conocimiento de los grupos culturales no son idealizados por la mirada de investigadores y educadores (Rosa y Orey, 2012).

Orey y Rosa (2015) mencionan que, para hacer un uso efectivo de la etnomatemática, se debe utilizar el modelado para establecer relaciones entre los marcos conceptuales locales (émica) y las matemáticas integradas en relación con los diseños locales. Ya que muy a menudo, los diseños locales son analizados e interpretados desde una perspectiva occidental (ética).

2.2.1. El constructo émico de la etnomodelación

Según Orey y Rosa (2015), el enfoque émico es la visión desde adentro, las construcciones émicas se consideran descripciones y análisis de ideas, conceptos, procedimientos y prácticas matemáticas expresados en términos de esquemas conceptuales y categorías consideradas significativas y apropiadas por la comunidad de observadores científicos, investigadores e investigadoras e investigadoras. Asimismo, Rosa y Orey (2012), mencionan que el enfoque émico busca comprender cierta cultura basada en los referentes de ella misma.

En este sentido, para efectos de esta investigación, el enfoque émico se estudió desde el contexto socio-histórico y el entorno cultural de los templos. Se entenderá por templo a todo edificio o construcción arquitectónica donde se desarrollan diferentes tipos de ceremonias.

Asimismo, como se mencionó en el Capítulo 1, los templos en Costa Rica juegan un papel primordial dado que, en la gran mayoría de los pueblos costarricenses, no puede faltar un templo católico, una escuela, una pulpería y una plaza de deportes, esto causa que estos lugares sean simbólicos para la cultura costarricense, ya que son uno de los elementos más representativos de cada región del país.

La colección de libros del escritor Camilo Rodríguez, en la que presenta un catálogo amplio de fotografías de alrededor 3600 iglesias católicas de Costa Rica, dan cuenta de la gran variedad de templos que se pueden observar. Rodríguez (2008) menciona diferentes razones para considerar los templos como elementos importantes en los pueblos de Costa Rica, por ejemplo:

- Por ser el símbolo del pueblo, genera sentido de identidad, sentimiento de pertenencia.
- La mayoría de las personas sin importar la religión ven los templos como símbolos de la comunidad.
- En los pueblos se toma como punto de referencia los templos.

El análisis émico que se desarrolló en este trabajo, aborda la historia de los templos desde diversas fuentes de búsqueda, tales como investigaciones o documentos de carácter histórico, relacionadas con los templos o con sus comunidades. Razón por la cual, en el trabajo de campo etnográfico se contempla la identificación y entrevista de personas expertas, consideradas representativas de las comunidades en las que se encuentren los templos o, personas que, aunque no sean de la comunidad, conozcan sobre la historia y características de los Templos.

2.2.2. El constructo ético de la etnomodelación

Según Orey y Rosa (2015), el enfoque ético es la visión de los investigadores desde afuera, con una postura comparativa y descriptiva, una construcción ética es precisa, lógica, completa, replicable e incluye un elemento independiente del observador-investigador. Asimismo, Rosa y Orey (2012), mencionan que el enfoque ético se refiere a una interpretación de aspectos de otra cultura a partir de las categorías de aquellos que la observan, es decir, de los propios investigadores e investigadoras.

En este sentido, el enfoque ético, para efectos de esta investigación, se incorpora desde la observación de los elementos arquitectónicos de los templos, asociados con las habilidades específicas que propone el MEP (2012) en los Programas de Estudio de Matemáticas, particularmente las habilidades del área de geometría de tercer ciclo y ciclo diversificado.

Según Rosa y Orey (2012, 2017), los grupos diferenciados deben observarse primero a partir del enfoque émico, ya que el enfoque ético es inevitable y necesario, pero antes de eso, se debe comprender cómo los miembros de ese grupo cultural entienden sus propias manifestaciones culturales. Los autores mencionan que en el enfoque émico se requiere un esfuerzo mayor que en el enfoque ético, dado que equivale a ver el mundo con los ojos del otro.

La Tabla 2.1 expone un resumen con las diferencias entre los enfoques émicos y éticos.

Tabla 2.1

Diferencias entre los enfoques émicos y éticos

Enfoque émico	Enfoque ético
Perspectiva de los nativos (internos)	Perspectiva de los observadores (externos)
Visión local (interna)	Visión general (externa)
Traducción prescriptiva Cultural	Traducción descriptiva Analítica
Estructuras mentales	Estructuras de comportamiento
Transcripción cultural	Transcripción académica

Nota: Adaptación de Rosa y Orey (2012, p. 887)

La presente investigación implementa la etnomodelación para realizar análisis etnomatemáticos, ya que este incluye el análisis, tanto desde la perspectiva émica como de la ética, y estos insumos aportan orientaciones para el diseño de una propuesta didáctica que contribuya a enriquecer el proceso de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.

2.3.Propuesta didáctica

Uno de los objetivos de la presente investigación es reunir la información obtenida a partir del análisis de los templos de Costa Rica, desde la perspectiva etnomatemática, en una propuesta didáctica que fortalezca o contribuya al proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática desde la contextualización activa. Para ello, es necesario conceptualizar lo que se entiende por propuesta didáctica y lo que pretende contemplar.

Márquez, López y Pichardo (2008) describen propuesta didáctica como la elaboración de Módulos Integrales de Aprendizaje (MIA) los cuales consisten en la construcción de prácticas educativas innovadoras, para el abordaje de los contenidos con un énfasis lúdico que incorpore las TIC, y de esta forma el estudiante se vea motivado.

Además, Márquez et al. (2008) proponen que para llevar a cabo una propuesta didáctica como la que ellos describen se debe considerar lo siguiente:

- Identificar el tema de estudio.
- Definir los propósitos de aprendizaje que se pretende lograr.
- Diseñar las estrategias para el logro del aprendizaje y definir las tanto en estrategias de evaluación como de autoevaluación.
- Desarrollar recursos didácticos, comunicativos y tecnológicos apoyados en lenguaje escrito y audiovisual, vinculando conceptos, ejercicios y autoevaluaciones.

En síntesis, los autores plantean una propuesta que permita la interacción entre el docente y el estudiante, incentivando la innovación para un aprendizaje colectivo. En este sentido, se propondrán actividades donde se incluya el uso de la tecnología, de manera que la experiencia de aprendizaje sea más motivadora para los estudiantes.

En esta investigación se desarrolló una propuesta didáctica en consonancia con el Programa Internacional de Etnomatemáticas y con los Programas de Estudio de Matemáticas propuestos por el MEP (2012), teniendo en cuenta que dichos programas proponen mantener una relación de la enseñanza de las matemáticas con el entorno real, físico, social y cultural. Esta propuesta, a la vez, se enfoca en la resolución de problemas asociados al ámbito que rodea a los estudiantes, a través de la contextualización activa, el cual es uno de los cinco ejes disciplinares de los programas del MEP y que ya se mencionaron, pero que ahora se explican:

- La resolución de problemas como estrategia metodológica principal: Se asocia principalmente a las matemáticas, tratando que los problemas a plantear sean del entorno o abstractos, contextualizándolos de manera socio-histórica y relacionándolos con las acciones de enseñanza y aprendizaje.

- La contextualización activa como un componente pedagógico especial: Tiene como elemento esencial la modelización. Pretende involucrar de manera activa al estudiantado en el proceso de aprendizaje, donde tengan que construir o utilizar modelos para relacionarlos con el contexto del momento y así despertar su interés y participación.
- El uso inteligente y visionario de tecnologías digitales: Son un gran apoyo para potenciar el pensamiento matemático, ya que nos permiten visualizar dimensiones que son difíciles de percibir. Además, permite simular situaciones reales y mantener espacios virtuales de comunicación e interacción. Sin perder de vista que se tienen que usar de manera responsable, pertinente y precisa, pues su uso puede entorpecer el aprendizaje.
- La potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las Matemáticas: Se adopta una visión integral y humanista para la enseñanza de las matemáticas, planteando cinco actitudes a desarrollar, la perseverancia, confianza en la utilidad de las matemáticas, participación activa y colaborativa, autoestima en relación con el dominio de las matemáticas, así como el respeto, aprecio y disfrute de las matemáticas.
- El uso de la historia de las Matemáticas: Este eje trata de romper con los estereotipos marcados hacia las matemáticas, dando a conocer la parte humana que estas tienen, es decir mostrando sus contextos socioculturales, errores, aciertos, concepciones, retrocesos y demás.

Según Rosa y Orey (2010a; 2010b), es necesario comenzar el proceso de enseñanza y aprendizaje con el contexto social, la realidad y el interés de los estudiantes y no mediante la generación de un conjunto de valores curriculares externos sin contexto o significado para el alumno; la etnomodelación es un proceso de elaboración de problemas y preguntas que surge de situaciones reales o sistemas tomados de la realidad, que permiten ver una realidad diferente y darnos una idea de las matemáticas construidas hechas de una manera holística.

Por las razones anteriores, los investigadores diseñaron una propuesta didáctica que contemple el análisis etnomatemático de los templos y que tome en cuenta los ejes disciplinares planteados por el MEP. Cabe mencionar que dicha propuesta fue evaluada a través del juicio de expertos, pero su aplicación no es parte de los objetivos de esta investigación.

2.4. Geometría

En la literatura existen diversas definiciones para geometría. Pero de acuerdo con las características propias de esta investigación, se hace referencia aquí a la Geometría desde el ámbito académico, coincidiendo con Rabadán (2013) en que “La geometría no es solo nombrar conceptos y explicar definiciones, sino que también es tener una idea de perspectiva, distancia, profundidad, etc.” (p. 15).

Alsina, Burgués y Fortuny (1997) definen la *Geometría* como “la ciencia que tiene por objeto analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales” (p.14), que la geometría se encuentra presente en la vida cotidiana y se percibe en las formas de los objetos que forman parte del entorno.

Por otra parte, Segovia y Rico (2011) mencionan que “la geometría como disciplina matemática tiene como objeto el estudio riguroso del espacio y de las formas (figuras y cuerpos) que en él se pueden considerar” (p. 248). Estos autores ubican los elementos básicos que se estudian según el tipo de geometría como se muestra a continuación: en la geometría del espacio se estudia ángulo diedro, partes convexas y cóncavas del espacio, poliedros y cuerpos redondos; en cuanto a movimientos geométricos en el plano se encuentran elementos como transformaciones geométricas (traslaciones, simetría axial y rotación), mosaicos o teselados; y en la geometría se incluyen elementos geométricos como figuras planas, planos, puntos rectos, semirrectas, segmentos y polígonos.

En el marco de esta investigación se entiende por geometría al “estudio de las características de las figuras geométricas y las relaciones entre ellas, la modelización geométrica y la visualización espacial, que permiten potenciar los procesos de visualización, clasificación, construcción y argumentación” (MEP, 2012, p. 21), dado que el estudio se vincula con las matemáticas detalladas en los Programas de Estudio de Matemáticas del MEP.

Los Programas de Estudio de Matemáticas (MEP, 2012) clasifica el estudio de la geometría en cuatro tipos: la *Geometría Tridimensional*, que se refiere al estudio de los cuerpos y sólidos; la *Geometría analítica*, que estudia la representación en coordenadas de puntos y figuras como el círculo, algunas transformaciones en el plano como simetrías, traslaciones y rotaciones; el *Movimiento de las formas geométricas*, que estudia el movimiento de propiedades como las

posiciones relativas y transformaciones y la *Geometría Sintética*, que es la que se estudia sin coordenadas. Esta clasificación da pautas para orientar la presente investigación.

La propuesta didáctica que se elaboró en esta investigación, se delimita con el estudio de la geometría del espacio, la geometría plana y las transformaciones en el plano y, específicamente, en los niveles de octavo, décimo y undécimo año de la educación secundaria de Costa Rica, basados en las directrices de los Programas de Estudio de Matemáticas; tal como se especifica en la Tabla 2.2 que se muestra a continuación.

Tabla 2.2

Organización de conocimientos y habilidades específicas por cada nivel, para la elaboración de la propuesta

Nivel	Conocimientos	Habilidades específicas
Octavo	Visualización espacial <ul style="list-style-type: none"> • Pirámide recta - Caras laterales - Base - Apotemas - Ápice (cúspide) - Altura • Sección plana • Prisma recto 	Identificar la base, las caras laterales, la altura, las apotemas y el ápice o cúspide de una pirámide.
		Identificar las caras laterales, las bases y la altura de un prisma recto.
		Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de una pirámide recta de base cuadrada, rectangular o triangular.
		Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de un prisma recto de base cuadrada, rectangular o triangular.
Décimo	Polígonos <ul style="list-style-type: none"> • Lado • Radio • Apotema • Ángulo central • Ángulo interno • Ángulo externo • Diagonal • Perímetro • Área • Relaciones métricas 	Determinar la medida de perímetros y áreas de polígonos en diferentes contextos.
		Determinar las medidas de los ángulos internos y externos de polígonos en diversos contextos.
		Determinar la medida de la apotema y el radio de polígonos regulares y aplicarlo en diferentes contextos.
		Calcular perímetros y áreas de polígonos no regulares utilizando un sistema de coordenadas rectangulares.
		Resolver problemas que involucren polígonos y sus diversos elementos.
		Estimar perímetros y áreas de figuras planas no poligonales utilizando un sistema de coordenadas rectangulares.
		Utilizar software de geometría dinámica para estudiar propiedades y realizar conjeturas sobre las figuras geométricas.

Undécimo	Transformaciones en el plano <ul style="list-style-type: none">• Traslaciones• Reflexiones• Homotecias• Rotaciones	<p>Aplicar el concepto de traslación, homotecia, reflexión y rotación para determinar qué figuras se obtienen a partir de figuras dadas.</p> <p>Identificar elementos de las figuras geométricas que aparecen invariantes bajo reflexiones o rotaciones.</p> <p>Trazar la imagen reflejada de una figura dada con respecto a una recta.</p> <p>Trazar la imagen de una figura dada si se la somete a una rotación.</p> <p>Trazar en un plano cartesiano la figura que se obtiene al someter una figura a una traslación, rotación u homotecia o combinaciones de ellas.</p> <p>Determinar el punto imagen de puntos dados mediante una transformación.</p> <p>Resolver problemas relacionados con diversas transformaciones en el plano.</p> <p>Utilizar software de geometría dinámica para el análisis de las propiedades de las traslaciones, homotecias y reflexiones.</p> <p>Plantear ejercicios o problemas que involucren alguna transformación o transformaciones de figuras en el plano.</p>
-----------------	--	---

Fuente: Elaboración propia con base en MEP (2012).

Se termina este apartado señalando que las habilidades específicas descritas anteriormente tienen la utilidad de orientar el trabajo etnográfico de campo dentro del diseño de esta investigación.

CAPÍTULO III

FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS

Para lograr los objetivos expuestos en el primer capítulo, se presentan los fundamentos metodológicos que permitieron recopilar la información atinente al objeto de estudio, que luego fue analizada, para dar paso al diseño de la propuesta didáctica, producto de los resultados obtenidos.

Se presenta el marco metodológico, donde se abarcan los fundamentos teóricos de la metodología; el diseño de investigación, la descripción de los instrumentos y las fuentes de información; las categorías de análisis y los elementos a considerar en el análisis de la información; por último, se expone el plan general de recolección y sistematización de información.

3.1. Tipo de investigación

La presente investigación se ubica dentro del *paradigma cualitativo-interpretativo* y del enfoque etnográfico. En el marco de esta investigación, lo cualitativo se concibe como lo menciona Gurdíán-Fernández (2007), a partir de los hechos reales del entorno, donde estos hechos se analizan tomando en cuenta lo alusivo a la cultura, los contextos socio-políticos, históricos, ambientales, entre otros, para estudiar tanto las partes del contexto como lo global.

Según Martínez (2007), el *enfoque etnográfico* “narra, describe e interpreta las realidades observadas desde el punto de vista conceptual de sus protagonistas” (p. 29), y puede contemplar cinco fases progresivas: la fase descriptiva, la fase interpretativa, la fase evaluativa, la fase crítica y la fase generativa (Sabirón, 2006).

En el diseño general del proceso de investigación se puede constatar que este trabajo abarca las fases *descriptiva, interpretativa, generativa y evaluativa*, puesto que, el estudio etnomatemático alude una descripción en la que no se realiza una manipulación de las variables a estudiar (Hernández, Fernández y Baptista 2014), esto quiere decir que los objetos a tratar (los templos) se observan en su entorno natural sin ninguna intervención, esto con el fin de describir, contrastar, clasificar, comparar, interpretar y analizar los mismos de manera objetiva, así como también para

los sujetos de investigación, con la finalidad de evaluar y orientar la propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría.

3.2. Aspectos éticos de la investigación

Este apartado se refiere a algunos aspectos éticos que conciernen al enfoque etnográfico y que se abordan de manera peculiar debido a los participantes y objeto de estudio de esta investigación.

Es posible que un investigador cause algún perjuicio sin darse cuenta. Por lo que, todo investigador, debe tener presente los principios éticos. Según Buendía y Berrocal (2001), los principios de más relevancia, relacionados con los participantes son:

- **Autonomía:** se le debe informar a los participantes de los propósitos, procedimientos, riesgos, beneficios, obligaciones y compromisos de la investigación y haber aceptado ser parte de ella.
- **Privacidad:** se le debe permitir a los participantes la posibilidad de decidir qué información, actitudes, creencias, conductas y opiniones van a compartir, así como el momento en que lo harán. Además, el investigador debe evitar emitir juicios de valor.
- **Confidencialidad:** el manejo de los datos y la información debe ser acordado entre participantes e investigadores.
- **Balance:** debe haber un balance en cuanto a género, grupos étnicos y sociales de los participantes, por lo que el trato debe ser por igual.

En este estudio, a cada participante se le informó por medio de un consentimiento informado, sobre los objetivos de la investigación y sobre la protección de su identidad, por medio del anonimato o empleo de seudónimos.

3.3. Aspectos técnicos de la investigación

En la investigación cualitativa las técnicas más utilizadas para la recolección de información, según Martínez (2011), son principalmente: la observación no participante, la entrevista estructurada o no estructurada y la revisión bibliográfica.

A continuación, se explican las técnicas de recolección de información que se usaron en el desarrollo de la investigación.

3.3.1. Entrevista semiestructurada

Como menciona Martínez (2011), la entrevista permite comunicación entre el investigador y el sujeto con el objetivo principal de recolectar datos cualitativos; además que es una técnica personal que facilita la recolección de la información en profundidad haciendo preguntas abiertas, y todo esto hace que esta técnica de recolección sea un método completo y exitoso.

En la investigación se realizó una consulta a 16 docentes de matemáticas, con el objetivo de determinar la relación, pertinencia, forma y momento de incorporar el estudio etnomatemático de los templos para la enseñanza de la geometría, además de recopilar información socio-histórica.

El instrumento que se utilizó es una guía de entrevista semiestructurada, ya que como lo menciona Guber (2011), esta técnica de recolección tiene sus variantes y puede realizarse mediante una guía de preguntas previamente elaborada.

3.3.2. Entrevista etnográfica

La entrevista etnográfica (Martínez, 2007), se define como una conversación coloquial entre el sujeto informante y el entrevistador; este último es quien se encarga de observar e interpretar los movimientos del interlocutor, su tono de voz y todos sus gestos, asimismo este guía el curso de la entrevista motivando al interlocutor con el fin de elevar su nivel de interés y colaboración. Además, el autor menciona que, este tipo de entrevista no es estructurada, sino que es flexible y más libre, para facilitarle al entrevistado que exprese su experiencia vivencial y su personalidad.

Para la recolección de información socio-histórica sobre los templos y aspectos relacionados con la arquitectura y la relación que esta tiene con la geometría, se aplicó la entrevista etnográfica a 10 expertos, entre ellos se puede citar a personas que cuidan del templo, sacerdotes, personas de la comunidad, o personas que, aunque no sean de esta, conocen sobre ella, en particular sobre los templos.

Para realizar la entrevista etnográfica se utilizó como instrumento una guía de entrevista, que según Martínez (2007), debe presentar los aspectos que se quieren conocer ordenados de acuerdo con la importancia que tienen para la investigación, sin embargo, el instrumento es una guía por lo que el orden y contenido pueden ser alterados en el momento de la entrevista.

3.3.3. Observación no participante

El presente estudio, se inclina por la observación no participante (Goetz y LeCompte, 1998), donde el investigador es el que recoge la información de forma inmediata, es decir, toma un rol de sujeto en la investigación y registra información de manera objetiva y teniendo como base una guía de observación, que detalla lo que quiere extraer del sujeto u objeto.

Según Martínez (2011), se requiere de un cuaderno de notas para registrar todo lo observado, como el diario de campo, que incluye todo lo observado pero narrado como experiencia, cuadros de trabajo que faciliten organizar o registrar lo que se observa, medios audiovisuales que permiten el registro fotográfico y por último guías de observación en la cuales se debe tomar en cuenta qué se va a observar y cómo categorizarlo.

Para recoger información sobre las características arquitectónicas de los templos cada investigador realizó una observación no participante de estos, utilizando como instrumento una guía a partir de categorías predefinidas, que fue validada por cuatro docentes de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional mediante el juicio de experto.

3.3.4. Revisión bibliográfica

Los documentos brindan información importante al investigador dado que los datos cualitativos le permiten conocer antecedentes de un ambiente, sus historias y estado actual (Hernández et al., 2014). La revisión de documentos “permiten al investigador estudiar el lenguaje escrito y gráfico de los participantes. (...) pueden ser consultados en cualquier momento y ser analizados cuantas veces sea preciso” (Hernández et al., 2014, p. 417).

Por lo que, se realizaron revisiones bibliográficas para recopilar información histórica de los templos. Como instrumento de recolección se utilizó una ficha informativa la cual incluye: nombre del documento, autor, la forma de acceder al texto y un resumen de su contenido, de manera que se facilite la consulta de la información.

3.4. Diseño general del proceso de investigación

En este apartado se presentan y describen un esquema secuencial de la investigación, los instrumentos y las fuentes de información.

3.4.1. Esquema secuencial

Para describir el contexto cronológico de la investigación, el trabajo se organizó en tres fases, como se presenta en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1

Esquema secuencial de las fases de la investigación

Fase 1 II semestre 2017	Fase 2 I y II semestre 2018	Fase 3 I y II semestre 2019, 2020, I semestre 2021
<i>Capítulo I:</i> Planteamiento del problema, justificación, objetivos y antecedentes.	Capítulo I, II y III. Elaboración de instrumentos:	<u>2019</u> Recolección de información. Trabajo de campo.
<i>Capítulo II:</i> Avance del marco teórico.	<ul style="list-style-type: none"> • Entrevista semiestructurada 	<u>2020</u> Análisis de la información.
<i>Capítulo III:</i> Avance de la metodología (tipo de investigación, fuentes de información, técnicas de análisis).	<ul style="list-style-type: none"> • Instrumento de observación. • Entrevista etnográfica. Validación de instrumentos	<i>Capítulo IV:</i> Resultados. <u>2021</u> Elaboración de la propuesta didáctica y evaluación.
		<i>Capítulo V:</i> Conclusiones y recomendaciones.

Nota: elaboración propia.

La Fase 1 del estudio fue desarrollada en forma completa y los tres capítulos descritos evolucionaron en su rigor conforme se desarrolló la segunda fase. Se visitó un templo, para evaluar la viabilidad de la propuesta metodológica prevista por los investigadores, donde se observó potencial geométrico del templo, es decir, que contiene elementos geométricos con los que se puede trabajar algún tema de geometría, además, se recolectó información socio-histórica del templo y se constató el interés y disponibilidad de las personas de la comunidad (posibles sujetos).

En la Fase 2, se elaboraron los instrumentos de recolección de información, y se visitó una de las comunidades donde se encuentran ubicados los templos. Se validaron los instrumentos de recolección de información, se realizaron las siguientes acciones: entrevistas a los expertos de la comunidad de Cartago y observación no participante del templo de la Basílica de los Ángeles, toma de notas interpretativas de campo, fotografías y videos del templo. Además, se visitó la

Biblioteca Pública de Cartago y la Biblioteca Nacional con el fin de recoger información socio-histórica de los templos.

En la Fase 3, se realizaron las siguientes actividades: entrevistas a los expertos de la comunidad de La Merced y San Rafael y observación no participante de los templos, toma de notas interpretativas de campo, fotografías y videos de estos, así como, la búsqueda bibliográfica y la consulta a docentes. Se realizó el análisis de la información, lo cual se presenta más adelante; además, se elaboró la propuesta didáctica y su evaluación, dicha evaluación fue realizada por el juicio de cinco docentes de matemática seleccionados al azar de entre los que fueron sujetos de la entrevista semiestructurada. Por último, se realizaron las conclusiones y recomendaciones del estudio.

3.4.2. Fuentes de información

En este apartado se presentan y describen las fuentes de información, sus respectivos perfiles y los criterios definidos para seleccionarlas.

3.4.2.1. Templos católicos

Se entenderá por templo a todo edificio o construcción arquitectónica donde se desarrollan diferentes tipos de ceremonias religiosas. La RAE (2014) define templo como un “edificio o lugar destinado pública y exclusivamente a un culto”.

Para la selección de los templos se tomaron en cuenta dos criterios:

- a) Declaratoria. Los templos deben estar declarados patrimonio arquitectónico por la UNESCO.
- b) Acceso. Los templos deben ser de fácil acceso para los investigadores según los recursos con los que cuenten para trasladarse al lugar donde se encuentren.

Por lo que, a partir de estos criterios se seleccionaron tres templos los cuales son: El templo de San Rafael de Heredia, el templo Nuestra Señora de la Merced ubicado en San José y la Basílica de Nuestra Señora de los Ángeles ubicado en Cartago.

3.4.2.2. Docentes de matemática

Se aplicó una entrevista semiestructurada a 16 docentes de matemática, con el fin de determinar la percepción que estos tienen acerca de incorporar en una propuesta didáctica los elementos geométricos de los templos para la enseñanza de geometría.

El perfil de estos docentes puede describirse como docentes de matemática de secundaria que hayan dado al menos una vez los temas de geometría en estudio, que estén anuentes a colaborar como sujetos de investigación y tengan disponibilidad para la entrevista, estos deben ser originarios o residir en San José, Heredia o Cartago. El criterio de selección fue por disponibilidad y conveniencia.

De estos 16 docentes se eligieron 5 para desarrollar la evaluación de la propuesta utilizando los mismos criterios de selección (disponibilidad y conveniencia).

3.4.2.3. Personas expertas

Se consideran personas expertas a aquellas que son representativas (características), esto es que conozcan los templos seleccionados para que brinden información socio-histórica y su importancia en la comunidad, estas no necesariamente tienen que vivir en la comunidad donde se encuentra el templo

Se seleccionaron al menos tres expertos por templo, a partir del criterio de conveniencia y disponibilidad, los cuales tienen conocimiento del lugar y sobre el templo, además estaban dispuestos a contribuir con el estudio, entre ellos hay sacerdotes, personas de la comunidad, y personas que, aunque no sean de esta, conocen sobre ella, en particular sobre los templos.

3.4.2.4. Documentos sobre los tres templos

Para conocer acerca de la parte socio-histórica de los templos seleccionados se indagó en diversas fuentes documentales, de las que se pudo extraer información relevante para la investigación propuesta, por lo que se tomó en cuenta aquellas que podían dar un aporte al estudio, particularmente las relacionadas con los templos (revistas, libros, recortes de periódico, entre otros).

Los documentos están relacionados con los templos que se eligieron, y aportaron insumos para realizar una descripción socio-histórica acerca de estos.

El proceso de selección incluye tanto una búsqueda en la web, como una visita a la Biblioteca Nacional y a las distintas bibliotecas de los cantones donde se encuentran ubicados los templos para solicitar información sobre estos.

3.4.3. Instrumentos de recolección de información

Los instrumentos que se eligieron para recoger la información, según las técnicas propuestas, ya fueron mencionados anteriormente, y se describen a continuación.

3.4.3.1. Guía de entrevista semiestructurada

La guía de entrevista semiestructurada va dirigida a docentes de matemáticas, consta de diecisiete preguntas (ver Anexo C3), de las cuales cinco refieren a datos personales del sujeto de investigación; y las otras doce son relativas a la propuesta didáctica, en la que se hace uso de los templos y la etnomatemática; el mismo se divide en cuatro categorías de análisis: relación, pertinencia, momento y forma (ver Anexo A2). Se describen esas categorías a continuación:

- **Relación:** se refiere a los elementos arquitectónicos o características estéticas de los templos que los docentes reconocen que se pueden relacionar con la geometría.
- **Pertinencia:** se refiere a la viabilidad de utilizar los elementos geométricos de los templos para enseñar geometría.
- **Momento:** se refiere al momento en que se pueden trabajar actividades relacionadas con la geometría de los templos durante la clase.
- **Forma:** se refiere a cómo se pueden asociar los elementos geométricos de los templos con los contenidos de geometría para ser abordados en el aula.

Para el proceso de elaboración de las preguntas se tomaron en cuenta las cuatro categorías mencionadas y se resaltó el uso de los templos en la enseñanza de la geometría y cómo estos se pueden ver implicados en el aula. Asimismo, se vincula el uso de los templos con los Programas de Estudio de Matemáticas propuestos por el MEP, para que de esta forma la propuesta sea adecuada al plan del docente y pueda implementarla en un futuro en sus clases de matemática.

Para validar las preguntas de la guía, el instrumento diseñado fue sometido al juicio de cuatro expertos docentes de matemática con experiencia en educación matemática o investigación en etnomatemática que trabajan en la Universidad Nacional. Se les entregó, además de la guía de entrevista semiestructurada, una matriz de categorías, así como un documento donde se especificaba el problema y objetivos de la investigación, para que los expertos tuvieran una visión general del propósito de la investigación. Además, la guía fue sometida a una prueba piloto, que

consistió en la aplicación a tres docentes de matemáticas en ejercicio que no formaban parte del grupo de 16 seleccionado para este estudio, pero con características similares a estos.

3.4.3.2. Guía de entrevista

La guía de entrevista consta de diez preguntas que buscan determinar si los expertos de la comunidad conocen información acerca de las características socio-históricas de los templos seleccionados. Esta consulta se aplicó a al menos tres expertos por templo, entre ellos están; sacerdotes, personas de la comunidad, y personas que, aunque no son de esta, conocen información relativa de los templos estudiados (Anexo C1).

3.4.3.3. Guía de observación

La guía de observación es un recurso de los investigadores de este estudio, y constituye un instrumento de autogestión cuyo propósito es identificar los elementos geométricos presentes en la arquitectura de los templos, respecto a partes del templo con categorías prefijadas, conforme los conocimientos (contenidos) que se usaron en esta investigación.

Para su diseño se formularon criterios de observación, que consideraron diferentes partes de los templos tanto como los conocimientos planteados en los Programas de Estudio de Matemáticas del MEP. En dicha guía se incluye el nombre del observador, el nombre del templo, la comunidad, cantón y provincia en la que se encuentra el templo y se adjunta el objetivo de la observación; además se dividen en dos categorías, las cuales hacen referencia a partes arquitectónicas interiores y exteriores de los templos. Luego se dan las instrucciones generales y se presenta una serie de tablas divididas por nivel educativo, donde la primera columna corresponde a los conocimientos de los Programas de Estudio de Matemáticas planteados por el MEP y las demás aparecen enumeradas según las categorías (ver anexo C4).

Para su validación, cuatro docentes de matemáticas de la Universidad Nacional vinculados con el ámbito de etnomatemática visitaron un templo y llenaron esta guía de observación, a modo de plan piloto, con el propósito de determinar si el instrumento responde al objetivo planteado. Los templos que observaron estos docentes para la validación del instrumento fueron elegidos según mejor les convenía y no formaron parte de la investigación.

3.4.3.4. Ficha bibliográfica

La ficha tiene como propósito recabar información pertinente, importante y relevante de la parte socio-histórica de los templos, a partir de los documentos consultados. En dicha ficha se especifica el tipo de documento, la fuente, título, lugar, entre otras (ver anexo D3).

3.5. Categorías de análisis

Dado que es el investigador quien brinda los resultados del estudio, y hace una interpretación de la información recolectada, es importante la clasificación de esta. Para esto, Cisterna (2005) menciona que se puede realizar y diferenciar tópicos para agrupar y organizar la información recopilada mediante categorías y subcategorías, ya sean previamente elaboradas o que surjan en el proceso de la investigación. Para la construcción de estas categorías se toma en cuenta los objetivos de investigación. Se definen las categorías de análisis del estudio a continuación en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2

Categorías de análisis prefijadas

OE1: Conocer la percepción de docentes de matemática respecto a incorporar el estudio etnomatemático de los templos para la enseñanza de la geometría.		
Categoría	Definición¹	Subcategorías
CA1: Percepción de incorporar el estudio etnomatemático de los templos para la enseñanza de la geometría.	Refiere al conocimiento que tienen los docentes acerca de las relaciones entre la geometría y la cultura presente en los templos.	<ul style="list-style-type: none"> • Relación • Pertinencia • Momento • Forma
OE2: Describir características socio-históricas de tres templos patrimoniales, desde una perspectiva etnomatemática, para incorporarlas en una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría.		
Categoría	Definición	Subcategorías
CA2: Historia de los templos.	Refiere a la descripción de características socio-históricas de los templos.	<ul style="list-style-type: none"> • Fundación • Financiamiento • Protagonistas • Estructura • Importancia cultural
OE3: Describir características arquitectónicas de los templos, desde una perspectiva etnomatemática, para incorporarlas en una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría.		
Categoría	Definición	Subcategorías

¹ Definición: hace referencia a la definición funcional de la categoría.

CA3: Arquitectura de los templos.	Refiere a la descripción de características arquitectónicas de los templos.	<ul style="list-style-type: none"> • Interiores • Exteriores (Ver anexo D1)
OE4: Determinar los elementos de índole etnomatemático y didáctico que deben tomarse en cuenta para generar actividades didácticas para la enseñanza de la geometría.		
Categorías	Definición	Subcategorías
CA4.1: Elementos etnomatemáticos que deben tomarse en cuenta para generar actividades didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.	Refiere a los elementos propios de la cultura que se identifican por objetivos o tradiciones comunes, que deben tomarse en cuenta para generar actividades didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.	<ul style="list-style-type: none"> • Elementos etnomatemáticos
CA4.2: Elementos didácticos que deben tomarse en cuenta para generar actividades didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.	Refiere a elementos presentes en el componente arquitectónico de los templos, que deben tomarse en cuenta para generar actividades didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.	<ul style="list-style-type: none"> • Elementos didácticos

Nota: Elaboración propia.

3.6. Elementos para considerar en el análisis de la información

Una vez recopilada la información, se reunieron los aportes de las diferentes fuentes de información, para cada una de las categorías de análisis de la Tabla 3.2, para seleccionar las características socio-históricas (émicas) y arquitectónicas (éticas) comunes y pertinentes para cada una de las categorías (Cisterna, 2005; Rosa y Orey, 2012), mediante la codificación de datos.

Seguidamente, por cada categoría y subcategoría de análisis se realizó el cruce de esta información siguiendo ciertas pautas de la triangulación hermenéutica propuesta por Cisterna (2005). Dado que la información se interpretó desde la perspectiva émica y desde la ética, el análisis va en esos dos sentidos.

3.6.1. Análisis desde la perspectiva émica (desde adentro-local)

Para el estudio de los documentos y para las entrevistas etnográficas es necesario realizar descripciones y análisis de ideas, conceptos, procedimientos y prácticas matemáticas. El análisis émico requiere que las prácticas matemáticas sean desarrolladas exclusivamente por los miembros de determinado grupo cultural, pues así estarán enraizadas en las diversas maneras en que pueden ser realizadas en un ambiente cultural específico (Rosa y Orey, 2012). Para lo cual se diseñó el esquema de la figura 3.1.

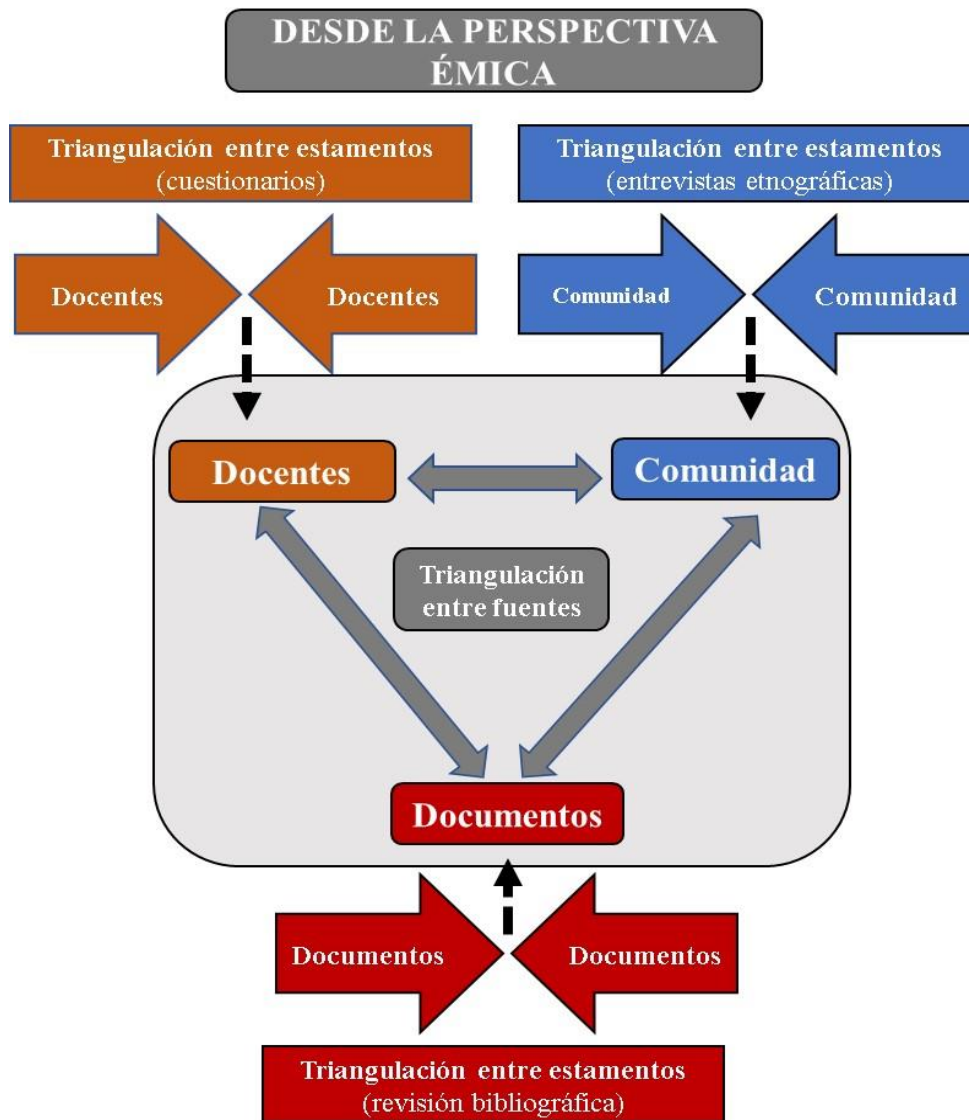


Figura 3.1: Propuesta de triangulación de la información ética.
 Nota: Elaboración propia.

3.6.2. Análisis desde la perspectiva ética (desde afuera-global)

El análisis ético se refiere a una interpretación de aspectos de otra cultura a partir de las categorías de aquellos que la observan, es decir, de los propios investigadores (Rosa y Orey, 2012). Para ello, se realizó un análisis a partir de categorías prefijadas.

El proceso de análisis requiere de reflexión sobre los datos recolectados; para llevar a cabo este proceso, los datos cualitativos se organizan, luego se categorizan según las categorías prefijadas, y si es el caso se hacen nuevas categorías (categorías emergentes) utilizando el método de

comparación; estas categorías permiten ordenar los resultados relacionados con el fenómeno para encontrar respuestas al problema de investigación (Gurdián-Fernández, 2007). Para lo cual se diseñó el esquema de la figura 3.2.

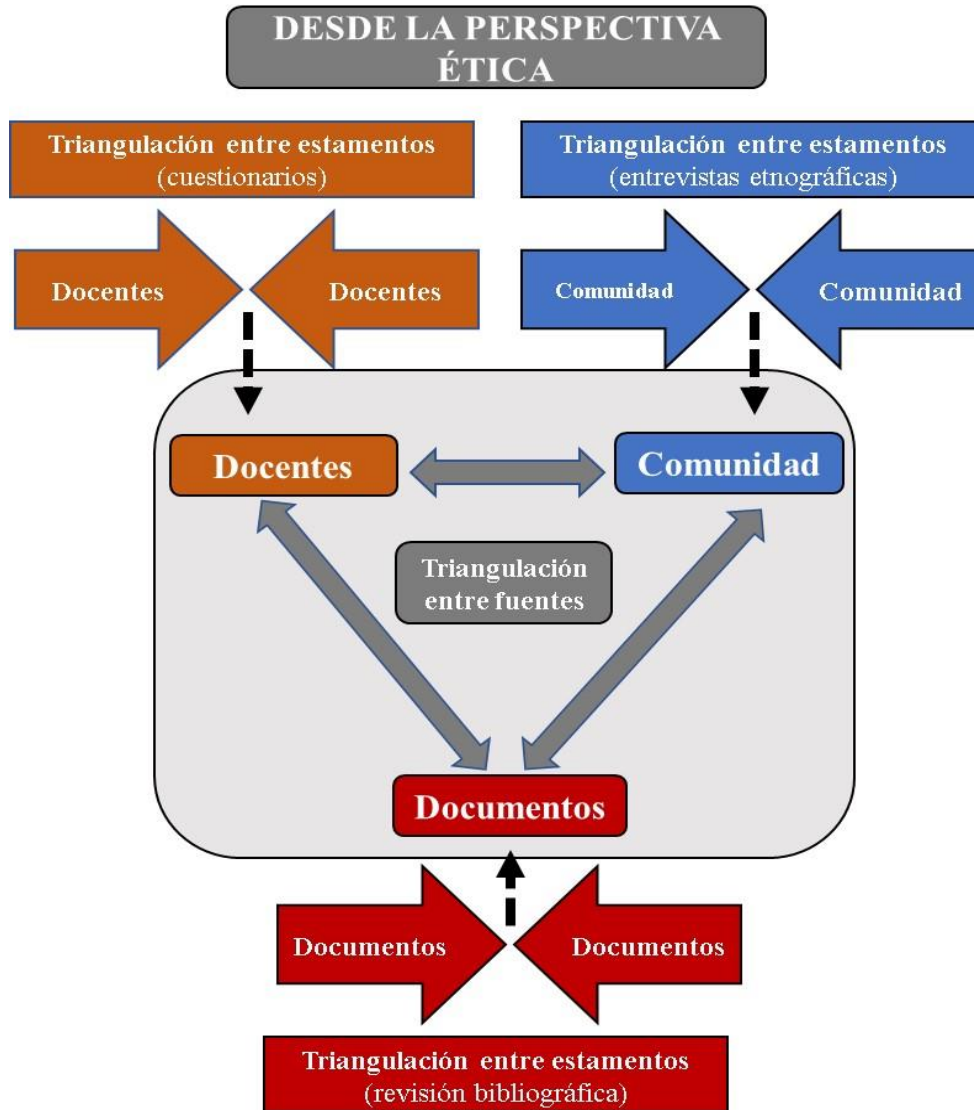


Figura 3.2: Propuesta de triangulación de la información ética.

Nota: Elaboración propia.

Se debe tener en cuenta, que el estudio tenía una previsión de categorías prefijadas, sin embargo, dado que la investigación se inscribe dentro del Programa de Etnomatemática, surgieron categorías emergentes durante el transcurso del estudio.

3.6.3. Criterios de validez de la investigación

Sabirón (2006), menciona que, en la investigación etnográfica, una de las técnicas de calidad para el análisis de la información e interpretación de los resultados es la triangulación. Además, según Ruiz-Olabuénagua (citado por Sabirón, 2006), la triangulación es una estrategia que busca enriquecer el análisis final de la investigación, la cual consiste en hacer contrastes y comparaciones entre informaciones o interpretaciones recabadas, con el fin de dar validez y mejorar las interpretaciones de los resultados.

Para conocer la percepción de docentes de matemática respecto a incorporar el estudio etnomatemático de los templos para la enseñanza de la geometría, se aplicó la triangulación entre estamentos (docentes) a partir de la información obtenida de las entrevistas.

Para analizar la información socio-histórica de los templos y aspectos relacionados con la arquitectura y la relación que esta tiene con la geometría, se utilizó la triangulación entre las fuentes de información (docentes - expertos de la comunidad - revisión bibliográfica), para dar validez a los resultados del estudio y para mejorar las interpretaciones de los resultados.

3.7. Plan general de recolección y procesamiento de información

El objetivo general de esta investigación abarca el cumplimiento de seis objetivos específicos, cada uno de los cuales requirió actividades de distinta índole, tal como se especifica a continuación.

El **OE1** es *conocer la percepción de docentes de matemática respecto a incorporar el estudio etnomatemático de los templos para la enseñanza de la geometría*; para lo cual se realizó una consulta a docentes de matemáticas (entrevista), para determinar la relación, pertinencia, momento y forma en que se puede incorporar la etnomatemática de los templos para la enseñanza de la geometría, o información socio-histórica. Como instrumento de recolección se utilizó una guía de entrevistas semiestructurada con categorías predefinidas, las cuales sirven para la elaboración del mismo instrumento y para el proceso de análisis.

El **OE2** corresponde a *describir características socio-históricas de tres templos patrimoniales, desde una perspectiva etnomatemática, para incorporarlas en una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría*; para lo cual se realizaron visitas a las comunidades de alrededores del templo de la Merced, del templo Nuestra Señora de los Ángeles y del templo de San Rafael de Heredia, así como a las respectivas bibliotecas de cada comunidad. En estas visitas, se realizaron

entrevistas etnográficas a los expertos de las comunidades, que estuvieron anuentes a ser parte de la investigación, además de que conocían aspectos relativos al templo de la comunidad a la que pertenecen. Esto para recolectar información socio-histórica y aspectos relevantes sobre los templos. El instrumento que se utilizó fue una guía de entrevista.

Además, los investigadores realizaron una revisión bibliográfica de documentos físicos o digitales, de la cual se obtuvo información socio-histórica de los templos en estudio. Se hizo uso de una ficha bibliográfica previamente elaborada que guiaron el proceso de recolección de datos.

En el **OE3** se considera *describir características arquitectónicas de los templos, desde una perspectiva etnomatemática, para incorporarlas en una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría*; y para su cumplimiento los investigadores realizaron observaciones no participantes de los templos en estudio, esto para identificar qué elementos geométricos están presentes en las partes de los templos; de manera que se puedan relacionar con los contenidos de geometría que se tienen que abordar en educación secundaria. Como instrumento primordial se utilizó una guía de observación diseñada por los investigadores.

El **OE4** pretende *determinar los elementos de índole etnomatemático y didáctico que deben tomarse en cuenta para generar actividades didácticas para la enseñanza de la geometría*; para lo cual se implicó un análisis de contenido interpretativo, considerando las perspectivas émica y ética, para la información recabada en las actividades correspondientes a los objetivos específicos OE1, OE2 y OE3 (la información recolectada de las entrevistas a docentes, como la de las entrevistas etnográficas y de la revisión bibliográfica), a modo de concretar la triangulación de esta información, hacer contrastes y comparaciones entre informaciones o interpretaciones recabadas, con el fin de validar dicho análisis y obtener, como consecuencia, los elementos de índole etnomatemático y didáctico que permitan proponer actividades para la enseñanza de la geometría. Dichas actividades estuvieron a cargo de los investigadores.

El **OE5** corresponde a *diseñar una propuesta didáctica a partir del análisis etnomatemático de los templos de Costa Rica para la enseñanza de la Geometría en Educación Secundaria*; donde, a partir de las actividades correspondientes al cumplimiento del objetivo específico OE4, los investigadores diseñaron una propuesta didáctica que contempla el análisis etnomatemático de los templos y toma en cuenta tanto los ejes disciplinares planteados por el MEP.

Finalmente, el **OE6** contempla *evaluar la propuesta didáctica, para la enseñanza de la geometría que incorpora un análisis etnomatemático de los templos mediante, el conocimiento y experiencia de docentes de matemática*; de modo que, la propuesta didáctica fue evaluada a través del juicio de expertos, con un instrumento de evaluación que se elaboró posterior al diseño de ésta, con el fin de obtener percepciones y opiniones de una eventual puesta en práctica. Los encargados de dicha evaluación fueron cinco docentes de matemática seleccionados al azar que también participaron en las actividades del OE1.

Cabe destacar que la implementación de la propuesta resultante de este trabajo no fue contemplada como un objetivo específico en esta investigación, pero sí se considera como una actividad dentro de la visión prospectiva de la misma.

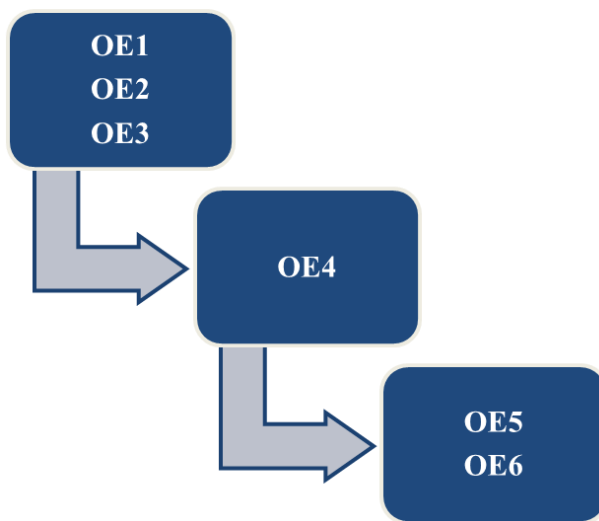


Figura 3.3: Relación que guardan los objetivos

Fuente: Elaboración propia

CAPÍTULO IV

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

En este capítulo se presentan los resultados de la investigación que permitieron dar respuesta a los objetivos expuestos en el primer capítulo, los cuales abordan diferentes facetas ya que el trabajo tiene muchas aristas; está ligado a la educación, al conocimiento ancestral de los miembros de las comunidades, al legado patrimonial arquitectónico y a la geometría de los templos, entre otros.

Se debe tener en cuenta que los resultados se exponen por objetivos y a su vez estos se trabajan por categorías y/o subcategorías, en los que se hace una exhibición de la información obtenida que ha sido organizada por cada templo, se presenta una síntesis de la información interpretada, conclusiones y reflexiones de esta, lo cual le permite al lector un mayor entendimiento.

4.1. Percepción docente respecto a incorporar los elementos arquitectónicos y estéticos de los templos para enseñar geometría

El objetivo específico uno, planteado en el capítulo uno, consiste en “*conocer la percepción de los docentes de matemática respecto a incorporar el estudio etnomatemático de los templos para la enseñanza de la geometría*”.

Para el abordaje de este objetivo se realizó una consulta a docentes de matemáticas, para determinar la relación, pertinencia, momento y forma en que se puede incorporar la etnomatemática de los templos para la enseñanza de la geometría. Para recoger la información se utilizó una guía de entrevista semiestructurada (anexo C2).

En total se entrevistaron 16 docentes, cinco docentes que trabajan en Heredia, cinco docentes que trabajan en San José y seis docentes que trabajan en Cartago. En el caso de Cartago, la entrevista se aplicó en tres colegios distintos, una vía web por medio de un formulario de Google que se elaboró con la misma estructura de la guía y las otras estuvieron a cargo de los investigadores. En San José se aplicó en dos colegios distintos, una entrevista se realizó vía web y las otras estuvieron a cargo de uno de los investigadores. En Heredia, se aplicaron en dos colegios distintos, una estuvo

a cargo de uno de los investigadores y las otras, a cargo de uno de los docentes que trabajaba en la institución a quien se le dio una inducción previamente.

Se solicitó permiso de ingreso al edificio de cada institución mediante una carta, y así poder hablar con los docentes que voluntariamente quisieran ser partícipes de la investigación, una vez que estos accedieron, se les brindó un consentimiento informado (anexo C3) donde se les indicó la autonomía, privacidad, confidencialidad y balance de la investigación, se les explicó en qué consistía la investigación y luego procedieron a responder las preguntas, para lo cual duraron entre 15 y 20 minutos.

La información obtenida se sistematizó y organizó en una matriz de Excel (anexo D2), para luego triangularla según cada categoría y subcategoría (relación, pertinencia, momento y forma) de análisis por área geográfica donde se ubica el templo.

A continuación, se presentan los resultados de cada categoría (relación, pertinencia, momento y forma), se exhibe parte de la información obtenida que ha sido organizada por cada templo, se presenta una síntesis de la información interpretada, conclusiones y reflexiones de dicha información.

4.1.1. Relación

Se entiende por relación *a los elementos arquitectónicos o características estéticas de los templos que reconocen los docentes que se pueden relacionar con la geometría.*

4.1.1.1. Relación percibida por los docentes de Heredia

Los docentes sí reconocen elementos geométricos tales como: homotecias, reflexiones, rotación, geometría básica, polígonos regulares, circunferencia, simetría de figuras, funciones, figuras geométricas planas y figuras tridimensionales.

Además, los relacionan con elementos arquitectónicos o características estéticas tales como: las cúpulas, los mosaicos, las paredes, las ventanas, columnas, techo, piso y altar.

Un docente indica no conocer el templo de la comunidad.

4.1.1.2. Relación percibida por los docentes de San José

Los docentes encuestados reconocen tanto elementos geométricos en los templos, como elementos arquitectónicos o características estéticas con las que se puede vincular la geometría y los templos.

Los elementos geométricos que identifican son: parábolas, teselados, áreas, volúmenes, rectas, planos, arcos, polígonos regulares e irregulares, ángulos, círculos y figuras tridimensionales (conos, cilindros, cubos).

Por otro lado, los elementos arquitectónicos o características estéticas que consideran que pueden vincular el templo con la enseñanza son: vitrales, ventanas, puertas, artesones, sillas, altares, cuadros religiosos, piso, arcos de las puertas, la fachada y estructura de la construcción.

4.1.1.3. Relación percibida por los docentes de Cartago

Con respecto a los elementos geométricos que pueden identificar en el templo, un docente indica que no puede precisar la información porque nunca se ha detenido a observar. Sin embargo, los demás sí reconocen algunos elementos como; arcos, cuadriláteros, figuras en el plano, elementos básicos geométricos, polígonos regulares e irregulares, sólidos, simetría, homotecias, triángulos y trigonometría. Además, un docente indica que el reconoce elementos relacionados con la estereometría.

Por otra parte, mencionan que los elementos arquitectónicos o características estéticas que pueden ser aprovechadas para vincular el templo de una comunidad con la enseñanza de la geometría son: arcos, cúpulas, vitrales, pisos, paredes, columnas, techos, cielo raso, puertas y ventanas.

En resumen, tal como se muestra en la Tabla 4.1, 15 de los 16 docentes son observadores y conscientes de los elementos arquitectónicos o características estéticas de los templos que pueden utilizarse didácticamente para el estudio de la geometría.

Tabla 4.1

Número de docentes que reconoce elementos geométricos en los templos

Región	Sí	No
Heredia	4	1
San José	5	0
Cartago	6	0
Total	15	1²

Nota: Elaboración propia.

En conclusión, dentro de los hallazgos respecto a los tres grupos de docentes consultados se observó que reconocen elementos arquitectónicos y estéticos de los templos que se pueden vincular

² Este docente indica que no conoce el templo de la comunidad donde labora.

para enseñar geometría, así mismo la postura de los docentes es una postura ética, ya que la visión de estos es desde afuera, con una postura comparativa y descriptiva. Los elementos arquitectónicos que más vinculan son: el techo, las ventanas, las columnas y las paredes, que a su vez los vincula más con geometría básica, polígonos, transformaciones en el plano, geometría plana y geometría tridimensional.

Respecto a lo anterior, en el marco de esta investigación, consideramos que logran enlazar los aspectos culturales de las matemáticas con sus aspectos académicos, ya que relacionan elementos arquitectónicos de los templos con la enseñanza de la geometría, precisamente este enfoque se conoce como etnomodelación y es el que nos permite involucrar las matemáticas como una expresión de la cultura permitiendo así que estas sean parte de la realidad de los estudiantes (Rosa y Orey, 2010a, 2010b). Ahora bien, es importante que los docentes se involucren más en la cultura ya que este conocimiento es analizado e interpretado desde una perspectiva occidental, y si no se toman en cuenta aspectos sociohistóricos, por ejemplo, que reflejen la parte humana de las matemáticas y el legado ancestral se estaría trabajando sin contexto.

4.1.2. *Pertinencia*

Se refiere a la percepción de los docentes a cerca de la factibilidad, viabilidad e importancia de utilizar los elementos geométricos de los templos para enseñar geometría.

En la Tabla 4.2 se exhibe el análisis realizado según subcategorías por cada una de las regiones de docente consultados, para ello se trianguló la información obtenida entre cada grupo de docentes.

Tabla 4.2

Pl1a: Factibilidad de hacer uso de los templos para la enseñanza de la geometría

Región	Triangulación
Heredia	Un docente manifiesta que no conoce el templo donde labora, los demás indican que sí tienen potencial arquitectónico que pueda utilizarse en la enseñanza de la geometría. Más aún, mencionan que cualquier templo tiene infraestructura que se pueda relacionar con el área de geometría, dependiendo de las habilidades que se estén abordando en cada momento, inclusive no solo los templos, también diferentes edificios de la comunidad.
San José	Cuatro de los docentes consideran que es factible su uso dado que el contenido arquitectónico de los templos está compuesto por figuras geométricas que pueden observar, y con ello visualizar el uso de las matemáticas en la arquitectura,

observar patrones geométricos que es muy usual en los templos, como también podrían tratar de realizar la estructura de algún templo y analizarlo geoméricamente.

Cartago Los docentes encuestados consideran que es factible hacer uso del templo en la enseñanza de la geometría y coinciden en que la estructura tiene potencial geométrico. Entre sus comentarios indican que la infraestructura de los templos posee muchos elementos básicos de la geometría que pueden servir de refuerzo en conceptos básicos y conceptos más elaborados. Además, un docente menciona que en Cartago hay muchos templos que, si se estudiaran sus estructuras, se les podría sacar mucho provecho.

P1b: Viabilidad del uso de los templos para la enseñanza de la geometría

Heredia Los docentes indican que sí es viable hacer uso de los diferentes elementos arquitectónicos y estéticos de los templos para la enseñanza de geometría, ya que se crea una matemática más cercana.

San José En general, los docentes reconocen que el templo de la comunidad donde laboran puede utilizarse para enseñar geometría, entre sus perspectivas mencionan que muchos templos se inspiran en la belleza de figuras geométricas, tanto en sus vitrales como estructuras, y con ello se puede aprender geometría.

Además, una pregunta muy usual de los estudiantes es: ¿Para qué sirve esto?, haciendo referencia al tema que se está viendo en las clases de matemáticas; y con este tipo de propuestas los docentes mencionan que se puede ver la aplicabilidad de la geometría en la arquitectura, además de la contextualización de ésta con elementos del entorno en el que viven.

Cartago Todos los docentes encuestados coinciden en que es viable el uso de los templos para la enseñanza de la geometría. En general, mencionan que el aprendizaje es más significativo para el estudiante y que es una herramienta para el docente. Además, agregan que el estudiante se identificaría con facilidad y le permitiría relacionar la geometría con el entorno, de modo que su aprendizaje adquiere sentido.

P1c: Importancia de este tipo de propuestas en la enseñanza de la matemática

Heredia Indican que es importante incluir este tipo de propuesta, para que el estudiante entienda que la matemática está aplicada en todas las cosas que nos rodean, y de esta forma el estudiante relacione la geometría con aspectos concretos de su

comunidad, pues son símbolos de nuestra vida cotidiana que pueden tener mucha utilidad para el aprendizaje.

San José Los docentes concuerdan que la contextualización de las matemáticas es importante y más aún, con elementos propios del entorno que les rodea, para generar interés de los estudiantes hacia las matemáticas, asimismo para la visualización de las aplicaciones que tiene, ya que muchas veces pasan desapercibidas para muchos.

Cartago Los docentes indican que es muy útil, fomenta el desarrollo cultural y permite relacionar el contexto con la enseñanza lo cual es muy importante porque a veces solo se le da énfasis al contenido matemático y se deja de lado lo práctico. Además, concuerdan en que relacionar el desarrollo de la clase con la realidad del estudiante mejora su interés y participación.

P2a: No considera factible hacer uso de los Templos para la enseñanza de geometría.

San José Un docente menciona que no considera que el templo donde labora tenga potencial arquitectónico que pueda usarse en la enseñanza de la geometría dado que la institución en la que trabaja no pertenece a una comunidad específica, y los estudiantes pertenecen a muchas comunidades, no obstante, sí considera que se pueda hacer uso de los elementos de los templos para la enseñanza de la geometría, además agrega que es importante este tipo de propuestas para la enseñanza en general de las matemáticas.

Nota: Elaboración propia

En resumen, 15 de los 16 docentes consideran que es viable e importante incluir los elementos arquitectónicos y estéticos de los templos para enseñar geometría.

En conclusión, el análisis realizado nos indica que los docentes manifiestan estar de acuerdo en la posibilidad o en la factibilidad de hacer uso de los elementos de los templos para la enseñanza de la geometría, ya que estos tienen potencial arquitectónico y están compuestos por figuras geométricas.

Por otra parte, los docentes concuerdan en la viabilidad de hacer uso de los templos para enseñar geometría, dado que es una forma de contextualizar la enseñanza, la matemática se vuelve más cercana a la realidad del estudiante de modo que su aprendizaje adquiere sentido, y es esto lo que el MEP busca que se logre a través de la contextualización activa y la resolución de problemas.

Los docentes coinciden en la importancia de contextualizar la enseñanza, y más aún con elementos propios del entorno como lo son los templos, pues fomentan el desarrollo cultural y permite relacionar la enseñanza con el entorno.

Como investigadores coincidimos, al igual que los docentes, que realizar este tipo de propuestas haciendo uso de los templos es pertinente ya que puede favorecer la conciencia y el aprecio por la cultura para preservarla, dado que estos representan un signo cultural. Asimismo, concordamos que relacionar los conocimientos matemáticos con el entorno sociocultural puede favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje, pues como lo mencionan los docentes este adquiere sentido para el estudiante y está en consonancia con los Programas de Estudio de Matemáticas propuestos por el MEP quienes proponen la contextualización activa como uno de sus ejes disciplinares que se deben abordar en la clases de matemáticas, en este sentido la propuesta se considera pertinente.

4.1.3. Momento

Se refiere al momento durante la clase en que se pueden trabajar actividades relacionadas con la geometría de los templos. Esta categoría se divide en tres subcategorías las cuales a su vez están divididas en tres niveles, para una mejor comprensión se puede consultar el anexo A3 (matriz de categorías). Además, se debe tener en cuenta que la información brindada es de los tres grupos de docentes consultados y para ello se trianguló.

4.1.3.1. Etapa formativa

La mayoría de los docentes encuestados respondió en la etapa formativa de los estudiantes de secundaria que debería darse información sobre los aspectos culturales de las matemáticas. Se observó que prefieren que se dé de forma transversal *integrado con otras asignaturas*.

En resumen, un docente de Cartago indica que se pueden integrar de forma permanente en los temas de matemáticas desarrollados en clase. Dos docentes mencionan que se pueden integrar en forma transversal durante la formación secundaria, sin embargo, no indican el momento. Mientras que todos coinciden en que en se debe integrar en la etapa formativa, información sobre aspectos culturales.

4.1.3.2. Etapa de la clase

Respecto a la etapa de la clase (al inicio, en medio o al final) en la cual haría uso de la estructura del templo para enseñar geometría, se pudo observar que la mayoría prefiere al inicio de la clase.

Además, dos docentes de Heredia consideran que depende del plan de clase, el tema y el ambiente se verá dónde es conveniente. Un docente de la Merced menciona que se debe planear el momento adecuado y otro docente que se puede desarrollar como un trabajo extra-clase.

Mientras que un docente de Cartago considera que el momento de la clase en que haría uso de la estructura del templo de la comunidad donde labora para enseñar geometría sería cuando sea oportuno para dar ejemplos. Y solo un docente no contestó a la pregunta.

4.1.3.3. Ubicación en el plan de estudios

En resumen, la Tabla 4.3 muestra los conocimientos de geometría por nivel, en los cuales cada grupo de docentes haría uso de los elementos geométricas de los templos.

Tabla 4.3

Conocimientos en el área de geometría

Nivel	Región	Conocimientos
Sétimo	Heredia	Conocimientos básicos de geometría, visualización espacial, ángulos y triángulos.
	San José	Conocimientos básicos de geometría (rectas y planos), ángulos y triángulos, áreas.
	Cartago	Plano cartesiano, geometría plana, conceptos básicos, cuadriláteros, cálculo de áreas y perímetros, polígonos regulares e irregulares.
Octavo	Heredia	Homotecia, geometría del espacio.
	San José	Triángulos, visualización espacial.
	Cartago	Cuerpos sólidos, triángulos, homotecias.
Noveno	Heredia	Geometría del espacio.
	San José	Teorema de Pitágoras y geometría del espacio.
	Cartago	Trigonometría, teorema de Pitágoras.
Décimo	Heredia	Polígonos, visualización espacial.
	San José	Circunferencia, polígonos, visualización espacial.

	Cartago	Circunferencia, visualización espacial, función lineal, función cuadrática.
Undécimo	Heredia	Homotecia, reflexiones, rotaciones, geometría analítica.
	San José	Geometría analítica, visualización espacial.
	Cartago	Visualización espacial, áreas, homotecias.

Nota: Elaboración propia.

Cabe mencionar que ningún docente conoce aspectos sociohistóricos del templo de la comunidad donde labora, pero indican que es un elemento importante en un pueblo o comunidad pues en muchos casos es un referente con el cual se sienten identificados.

Respecto a lo anterior, en el marco de esta investigación, consideramos que la mayoría de los docentes tienen conocimiento o están en consonancia con los Programas de Estudio de Matemáticas planteados por el MEP, en cuanto a la organización de las lecciones, ya que en estos se plantean dividir la clase en dos etapas, y precisamente es en la primera etapa de la clase en donde la mayoría de los docentes concuerdan que se debería usar los elementos de los templos para enseñar geometría. El MEP (2012), sugiere proponer un problema contextualizado o que resulte pertinente, para despertar el interés y la participación de los estudiantes, “se propone usar problemas en contextos reales que provoquen la construcción o uso de modelos. Se trata de diseñar problemas sacados de las informaciones de prensa, de la escuela, de la comunidad, de la clase, de Internet” (p.36). Sin embargo, esta propuesta va orientada a utilizar el contexto más cercano para crear identificación con la cultura.

4.1.4. Forma

Se refiere a la percepción manifestada por los docentes acerca de *utilizar los elementos geométricos de los templos para enseñar geometría, a través de los procesos matemáticos y los ejes disciplinares.*

A continuación, se presentan los resultados divididos en dos subsecciones, en la primera se describe la información obtenida sobre cada categoría de los procesos matemáticos la cual se organizó en una tabla y se dividió por templo, en la segunda se organizó de la misma manera, pero

por cada eje disciplinar, además, se hace una síntesis de los datos interpretados y se cierra con una conclusión.

4.1.4.1. *A través de los procesos matemáticos*

En la Tabla 4.4 se presentan los datos interpretados según cada indicador de la subcategoría *F1: A través de los procesos matemáticos*, estos datos se triangularon entre los docentes de la misma región.

Tabla 4.4

Implicación de los elementos de los templos a través de los procesos matemáticos que los docentes reconocen.

F1a: Razonando y argumentando

Región	Triangulación
Heredia	Se indica que los estudiantes podrán razonar y conectar, como elementos de los templos se pueden relacionar con las habilidades estudiadas y como la matemática sí se aplica en la vida diaria y en lo que nos rodea.
San José	Se menciona que se podría utilizar mediante un problema introductorio de la clase, donde tengan que desarrollar el pensamiento matemático mediante el entendimiento del problema, configuración de un plan, la ejecución y la revisión, los cuales son procesos que se relacionan con las formas típicas del pensamiento matemático que se mencionan en los Programas de Estudio de Matemáticas.
Cartago	Los docentes manifiestan que los estudiantes pueden determinar alguna medida, por sí solos encontrar una estrategia de cómo hacerlo y argumentar la solución con los compañeros. Además, observar alguna característica en la cual presenten una situación y de esta manera razonen la solución.

F1b: Planteando y resolviendo problemas

Heredia	Los docentes indican que los estudiantes podrán plantear y resolver problemas de acuerdo con lo que se observan, por ejemplos sobre áreas.
San José	Los docentes coinciden que se puede enseñar geometría haciendo uso de los elementos del templo mediante la resolución de problemas, por ejemplo, resolviendo problemas de áreas de figuras planas y sólidos, además de volúmenes.

Cartago Los docentes indican que los elementos geométricos que se observan en el templo se pueden utilizar mediante la resolución de problemas planteando ideas y modelos que permitan la solución de la situación planteada.

F1c: Comunicando

Heredia Un docente sugiere realizar una gira donde el estudiante con ayuda de una guía pueda identificar elementos geométricos y simetrías o semejanza, lo cual puede potenciar la capacidad de los estudiantes para expresar ideas matemáticas y sus aplicaciones usando el lenguaje matemático.

San José Sugieren que se podría solicitar a los jóvenes que identifiquen los polígonos en la fachada y con ello den resultados y argumentos de diversos ejercicios matemáticos, por otro lado, también pueden identificar rectas, planos, ángulos, figuras tridimensionales, esto siempre haciendo uso de la contextualización activa, donde según el plan de estudios esto potenciaría la capacidad de los estudiantes para expresar ideas matemáticas y sus aplicaciones usando el lenguaje matemático.

Cartago Un docente menciona que una vez planteada y resuelta una situación problema, es importante que el estudiante comunique al resto del grupo la solución obtenida, así como también la estrategia elegida.

F1d: Conectando

Heredia Ninguno de los docentes menciona la relación de las matemáticas con otras áreas o disciplinas.

San José Ninguno de los docentes menciona la relación de las matemáticas con otras áreas o disciplinas.

Cartago Un docente propone que mediante un trabajo de campo los estudiantes, en una gira educativa de Estudios Sociales, visiten el templo, tomen fotografías para la identificación y comparación de figuras geométricas estudiadas en clases. Por otra parte, otro docente menciona que es importante utilizar objetos físicos que son familiares para el estudiante, en este caso observar alguna característica del templo y relacionarlo con un concepto geométrico o plantear una situación. Finalmente, otro docente menciona que es necesario conectar los conceptos con el ambiente y el contexto.

F1e: Representando

Heredia Ninguno de los docentes respondió a esta pregunta.

San José	Aluden a que representen los elementos observados en sus respectivas nociones matemáticas como, por ejemplo, rectas, planos, ángulos, polígonos, apotema, radio, entre otros. Es decir que representen los elementos matemáticos en representaciones matemáticas.
Cartago	Los docentes mencionan que los estudiantes deben de presentar el proceso de estrategia elegida y la solución obtenida. Además, mediante la observación, representar cuáles elementos pueden describirse como conceptos básicos vistos en clase.

Nota: Elaboración propia.

En resumen, la Tabla 4.5 presenta el número de docentes que indicó como implicaría los elementos que observa en el templo para fortalecer los procesos matemáticos en el aula.

Tabla 4.5

Número de docentes que implicaría los elementos de los templos a través de los procesos matemáticos

Región	Procesos				
	Razonar y argumentar	Plantear y resolver problemas	Comunicar problemas	Conectar	Representar
Heredia	2	3	1	0	0
San José	4	5	4	0	1
Cartago	3	2	1	3	2
Total	9	10	6	3	3

Nota: Elaboración propia.

En conclusión, a pesar de que hubo docentes que no describieron en totalidad cómo se puede abordar los elementos de los templos a través de los cinco procesos matemáticos, unificando lo que cada docente indicó, se abarcaron todos. El que más describieron fue plantear y resolver problemas que a su vez lo relacionan con comunicar, razonar y argumentar.

4.1.4.2. A través de los ejes disciplinares

En la Tabla 4.6 se presentan los datos interpretados según cada indicador de la subcategoría *F2: A través de ejes disciplinares*, estos datos se triangularon entre los docentes de la misma región.

Tabla 4.6

Implicación de los elementos de los templos a través de los ejes disciplinares.

F2a: Potenciando las actitudes y creencias hacia las matemáticas

Región	Triangulación
Heredia	Dos docentes indican que con este tipo de propuestas se puede llevar un ambiente distinto de aula, que potencien las actitudes y creencias positivas hacia las matemáticas y que a su vez sirva para mostrarle a los estudiantes lo importante que es la matemática en nuestras vidas, que sirve para muchos ámbitos en nuestras vidas.
San José	Los docentes comentan que se debe trabajar en el pensamiento de que la matemática es un ente abstracto que no se relaciona con la realidad inmediata para contradecirlo, que el estudiante vea la importancia y la aplicación de la matemática, por ejemplo, para la construcción de edificaciones, se debe crear mayor aceptación de los estudiantes con las matemáticas.
Cartago	En general, mencionan que visibilizar la geometría presente en la estructura del templo permite mirar la parte matemática como una parte natural de todo lo que nos rodea. Todo lo que posee dimensión, forma y cantidad se puede modelar. Por lo que los estudiantes pueden razonar y analizar sobre la importancia de conocer las figuras que dan forma a una estructura arquitectónica para facilitar el aprendizaje. Además, se menciona que relacionar los conocimientos adquiridos con el entorno permite entender la aplicación de lo aprendido.

F2b: Por medio de la resolución de problemas

Heredia	Los docentes indican que se pueden utilizar las dimensiones del templo para determinar áreas que se puede desarrollar en la resolución de problemas.
San José	Los docentes comentan que se pueden diseñar diversos problemas haciendo uso de situaciones reales (contextualización activa), por ejemplo, involucrar el cálculo de áreas y perímetros de las figuras que se forman en el templo, comparar similitudes geométricas y diferencias que existen entre dos templos, o aplicar en problemas de simetría.
Cartago	Con respecto a la resolución de problemas los docentes indican que se deben dar ejemplos concretos tomados del entorno, por ejemplo, plantear y resolver problemas que involucren las formas geométricas de acuerdo a sus dimensiones o que tenga algún elemento del templo. Por otra parte, un docente propone la resolución de problemas con el cálculo de áreas y perímetros a partir de la utilización de planos.

F2c: Haciendo uso de la tecnología

- Heredia Con algunos programas, por ejemplo, GeoGebra, se puede crear estructuras similares a los templos donde se puede apreciar la geometría, lo cual puede mejorar la comprensión de las habilidades.
- San José Los docentes concuerdan que se puede trabajar con diversos programas matemáticos para modelar diversas partes del templo (circunferencias, parábolas), además de calcular las medidas de diversas figuras como triángulos (ángulos, lados, alturas).
- Un docente menciona que puede crear estructuras similares a los templos donde se pueda apreciar la geometría, es decir, que se puede trabajar con la realidad aumentada.
- Cartago Los docentes proponen lo siguiente: mediante videos mostrar templos e imágenes de lugares a los que no tienen acceso real, en otros paisajes, por ejemplo, las catedrales en Francia. Utilizar GeoGebra para representar diferentes figuras involucradas en escala. Utilizar AutoCAD (programa) en tres dimensiones. Uso de programas para agilizar el cálculo de operaciones con cantidades grandes.
-

F2d: Haciendo uso de la parte histórica de las matemáticas

- Heredia Un docente menciona que todos los templos tienen su historia religiosa y política, y dentro de ella se menciona datos numéricos como dimensiones o precios, otro docente menciona que se puede indagar qué relación existe entre la creación de dicha arquitectura y la geometría.
- San José Los docentes coinciden que se puede trabajar con la influencia de la matemática en la arquitectura sacra, de los inicios de la geometría y sus aplicaciones.
- Además, se menciona que se puede relacionar las figuras observadas y el origen de ellas y por qué son utilizadas en la construcción, ya sea por estética o por ser fundamental en la obra.
- Cartago Los docentes mencionan que los estudiantes podrían investigar cómo fueron contruidos y diseñados los templos, acerca del diseño del templo, relacionar la estructura del templo con edificaciones antiguas creadas con conceptos básicos matemáticos y dar una visión humanista de las matemáticas.
-

F2e: Contextualizando efectivamente

- Heredia Coinciden en que el hacer uso del templo de la comunidad puede tener mucha relación o impacto si es presentado en el aula, y al ser parte de la comunidad puede generar mucho interés.
-

- San José Mencionan que se puede hacer uso de los elementos arquitectónicos del templo para modelización de elementos geométricos.
- Cartago Para trabajar este eje disciplinario se propone como actividad dar un recorrido guiado por uno o varios templos observando características matemáticas. Es necesario conocer los ambientes en que se desenvuelven los estudiantes para desarrollar cualquier actividad.

Nota: Elaboración propia.

Consideramos que, a diferencia de lo ocurrido con los procesos matemáticos, los docentes fueron capaces de describir los ejes disciplinares, y aunque hubo docentes que no los describieron todos, se observa que tienen una idea más clara y concisa.

A modo de conclusión, en cuanto a las *actitudes y creencias positivas hacia la matemática* y la *contextualización activa* los docentes manifiestan que el mero hecho de vincular los templos con la enseñanza potencia la importancia de las matemáticas en nuestras vidas y sirve a su vez para hacerle ver al estudiante la aplicabilidad de estas en el entorno que lo rodea. La *resolución de problemas* la vinculan principalmente con las dimensiones de los templos y a través del cálculo de áreas. Para el *uso de tecnología* mencionan principalmente que se puede utilizar el software GeoGebra para representar figuras a escala y hacer el estudio de éstas y en cuanto al *uso de la historia* sugieren que se puede trabajar a través de datos numéricos e inclusive se puede pedir al estudiante que investigue cómo se construyeron los templos y relacionarlo con conceptos básicos de matemática.

Además, a partir de los resultados con respecto a la viabilidad de utilizar los elementos geométricos de los templos para enseñar geometría, a través de los procesos matemáticos y los ejes disciplinares, se constató que los docentes desconocen algunos procesos matemáticos por lo que presentaron dificultad al describirlos o en su totalidad no dieron ningún aporte en al menos un proceso. Sin embargo, tienen más claro los ejes disciplinares porque se evidencia mayor conocimiento sobre estos.

4.2. Descripción de las características socio-históricas de tres templos patrimoniales, desde una perspectiva etnomatemática

El objetivo específico número dos, planteado en el primer capítulo consistía en *describir características socio-históricas de tres templos patrimoniales, desde una perspectiva*

etnomatemática, para incorporarlas en una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría.

Para el cumplimiento del objetivo se hizo un estudio etnográfico y un estudio documental de los tres templos. El estudio etnográfico se realizó debido al reconocimiento de una necesidad de índole teórico y metodológico, puesto que desde el punto de vista teórico-etnomatemático, los investigadores tenían que ganar capacidad émica para poder hacer el análisis interpretativo, pero además desde el punto de vista de la investigación cualitativa se debía tener una capacidad reflexiva para poder tener todos los cuidados de objetivizar las subjetividades de los investigadores y, con esto, cuidar el rigor y la validez interna de la investigación.

A continuación, se presenta el estudio etnográfico y luego se presenta el estudio documental.

4.2.1. Sustento etnográfico de esta investigación desde el trabajo de campo con comunidades

¿Por qué está considerado este apartado dentro del informe de investigación, si no forma parte del planteamiento del estudio?

Como esta investigación tiene como base a la etnomatemática, se acuerda incorporar este apartado sobre la perspectiva sociocultural de los templos, desde las voces de las comunidades que aborda el trabajo etnográfico que se desarrolló, para poder tener una visión más amplia de los recursos socio-históricos e idiosincráticos de las comunidades, así como también, poder tener herramientas interpretativas, que a su vez nos permitiera hacer juicios objetivos, para garantizar la validez interna del trabajo. Así, el trabajo etnográfico con las comunidades donde se encuentran los templos permitió tomar una postura émica (desde adentro) al momento de realizar los análisis, y brindó capacidad reflexiva para identificar aspectos del trabajo de campo donde podían ocurrir sesgos interpretativos y con esto poder darle rigor y objetividad a la investigación.

Este estudio etnográfico abordó la perspectiva sociocultural de los templos, a partir de las voces de tres miembros de cada una de las comunidades donde se encuentran los templos, con la finalidad de tener un panorama más amplio que permitiera ver todos los ángulos del trabajo, pues esta parte de la investigación es vinculante con el conocimiento desde adentro y con ello podemos llegar a tener una postura émica.

Se realizaron alrededor de cinco visitas a cada una de las comunidades, esto para poder localizar a personas “expertas” de las comunidades a las que se les realizó una entrevista que estuvo a cargo

de los investigadores, quienes les explicaron sobre la autonomía, privacidad y confidencialidad con la que se iba a manejar la información, una vez que se les explicó el propósito de la investigación se procedió con la entrevista, la cual fue grabada mediante audio y se utilizó una guía de entrevista (anexo C1), el tiempo de duración ronda entre los 10 y 25 minutos, este tomando solo en cuenta las preguntas de la guía.

En total, se entrevistaron diez personas, cuatro de San Rafael (informantes 1, 2, 3 y 4), entre ellos un profesor y músico quien está muy involucrado en las actividades del templo, una ama de casa quién es descendiente de uno de los protagonistas que participó en la construcción del templo, un profesor pensionado quién es una de las personas más conocidas de la comunidad por su amplio bagaje y aporte al pueblo, además tuvimos la oportunidad de una pequeña entrevista con don Pompilio Segura, profesor pensionado e historiador de los más reconocidos de Heredia, y en particular es el referente de la comunidad por sus libros sobre la historia del templo y cantón. En cuanto a la Basílica se entrevistó a uno de los sacerdotes, a un oficinista del templo y un miembro de la comunidad que nació en el pueblo y vive a un costado del templo, el cual cuenta con un negocio que ha tenido por años (informantes 5, 6 y 7). En cuanto a La Merced se entrevistó al sacerdote del templo, a un ingeniero y a una persona adulta mayor de la comunidad (informantes 8, 9 y 10).

La información recabada se sistematizó y organizó en una matriz de Excel (anexo D1), y luego se trianguló según cada categoría de análisis por área geográfica donde se ubica el templo.

A continuación, se presenta la información organiza en tres categorías según lo que se preguntó en cada una de las entrevistas.

4.2.1.1. Percepción de la importancia del Templo y conocimiento sobre él

Respecto a la percepción de la importancia del Templo y conocimiento sobre él, se les preguntó a los informantes entre otras cosas: ¿Cuáles características socio-históricas conoce del templo de la comunidad donde labora? Por ejemplo: año de fundación, cuánto se duró en la construcción, cómo se financió, quiénes fueron los protagonistas, cómo se escogió el diseño, cuál es la advocación que tiene. ¿Cuál es su opinión sobre la importancia que tienen los templos (como espacio arquitectónico) para las comunidades? ¿Considera que el templo es representativo para la comunidad?

Percepción de los informantes de San Rafael

Según los informantes 2 y 4, “Se comenzó la construcción en febrero de 1887, se fue reuniendo *un poco de dinero para comenzar a construir y comprarle los terrenos a la gente, contratar al ingeniero un ingeniero famoso [no indica el nombre]*” (Informante-2). Además, todos coinciden en que “*fue iniciativa de los mismos feligreses de la época, donde en realidad el templo parroquial no era aquí en San Rafael sino era en San Josecito [...]*” (Informante 1).

Respecto a la importancia de los templos como espacio arquitectónico, algunos comentarios son: “*Siempre es un punto de referencia para mí y bueno para todas las personas para dar una dirección [...]*” (Informante-2), “*Bueno, el templo de San Rafael y casi que la mayoría de los templos, han sido el centro de población, es decir, se formaron o se construyeron en un sitio que fuera el centro de la población [...]*”(Informante-1), en otras palabras es “*El ombligo de la formación de un pueblo [...]*” (Informante-4). Además, consideran que el templo es representativo no solo para San Rafael, sino para Heredia y para Costa Rica, por su historia de más de 130 años, por el lugar, por el tipo de construcción, por los materiales utilizados, porque representa el centro de reunión del pueblo y además fue hecho para poder soportar cualquier terremoto gracias a sus bases de más de 4 metros de profundidad.

Percepción de los informantes de Cartago

Según la información brindada acerca de las características socio-históricas que conocen los miembros de la comunidad de Cartago sobre la Basílica Nuestra Señora de los Ángeles, los informantes 5 y 6 coinciden en la fecha de fundación del actual templo y esta concuerda con las fechas indicadas en los estamentos de la Basílica Nuestra Señora de los Ángeles. El Informante-5 contestó “*Bueno básicamente de lo que yo conozco históricamente del Templo de la Basílica es que el templo actual fue construido en 1912, pero existió un templo anterior a este, que por los terremotos de Cartago en 1910 se destruyó [...]*” y el Informante-6 respondió “[...] *como el anterior fue completamente o casi destruido con el terremoto de 1910, se inició el actual Templo en 1912, o sea 2 años después*”. Por otra parte, el Informante-7 contestó “*Yo soy nacido aquí, lo que yo me acuerdo es que la iglesia acaba de cumplir 375 años [...]*”. Sin embargo, ese dato no concuerda con la información obtenida en los documentos sociohistóricos consultados. Los tres informantes mencionan que los templos que estuvieron antes del actual fueron destruidos por terremotos y el

último fue casi destruido en 1910, además que al edificio del actual templo se le hicieron algunos refuerzos.

Con respecto a la opinión sobre la importancia que los templos tienen (como espacio arquitectónico) para las comunidades, en general los informantes de la comunidad de Cartago resaltan que los templos son importantes tanto por su significado espiritual como por su valor arquitectónico. El *Informante-5* contestó lo siguiente:

“[...] es un templo que quizás de mayor importancia a nivel espiritual y a nivel arquitectónico porque data de hace muchos años y es un templo que bueno, tiene muchas características arquitectónicas particulares y su belleza, su forma dicen que tiene una forma, viéndolo desde el aire tiene una forma de cruz griega, todas las decoraciones que tiene, arquitectónicamente es un templo muy importante”.

Al consultar si el templo es representativo los informantes 5 y 6 concuerdan en que además de ser un icono para la comunidad, lo es para la provincia de Cartago y para el país. El *Informante-6* contestó *“la Basílica de los Ángeles es un templo representativo no solo para la comunidad parroquial de los Ángeles o de Cartago, sino que es un Templo imagen del país [...]”* y el *Informante-5* por su parte manifestó lo siguiente:

“Por supuesto, claro que sí. De hecho, es un ícono, cuando hablan de Cartago ponen las Ruinas, ponen la Basílica y el volcán Irazú, pero dentro de las características de la provincia es el Templo la Basílica, en los anuncios comerciales hablan de Cartago ponen la Basílica, hablan de Costa Rica en general ponen la Basílica, entonces es un templo de bastante importancia y es un ícono tanto para la provincia como para el país”.

En resumen y según la información brindada los tres miembros de la comunidad de Cartago concuerdan en que el templo es importante y representativo para la comunidad.

Percepción de los informantes de La Merced

Respecto a la parte socio-histórica del templo de la Merced los informantes 8 y 10 coinciden en que el terreno donde se ubica el templo actualmente fue un intercambio con el gobierno.

El *Informante-10* menciona que *“[...] se construye la primera iglesia en 1815 de adobe y techo de paja [...]”*. Además, sobre el actual templo indica que *“[...] se construye en estructura semi-gótica, se coloca la primera piedra el 17 de junio de 1894 y lo hace el obispo de la época”*.

“El diseño arquitectónico estuvo a cargo del ingeniero Lesles Jiménez Bonafil y el arquitecto fue Jaime Carranza Aguilar, lo construyeron de ladrillo sobre socalo de piedra y la estructura está compuesta de 3 naves divididas por columnas de hierro. La nave central tiene 15 mts de altura con cielo raso de caoba y las naves laterales 9 mts de altura. La pintura original interna la realizó un artista que se llama de apellido Arie en 1920 [...]”
(Informante-8).

Sobre la importancia que tienen los templos como espacio arquitectónico, los informantes del Templo de Nuestra Señora de la Merced coinciden en la importancia espiritual que tienen estos para la comunidad. El *Informante-8* menciona:

“Es muy importante ya que le da un valor muy grande a la ciudad, el pueblo los visita con objetivos turísticos y espirituales. En muchas ocasiones los templos son patrimonio no solo arquitectónico sino un patrimonio de mucho valor para el pueblo [...]”.

Por otro lado, los informantes 8, 9 y 10 concuerdan en que el templo es representativo para la comunidad.

4.2.1.2. Percepción de la riqueza arquitectónica del Templo

Respecto a la percepción de la riqueza arquitectónica del templo, se les preguntó a los informantes entre otras cosas: ¿Por qué si es tan antiguo el templo no se ha caído, a pesar de fenómenos naturales? ¿Usted considera que el templo es bonito? ¿A qué le atribuye usted esa belleza? ¿En la estructura arquitectónica del templo, usted puede identificar figuras geométricas? ¿Cuáles elementos arquitectónicos o características estéticas pueden ser aprovechados para vincular el templo de la comunidad con la enseñanza de la matemática?

Percepción de los informantes de San Rafael

Los informantes 1, 2, 3 y 4 manifiestan que, gracias al pensamiento visionario, respecto a construir un templo que realmente representara a la comunidad fue que este ha soportado todos los fenómenos naturales.

Informante-1

“[...] ellos pensaron en algo de verdad, o sea hicieron cimientos de verdad, si no me equivoco las paredes tienen aproximadamente un metro de ancho, las paredes de ladrillo, eso en la parte expuesta, pero se dice que en los cimientos en la placa cuando se construye

dicen que ahí adentro entraba una carreta con sus bueyes exacto o sea podían entrar y pasar por el cimientto, entonces ellos pensaron en algo muy grande”.

Informante-4

“[...] Tiene muy buenos cimienttos y un plano elaborado por un experto ingeniero Lesmes Jiménez. Él había estudiado en Bélgica y allá vio templos góticos y pretendió hacer uno totalmente gótico, pero ese es apenas un asomo, no es gótico. No hay duda que la construcción se hizo sólida, fuerte por eso ha resistido”.

Como parte de la riqueza arquitectónica, desde su visión local logran identificar figuras geométricas en el techo, en los vitrales, en las columnas, en el viacrucis, en el rosetón, la cruz que forma el templo si se observa desde arriba. Además, mencionan que *“todo es cuestión de la visión que tenga el profesional que va a trabajar en eso”*, para que pueda aprovechar los elementos del templo para enseñar matemáticas, que inclusive se puede hacer uso de la tecnología para sacar dimensiones, es decir, hacer uso de una visión de afuera.

Por otra parte, los informantes de San Rafael mencionan que se pueden aprovechar frescos (pinturas) que tienen muchas figuras geométricas, además, de otros elementos como el número tres que es muy representativo porque representa la trinidad y se ve reflejado en las tres gradas para subir al presbítero, al altar mayor o las 12 columnas que sostienen a los apóstoles. El conocimiento que estos manejan es muy cultural y por ende su visión es local.

Percepción de los informantes de Cartago

Ante la pregunta *¿Por qué si es tan antiguo el templo no se ha caído, a pesar de fenómenos naturales?* las respuestas de los miembros de la comunidad de Cartago fueron las siguientes:

Informante-5:

“Por su construcción, el tipo de materiales utilizados, me imagino que debe tener un mejor reforzamiento, supongo que en aquel tiempo no había un código sísmico cómo se maneja hoy en día, pero si me imagino que las personas de antes, de esa época ya pensaron en hacer un Templo que durara y de hecho que así ha sido. Entonces, el tipo de materiales que se están utilizando y el tipo de construcción que se utilizó en ese momento era para hacer un templo duradero”.

Informante-6:

“Bueno, vemos que ya a nivel de arquitectura y a nivel de ingenieros en el momento de construir este templo ya tomaron sus medidas a pesar de que ha habido pues terremotos, temblores fuertes y todo, y bueno gracias a Dios se ha mantenido. Ya pensaron mucho en definir muy bien cómo levantar el Templo que no fuera una cuestión solamente de levantar y poner piedra sobre piedra si no buscar arquitectónicamente y estructuralmente o de forma de la ingeniería, buscar en ese contexto histórico buscar cómo resolver, de hecho, como les decía a finales de los años setenta se les da ese reforzamiento estructural a todas las paredes para prevenir cualquier situación [...]”.

Informante-7: “Las estructuras de antes eran muy buenas [...]”.

A manera de síntesis, los informantes consideran que si el templo no se ha caído es porque el material utilizado es de buena calidad y porque en el momento que se construyó se tomaron las medidas antisísmicas quizás porque ya desastres naturales habían destruido las anteriores estructuras. Además, por el reforzamiento que se les dio a las paredes es una estructura fuerte y los constructores de esa época pensaron en una construcción que durara más.

También, como parte de la riqueza arquitectónica los informantes identificaron figuras geométricas en la arquitectura del templo, a continuación, se muestra las figuras identificadas por los miembros de la comunidad.

Informante-5:

“Por ejemplo los arcos, de hecho, las paredes, las cúpulas, hay muchos elementos geométricos tanto en lo interno como en lo externo de la Basílica. En las cúpulas y en los arcos básicamente. Sí, y las paredes, no sé si también en las partes de las columnas que son como una especie de, bueno realmente no conozco la figura geométrica o como se llame, pero tiene una forma geométrica, pero ahí logro identificar una forma geométrica, exactamente”.

Informante-6: “[...] en la estructura podemos ver rombos, rectángulos, círculos, distintas figuras geométricas que están marcadas dentro de toda la arquitectura del templo”.

Informante-7: “Lo que he visto son los dibujos de las columnas, que son años desde que los hicieron hasta hoy en día, sin embargo, un año atrás vino un señor del Ministerio de Cultura e hizo una remodelación en las columnas”.

En resumen, los informantes identificaron figuras geométricas como rombos, rectángulos y círculos, y diseños geométricos en la estructura, como en paredes y columnas.

El *Informante-6* identificó cuáles elementos arquitectónicos o características estéticas pueden ser aprovechados para vincular el templo de la comunidad con la enseñanza de la matemática y mencionó lo siguiente:

“Hay figuras curvas, hay figuras líneas rectas, hay rectángulos, y cuadrados. Por ejemplo, usted se pone a ver las cúpulas, por ejemplo en la cúpula grande va encontrar un octágono, entonces bueno ahí, o la otra cúpula va encontrar un cuadrado en la base o un círculo en la base, las cúpulas pequeñas si bien es cierto tienen un círculo también por dentro tienen un cuadrado, todas las columnas digamos de arriba abajo son líneas, pero también hay círculos o hay formas en que tiene cuatro lados sin ser un cuadrado sino que son curvos”.

Los informantes logran identificar elementos arquitectónicos del templo, los cuales relacionan con conceptos geométricos que pueden ser desarrollados en el aula en una clase de matemática.

Percepción de los informantes de La Merced

Con respecto a la pregunta de qué por qué no se ha caído el templo, los informantes 8 y 9 coinciden en que al pasar del tiempo se han hecho restauraciones para que el templo se preserve y que esto ha sido gracias al pueblo que colabora. Por otro lado, el *Informante-10* acota sobre la durabilidad del templo *“este es neogótico ya las columnas son de hierro y las bases son de granito”* y a causa de ello el templo ha durado al pasar del tiempo.

En la parte arquitectónica, mencionan que existen diversas partes del templo en las que se puede identificar figuras geométricas como, por ejemplo, en la fachada, el piso, los vitrales, las ventanas, las columnas. El *Informante-10* afirma que *“toda esta llena de ángulos de geometrías”*.

Además, menciona, que *“La creatividad del docente es la que está en juego, si el maestro es creativo puede crear y ver formas de hacer formas de trabajo para que los muchachos puedan en un tema cualquiera.”*

4.2.1.3. Percepción de la importancia de implicar el Templo en las clases de matemática

Respecto a la percepción de la importancia de implicar el Templo en las clases de matemática, se les preguntó a los informantes, entre otras cosas: *¿Considera que el templo católico de la comunidad tiene elementos arquitectónicos o características estéticas que puedan utilizarse para*

enseñar matemáticas a nivel de educación secundaria? ¿Considera que es viable hacer uso de características los templos para la enseñanza de matemáticas? ¿Considera usted que es importante incluir este tipo de propuestas en la enseñanza de la matemática?

Percepción de los informantes de San Rafael

Por su parte, el *informante-1* menciona “[...] aunque no soy ni arquitecto ni constructor ni nada, pero el simple hecho de ver las cosas como están hechas logras observar eso. Si se pudiera trabajar, sería muy enriquecedor para los muchachos” (*Informante-1*). Asimismo, el *Informante-3* indica que es importante implicar el templo en las clases de matemática, pero que depende de cada docente ser creativo e ir más allá de lo que ya está escrito en los libros.

“Sí, por la necesidad de que los muchachos pongan los pies en la tierra y que la matemática no es nada imposible ni es difícil, simplemente es una forma o es una disciplina que con disciplina usted puede aprender [...]. Si hay visión del maestro, repito el maestro tiene que ser visionario no puede ser un hombre cerrado o una mujer cerrada que enseñan más que lo que ya está hecho y escrito en los libros, es decir, tiene que haber creatividad, jugar con lo que se tiene.”

Por otra parte, consideran que es viable hacer uso de características de los templos para enseñar matemáticas, ya que esto lo haría atractivo para los estudiantes y no algo tan abstracto, “*La parte teórica es importante pero la parte vivencial que yo puedo tocar que yo puedo expresar esa es la más importante. Por lo tanto, si es importante incluirlo*” (*Informante-1*).

“Lo haría atractivo porque dejaría de ser la matemática algo tan abstracto que yo eso era lo que nunca podía entender de números y de funciones y de ecuaciones y yo no entendía nada de eso, si fuera algo más concreto sería algo más interesante. Claro que sí es importante. Si es viable hacerlo me parece que es muy bueno” (*Informante-2*).

Percepción de los informantes de Cartago

En cuanto a la percepción de los informantes acerca de la importancia de implicar los elementos arquitectónicos de los templos en las clases de matemáticas, los tres miembros de la comunidad coinciden en que la idea es viable. El *Informante-5* dijo lo siguiente: “*Sí, porque como le digo el templo presenta muchas figuras geométricas, digamos tanto a nivel externo como en el interno y,*

este yo pienso que sí podría existir algunos elementos que pueden servir para una enseñanza, que se aplica la geometría en la arquitectura”.

Por otra parte, el *Informante-6* contestó:

“Bueno yo pienso que desde todos los elementos de la matemática donde muchas veces se utilizan figuras geométricas para todo el asunto, pues habiendo aquí tanta figura geométrica perfectamente pueden utilizar para enseñar la matemática. Igual usted en medio de todas esas figuras que encuentra usted puede hacer más figuras, más figuras geométricas. Porque no sé, si quiere puede coger un cuadrado que esté ahí o partir un rectángulo y hacer un triángulo”.

Con respecto a la viabilidad de hacer uso de características del templo en la enseñanza de la geometría, los tres informantes manifestaron que sí es viable. El *Informante-5* dijo lo siguiente: *“Claro que sí. No habría problema llevar la geometría del templo a las clases de matemática”.*

Por último, los informantes indican que sí es importante incluir este tipo de propuestas en la enseñanza de la matemática algunas de sus opiniones fueron las siguientes.

Informante-5:

“Sí, sí es parte de la enseñanza, y se presenta los elementos necesarios para poder instruir o enseñar en esta materia pues si claro es importante. Porque así la gente ve aplicada la geometría en la vida diaria y la ve aplicada, por ejemplo, a la hora de hacer una edificación, sería muy importante tener esos conocimientos para poder hacer algo bello”.

Informante-6:

“Yo pienso que sí, sería importante porque a veces se da la matemática como una cuestión árida una ciencia o una materia árida y yo pienso que la matemática en todo está, entonces saber descubrir precisamente cómo en toda esta arquitectura, en toda esta obra de arte podemos encontrar el uso de la matemática de hecho lleva matemática en centímetro a centímetro que tiene la Basílica, como iban a calcular esto sí, esto lo hacemos así pero ocupamos una base de esto. Detalles que tanto a nivel arquitectónico como de ingeniería se ocupa la matemática”.

Es importante resaltar que los miembros de la comunidad de Cartago consideran que al incorporar este tipo de propuestas los estudiantes pueden relacionar la matemática con el contexto y su uso en la vida diaria.

Percepción de los informantes de La Merced

Conforme a si el templo de la Merced tiene elementos arquitectónicos o características estéticas para enseñar matemáticas los informantes 8, 9 y 10 coinciden en que sí. De donde se recalca lo que menciona el *Informante-10*:

“[...] La matemática es tan terriblemente tediosa que por eso es que la odian. Si se logra enseñar a los estudiantes con base en la arquitectura o que la arquitectura sea un presupuesto también para que entiendan el sentido de la matemática se le puede sacar un provecho terrible. ¡Ahí tenés círculos tenés líneas rectas tenés líneas curvas tenés inclinadas, tenés ángulos obtusos, rectángulos, ángulos rectos, lo que se te ocurra está ahí!”

Respecto a la viabilidad del uso de las características de los templos para la enseñanza de matemáticas los informantes 8, 9 y 10 concuerdan en que sí es viable.

De donde el *Informante-9* explica que al hacer esto *“[...] representaría para el estudiante un aprendizaje más significativo, no sólo de aula. Al poder ir el mismo a observar el templo y descubrir las figuras que se pueden representar, según cada tema.”*

Asimismo, el *Informante-10* menciona que *“es cuestión de despertarle el encanto y la curiosidad al muchacho, y empiezan a ver todo lo que significa eso”,* y que *“cuando usted le logra llegar al estudiante para que le encuentre sentido a lo que estudia es otra cosa.”*

Por último, sobre la importancia de incluir este tipo de propuestas en la enseñanza de la matemática, los informantes 8, 9 y 10 indican que sí es importante y mencionan lo siguiente:

Informante-8: “porque fortalece el patrimonio cultural del país al enseñarlo a los más pequeños y a los jóvenes”

Informante-9: “porque [...] presentaría una forma diferente, más significativa de aprender las matemáticas.”

Informante-10:

“Cualquier medio o metodología por la cual el aprendizaje se convierte en significativo puede ser valioso, y cuando digo aprendizaje significativo que lo que dice la pedagogía, es porque vivieron lo que están aprendiendo [...] Cuando el aprendizaje se hace evidencia se convierte en significativo, ya no es enseñanza, es enseñanza y aprendizaje”

4.2.2. Sustento etnográfico de esta investigación desde el estudio documental

Respecto al *Estudio Documental* se recopiló información socio-histórica de los tres templos patrimoniales, mediante una búsqueda exhaustiva en bases de datos, bibliotecas digitales y físicas, así como en distintos medios digitales. Se visitó la Biblioteca Pública Mario Sancho Jiménez de Cartago, la Biblioteca Nacional de Costa Rica en San José y la Biblioteca Pública de Heredia.

En total se consultaron 85 fuentes, entre, libros físicos y digitales, capítulos de libros, revistas, y recortes de periódicos, de las cuales se tomaron como base para el estudio bibliográfico 13 del templo de San Rafael, 12 del templo Nuestra señora de la Merced y 12 del templo Nuestra Señora de los Ángeles.

De todas estas fuentes se construyó una matriz en Excel (anexo D3) para sistematizar la información a través de seis categorías de análisis: fundación, financiamiento, protagonistas, estructura, importancia cultural y terreno en el caso del templo de San Rafael.

A continuación, se presenta una síntesis de los resultados de cada templo por categorías.

4.2.2.1. Características socio-históricas del templo de San Rafael

El templo se ubica en la Provincia de Heredia, cantón San Rafael, distrito primero, fue declarado Patrimonio Histórico-Arquitectónico de Costa Rica el 27 de julio del 2004.

Fundación del templo de San Rafael

Según Segura (1983, 2009, 2016), a partir de 1859 la población rafaieleña comenzó a manifestar el deseo de levantar su propio templo. En 1859 se inició la edificación de la primera ermita en San Josecito (La República, 1986), fue inaugurada y bendecida por el sacerdote Manuel Ulate el 1 de junio de 1865 (Nacionales, 1986).

El acuerdo para construcción del actual templo fue tomado el 3 de julio de 1886, Segura (1983, 2009, 2016), Jiménez (2010), Castro (1983), Eco Católico (1986), La Nación (1986) y La República (1986) coinciden que en febrero de 1887 se iniciaron los trabajos, los bueyes hundían

los arados para abrir las zanjas de cuatro metros de profundidad para plantar las bases del actual templo.

Asimismo, Eco Católico (1986) y La Nación (1986) mencionan que el año de su conclusión no se puede definir con exactitud, se sabe que en 1903 se celebró en él la segunda misa, en 1905 la tercera y a partir de tal año se celebraron en el mismo las misas patronales. A partir de 1915, aun faltando muchos detalles, se le utilizó intensamente, celebrando en él toda clase de ceremonias. Y es en 1924 que se empezó a utilizar formalmente, cuando los temblores de la época arruinaron la ermita de San Josecito.

Financiamiento en la construcción del templo de San Rafael

Según Segura (1983, 2009, 2016), el presupuesto se fijó en 106440 pesos [el peso fue la moneda de Costa Rica hasta 1896, después de ese año la moneda oficial es el colón]. Asimismo, La Nación (1986) indica que el Ingeniero Lesmes Jiménez, encargado de elaborar los planos de construcción, fijó el presupuesto en un poco más 100 mil pesos, por lo que ambas versiones concuerdan.

Por otra parte, el acuerdo fue firmado por don Cleto González V., Ministro de Gobierno quien le comunicó a los rafaletos que, si se comprometían a aportar la mitad con sus suscripciones voluntarias, daría el permiso para que la otra mitad se recaudara por medio de turnos. Se reunieron todos, cada uno ofreció lo que pudo y de nuevo presentaron la solicitud, recibiendo el 5 de septiembre de 1887 la respuesta que, en vista que voluntariamente habían recaudado 53200 pesos para dicha obra, o sea aproximadamente la mitad de su costo, el señor presidente de la República acuerda conceder la autorización para que, bajo la vigilancia de la policía local se celebrara mensualmente un turno en cada barrio y además, cada año, uno general de todo el vecindario para que de esta forma puedan terminar de financiar la obra (Segura, 1983, 2009, 2016).

Protagonistas implicados en la fundación del templo de San Rafael

Segura (1983, 2009, 2016) y Castro (1983) coinciden en que el diseño original del templo es obra del Ingeniero Lesmes Jiménez Bonnefil, graduado de la Universidad Católica de Lovaina, en Bélgica. También participaron otros ingenieros como por ejemplo a partir de 1897 Guillermo Reitz, designado para ese fin por la Dirección General de Obras Públicas.

En el año 1890 Joaquín Ramírez C. donó en total 1234 pesos; Rafael Chaves de Ruíz donó un valioso cáliz que tenía enchape de oro; Micaela Garita de Ruiz, en 1910, hizo traer del extranjero

una imagen de San Vicente de Paúl; Cipriano Ramírez Badilla aportó varios miles de colones para la compra de imágenes y del santo sepulcro; José Sáenz Arce, miembro de la junta edificadora desde 1925 hasta su muerte en 1933, prestó dinero para el pago de planillas y materiales, dinero que se le devolvió por orden de su esposa; hubo más contribuyentes cuyos nombres se desconocen y también están aquellos que no teniendo fortuna económica, aportaron su trabajo, a veces gratuito, trabajando en el templo o colaborando en los turnos (Segura, 1983, 2009, 2016).

Estructura arquitectónica del templo de San Rafael

Segura (1983, 2009, 2016), Jiménez (2010), Castro (1983) y Zúñiga (2000) concuerdan en que el arquitecto Jiménez desarrolló un estilo de arquitectura gótica de mucha originalidad, ya que hace una síntesis formal y logra unir volúmenes puros, arcos ojivales y techos de fuerte pendiente a base de tres materiales: piedra, ladrillo y metal.

Por otra parte, La Nación (1986), afirma que el diseño se inspiró en la catedral de Notre Dame.

Segura (1983, 2009, 2016), Eco Católico (1986), La Nación (1986) y La República (1986) coinciden en que el templo adopta la forma de cruz latina con tres naves. La central de 20 metros de alto por 10 metros de ancho y 56 metros de longitud. Las laterales de 10 metros de ancho por 5 metros de ancho. La nave del crucero de igual ancho y alto que la central tiene 30 metros de largo.

Segura (1983, 2009, 2016) y Eco Católico (1986) coinciden en que los cimientos de hasta 4 metros de profundidad se comenzaron en el mes de febrero de 1887 y se necesitaron alrededor de 7000 carretas de material para hacer las bases.

Las paredes fueron construidas de ladrillo de tierra y luego se les repelló con mezcla de arena y cal. Mientras que la armadura y las columnas de hierro fueron construidas y traídas de Bélgica, constan de 710 piezas de hierro, trasladadas de Limón por ferrocarril hasta Heredia y de ahí al sitio de construcción en carretas de bueyes (Segura, 1983, 2009, 2016; La Nación, 1986; Jiménez, 2010).

Cuenta con 72 ventanas, 44 pequeñas, colocadas en la parte superior, 18 medianas a los lados, 5 alargadas detrás del altar mayor, éstas tienen 10 metros de alto por uno de ancho, 4 rosetones, 3 altares construidos en Austria (Segura, 1983, 2009, 2016; Eco Católico, 1986; La República, 1986)

Según Segura (1983, 2009, 2016), Jiménez (2010) y La Nación (1986) los vitrales llegaron desde Europa, en barcos franceses, por lo que se cree que fueron fabricados en Francia, son en total 72

ventanas y se colocaron durante 1905. Sin embargo, Castro (1983) menciona que los vitrales fueron traídos de Australia, donados por las poderosas familias.

Las puertas del templo fueron construidas de cedro, la principal por el rafaheño Juan María Valerio Campos. La primera campana data de 1887, el púlpito y el viacrucis son de fina madera tallada y fueron construidos en Tirol, Austria (Segura, 1983, 2009, 2016; Jiménez, 2010; Eco Católico, 1986, La República, 1986).

Importancia cultural del templo de San Rafael

En el año de 1818, autoridades religiosas, civiles y militares de la Costa Rica de aquellos tiempos llaman a todas las personas mayores de los barrios heredianos para cambiar el nombre de sus pueblos por nombres de santos. En esta rifa los vecinos de Piedra Grande salieron favorecidos con la imagen del arcángel San Rafael (Castro,1983). Durante mucho tiempo fue el mejor del país, “De alto valor arquitectónico y rica en detalles y acabados, la iglesia de San Rafael de Heredia es el fruto de una labor tesonera de la comunidad (...)” (La nación, p. 23, 13 de julio de 1986). Asimismo, "La iglesia se ve majestuosa desde diferentes ángulos de la ciudad de San Rafael de Heredia y es uno de los templos estilo gótico más hermoso del país" (La República, p. 31, 27 de julio de 1986).

El terreno del templo de San Rafael

Según Segura (1983, 2009, 2016), se escogió en cabildo abierto celebrado en agosto de 1885, con fuerte oposición de sus dueños. Dicho terreno era de varios dueños, dado que se formó de varios lotes y se adquirió a diez centavos la vara cuadrada (Segura, 1983, 2009, 2016; La Nación, 1986).

4.2.2.2. Características socio-históricas del templo de Nuestra Señora de Las Mercedes

El templo se ubica entre avenidas 2da y 4ta, calles 12va y 10ma en la ciudad de San José y fue declarado Patrimonio Histórico-Arquitectónico de Costa Rica el 7 de mayo de 1996.

Fundación del templo de La Merced

Según Villalobos (2000), Naranjo (2001) y Zamora (2011) la primera ermita de la Iglesia Nuestra Señora de la Merced fue un oratorio y se construyó en 1815 en donde actualmente se ubica el Banco Central, en San José Centro. Dicha ermita fue destruida debido a diversos sismos, por lo cual se decidió reconstruirla y a causa de más sismos, con el tiempo se fue deteriorando y fue

deshabilitada, lo que causó que se decidiera construirla en otro lugar. Gómez (2004) y S.N. (1979) coinciden que el templo que actualmente conocemos se empezó a construir en 1894.

Financiamiento del templo de La Merced

Según Martínez (2003) y Gómez (2004) el financiamiento de la construcción estuvo a cargo de donaciones de particulares que conforman el Club de Amigos de La Merced, así como el aporte de empresas privadas.

Protagonistas implicados en la fundación del templo de La Merced

Villalobos (2000), S.N. (1979) y Sanou (2010) mencionan que quien empezó con la construcción del tercer y actual templo de la Iglesia Nuestra Señora de la Merced fue el monseñor Thiel, quien era el sacerdote de la iglesia en ese tiempo.

El diseño estuvo a cargo del Ingeniero Lesmes Jiménez Bonnefil, junto con el arquitecto Jaime Carranza Aguilar (Villalobos, 2000; Bornemisza, 2009; Sanou, 2010; Zamora, 2011).

Estructura arquitectónica del templo de La Merced

La Prensa Libre (1979, 1994), Villalobos (2000), Gólcher (2001), Martínez (2003), Gómez (2004), Sanou (2010) y Zamora (2011) concuerdan que la iglesia tiene una estructura de estilo neogótico, con torres de aguja, vanos de las puertas y ventanas de forma ojival, rosetones, contrafuertes y tres naves. Inicialmente construida con una masa de ladrillos sin varillas de hierro, sin embargo, con el tiempo a causa del deterioro se remodeló y se introdujeron gruesas varillas para sujetar los cimientos de ladrillos, además posee una armadura de acero, y techo de caoba.

Gómez (2004), menciona que los pilares y el cielo raso fueron traídos desde Brechemen, Alemania, los vitrales se trajeron desde Bordeos, Francia, las campanas, de Francia, Alemania, Inglaterra y Bélgica y el reloj es de origen inglés

Importancia Cultural del templo de La Merced

La Iglesia Nuestra Señora de la Merced fue declarada Patrimonio Cultural en junio de 1996 (Villalobos, 2000; Gómez, 2004, Bornemisza, 2009).

Además, Martínez (2003) comenta que, por la arquitectura y su presencia urbana, la iglesia La Merced se considera uno de los inmuebles más importantes de la ciudad de San José.

4.2.2.3. *Características socio-históricas de la Basílica de Nuestra Señora de los Ángeles*

El templo se ubica en el Distrito Primero del Cantón Central de la Provincia de Cartago, fue declarado Patrimonio Histórico-Arquitectónico de Costa Rica el 20 de octubre de 1999.

Fundación de la Basílica de los Ángeles

Según Arrieta (1994), La República (1994) y Gómez (2007) el primer templo levantado fue en 1639 y luego se edificaron varios templos hasta llegar al templo actual.

Zamora (1991), Oreamuno (1994), La República (1994) y Gómez (2007) coinciden que entre 1674 y 1675 se construye la segunda ermita la cual fue destruida por un terremoto.

En 1822 la segunda ermita fue destruida por un fuerte terremoto y en 1824 se construye un nuevo templo, pero también fue destruido por un terremoto en 1910 (Oreamuno, 1994; La República, 1994).

Mora (1990), Zamora (1991), Gutiérrez (1994) y Arrieta (1994) coinciden que en 1912 se colocó la primera piedra para iniciar la construcción de la Basílica de Nuestra Señora de los Ángeles y concluyó en 1930.

Financiamiento de la Basílica de los Ángeles

Según Mora (1990), La República (1994) y Gómez (2007) se conformó una Junta Edificadora para la construcción del templo. Además, Mora (1990) y Gómez (2007) coinciden que para recaudar fondos se realizaron turnos, fiestas, llegaron limosnas recogidas en todo el país para cubrir los gastos y se recaudaron fondos por medio del sistema metro pared por el cual las personas donaban lo que costaba entonces un metro.

Protagonistas implicados en la fundación de la Basílica de los Ángeles

La Junta Edificadora convocó a concurso para elegir las personas a cargo de la obra, el proyecto ganador fue el del Ingeniero Luis Llançh, el encargado de dirigir la obra fue el señor Ramón Picado y José Fabio Garnier estuvo a cargo de la fachada de la obra. (Mora, 1981; Lagos, 1990; Mora, 1990; Zamora, 1991; Gómez, 2007; Teletica, 2006).

Mora (1981) y Gómez (2007) mencionan que se presentaron cuatro proyectos al concurso y el propuesto por el Ingeniero Luis Llançh fue el proyecto escogido, por su estabilidad contra terremotos.

Estructura arquitectónica de la Basílica de los Ángeles

La estructura fue comprada en United States Steel Rail Co de Nueva York. (Mora, 1981; Zamora, 1991).

Según Mora (1990), Oreamuno (1994), La República (1994) y Muñoz (1997) la estructura tiene forma de cruz, construida de cemento armado reforzado con varilla de acero y block. Además, coinciden en que el templo tiene dos cúpulas grandes y dos pequeñas, dos torres con sus respectivos campanarios y una colección de 33 vitrales hechos en Alemania.

Importancia cultural de la Basílica de los Ángeles

La Basílica Nuestra Señora de los Ángeles tiene valor tanto histórico como cultural por su antigüedad, el valor arquitectónico de su diseño y otros elementos por los cuales fue declarada Patrimonio Histórico-Arquitectónico de Costa Rica y después declarada Monumento Nacional por la Asamblea Legislativa. (Gómez, 2007).

Respecto a los anterior, en el marco de esta investigación, a partir de los resultados expuestos y el análisis realizado se presentan los siguientes hallazgos.

Consideramos que los templos de Costa Rica juegan un papel primordial, dado que constituyen uno de los elementos más representativos de cada región del país, pues en cada pueblo y comunidad existe un templo que exhibe “el más valioso resultado del esfuerzo comunal, genera sentido de identidad y sentimiento de pertenencia” (Rodríguez, 2008, p.1).

De acuerdo con la información brindada por los miembros de la comunidad, se rescata y resalta el esfuerzo del pueblo para llevar a cabo la edificación y el papel protagónico que ellos jugaron, ya que para financiar la obra se unieron y esta fue resultado del esfuerzo de muchos, por lo que es importante enaltecer el valor del patrimonio cultural de los templos.

Para describir las características socio-históricas de los tres templos patrimoniales, desde una perspectiva etnomatemática, se hizo un análisis desde el componente émico. Dicho análisis se realizó a partir de las ideas desarrolladas en las investigaciones de Rosa y Orey (2012); Orey y Rosa (2015), por lo que se tomó en cuenta la postura de distintos autores de los documentos históricos consultados y además se abordó la historia de los templos a partir del conocimiento de las personas entrevistadas quienes los consideran como un legado de sus antepasados el cual se debe conservar.

Es importante resaltar que, en general, la información brindada por los miembros de la comunidad concuerda con la obtenida en los documentos históricos.

4.3. Descripción de características arquitectónicas de los templos, desde una perspectiva etnomatemática, para incorporarlas en una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría.

Esta sección corresponde a la visión ética (desde afuera) del estudio etnomatemático. Se realizaron observaciones a los tres templos en estudio desde una perspectiva ética, con las que se logró identificar los elementos geométricos presentes en las distintas partes interiores y exteriores de los templos que pueden ser aprovechados para elaborar actividades para enseñar geometría en educación secundaria, específicamente los conocimientos descritos en la Tabla 2.2.

La información que se expone proviene de tres observaciones en cada templo, una por cada investigador, es decir, en total se realizaron nueve observaciones. Cabe mencionar, que el trabajo de campo con comunidades expuesto en la sección anterior fue desarrollado, previo a la observación de los templos.

Para recoger la información se utilizó un instrumento de observación diseñado por los investigadores (anexo C4) el cual fue validado a través de su aplicación por cuatro docentes de matemática como se describe en el Capítulo III. Los datos obtenidos se sistematizaron en una tabla de Excel (anexo D4) y se realizó una descripción de lo observado (anexo D5).

A continuación, se presentan los resultados obtenidos a través del análisis interpretativo. En esta sección no se presenta la información organizada, ya que se organiza en el instrumento de observación que fue utilizado. Si el lector quiere profundizar sobre ésta, puede revisar los Anexos D4 y D5.

4.3.1. Conocimientos por nivel según templo observado

La Figura 4.1 compara el potencial de los tres templos para abordar los conocimientos de transformaciones en el plano de undécimo año, la cual se elaboró a partir de las tres observaciones realizadas a cada templo. En ella se puede observar que los templos con mayor potencial son el templo de Nuestra Señora de la Merced y el de San Rafael de Heredia, obteniendo este último una mejor puntuación a nivel general, dicha puntuación es la sumatoria de las observaciones realizadas por los investigadores.

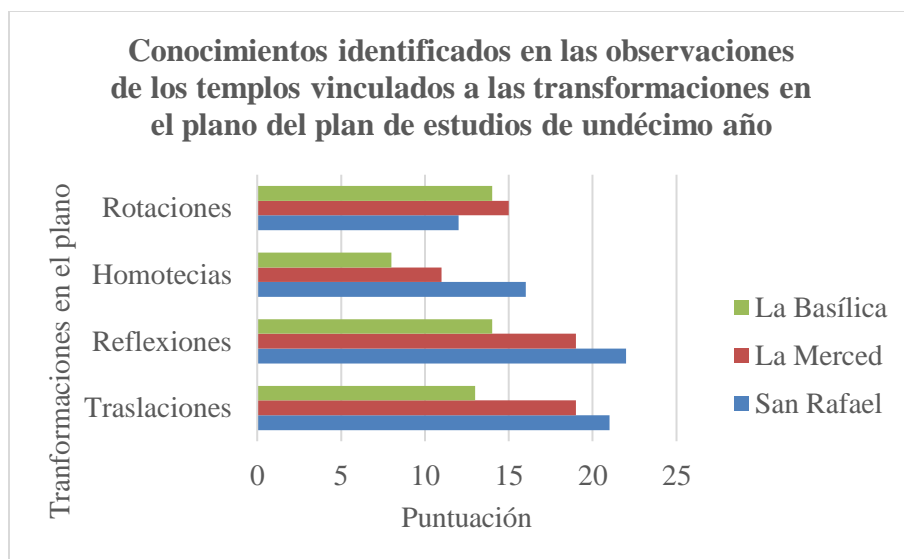


Figura 4.1: Conocimientos identificados en las observaciones de los templos vinculados a las transformaciones en el plano del plan de estudios de undécimo año.

Nota: Elaboración propia.

La Figura 4.2 compara la puntuación obtenida de los tres templos para abordar los conocimientos de polígonos de décimo año, la cual se elaboró a partir de las tres observaciones realizadas a cada templo. En ella se puede observar que el templo de Nuestra Señora de la Merced tiene mejor puntuación en áreas, perímetro y lado, sin embargo, el de mayor potencial a nivel general para abordar los conocimientos de polígonos es el templo de Nuestra Señora de los Ángeles (La Basílica).

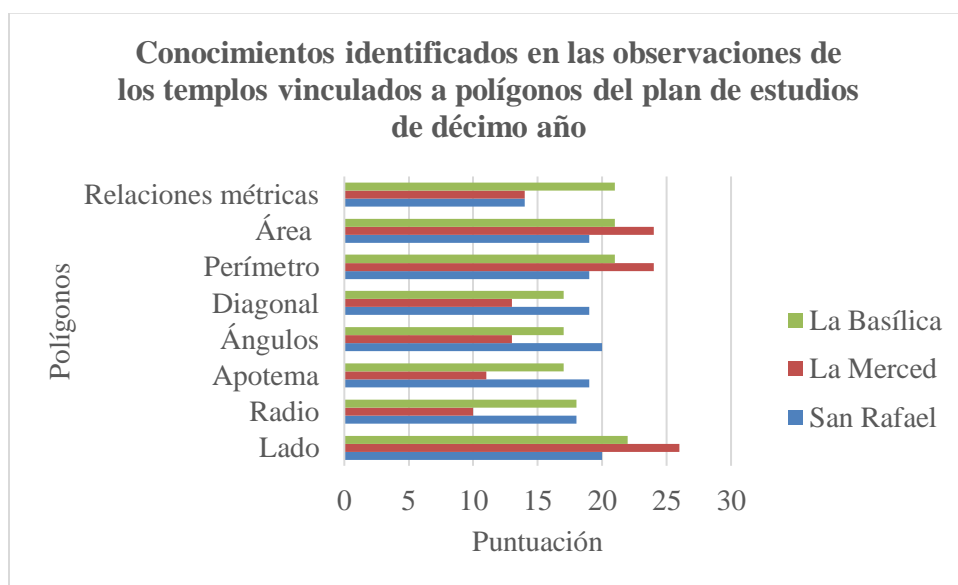


Figura 4.2: Conocimientos identificados en las observaciones de los templos vinculados a polígonos del plan de estudios de décimo año.

Nota: Elaboración propia.

La Figura 4.3 compara el potencial de los tres templos para abordar los conocimientos de visualización espacial de octavo año, la cual se elaboró a partir de las tres observaciones realizadas a cada templo. Se debe tener en cuenta que el conocimiento de sección plana es consecuencia de los otros dos, y a pesar de que el templo de San Rafael obtuvo mejor puntuación, a nivel general el de mayor potencial para abordar los conocimientos de visualización espacial es el templo de Nuestra Señora de la Merced.

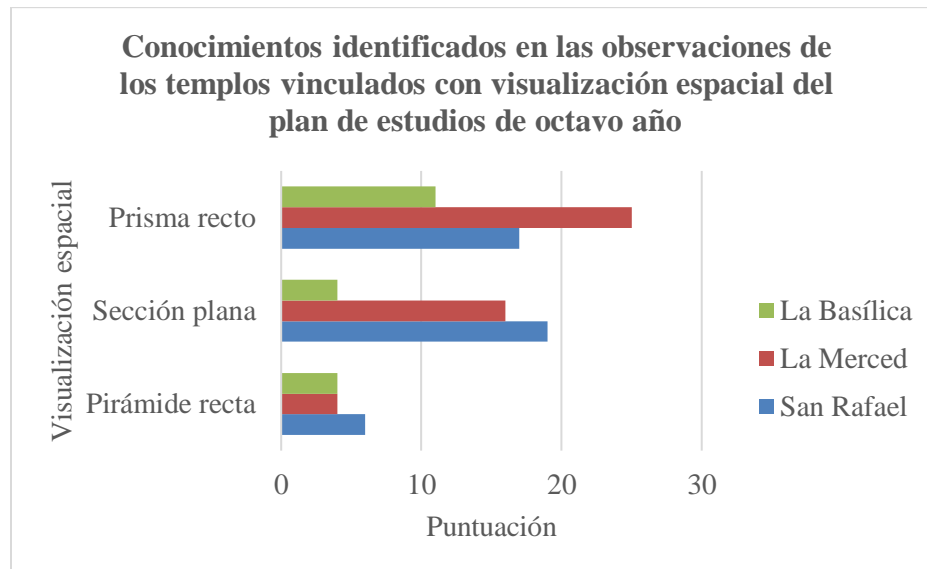


Figura 4.3: Conocimientos de visualización espacial de octavo año según lo observado para ser abordado en cada templo.
Nota: Elaboración propia.

En conclusión, para efectos de la propuesta didáctica, se abordará visualización espacial a partir de los elementos del templo de la Merced, polígonos a partir del templo de la Basílica y transformaciones en el plano a partir de los elementos del templo de San Rafael. Cabe mencionar, que lo que buscan los investigadores, es que la propuesta didáctica sirva de guía para que los docentes la ajusten según el contexto donde se encuentren y puedan aplicarla, por esta razón no se trabajaran los elementos de los templos en conjunto, sino más bien a partir de los elementos de cada templo se abordará uno de los conocimientos descritos anteriormente.

A continuación, se detallan los elementos arquitectónicos que pueden ser utilizados en la propuesta didáctica.

4.3.2. Elementos arquitectónicos para utilizar en la propuesta didáctica según los templos.

Por medio de las observaciones, se logró identificar partes interiores y exteriores de los templos con mayor potencial didáctico para el desarrollo de habilidades en geometría. Se pudo contrastar

elementos interiores y exteriores entre los templos que se podrían vincular para enseñar geometría según los conocimientos en estudio. Sin embargo, para efectos de la investigación, interesa más comparar el potencial de los elementos para utilizarlos en la propuesta didáctica, según se definió en el apartado anterior.

En la Figura 4.4 se puede observar que los elementos arquitectónicos del templo de San Rafael con más potencial didáctico para la enseñanza de transformaciones en el plano en undécimo año son los pisos hidráulicos, la fachada, el cielorraso y los rosetones, ya que fueron los elementos con mayor puntuación, dicha puntuación es la sumatoria de las observaciones realizadas por los investigadores. Por otra parte, la nave central, el transepto, el crucero, el coro, el ábside y el capitel no obtuvieron puntuaciones.

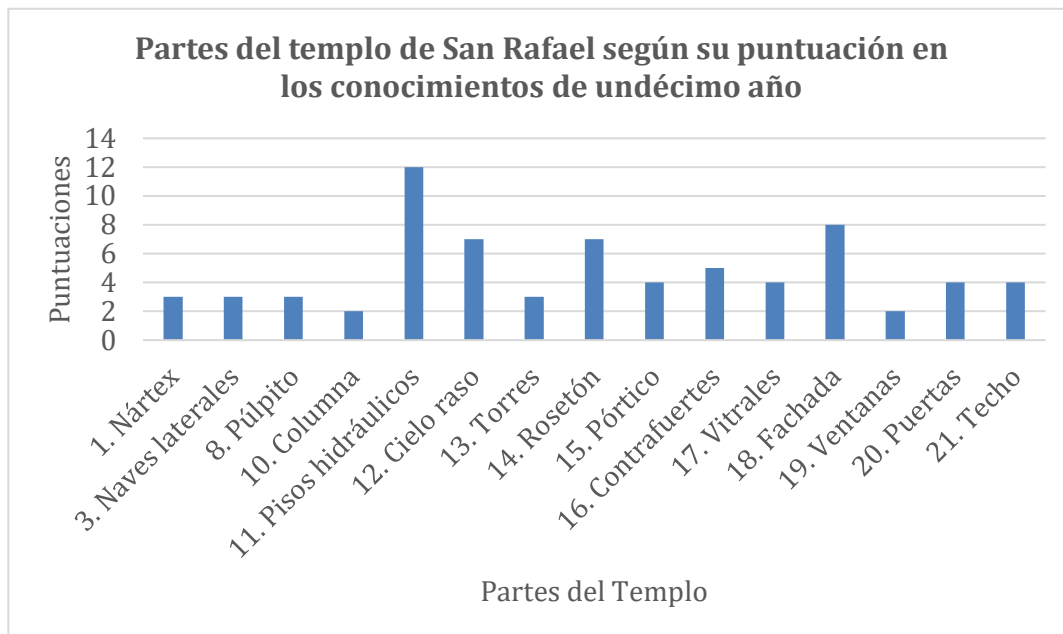


Figura 4.4: Potencial didáctico de cada elemento del templo de San Rafael para abordar los conocimientos de undécimo.

Nota: Elaboración propia.

En la Figura 4.5 se puede observar que los elementos arquitectónicos del templo de Nuestra Señora de la Merced con más potencial didáctico para la enseñanza de visualización espacial en octavo año son las torres, la nave laterales y central, así como el nártex y transepto además del techo. Por otra parte, el ábside, el púlpito, el capitel, la columna, los pisos hidráulicos, el cielo raso, el rosetón, el pórtico, los vitrales, las ventanas y las puertas no obtuvieron puntuaciones.

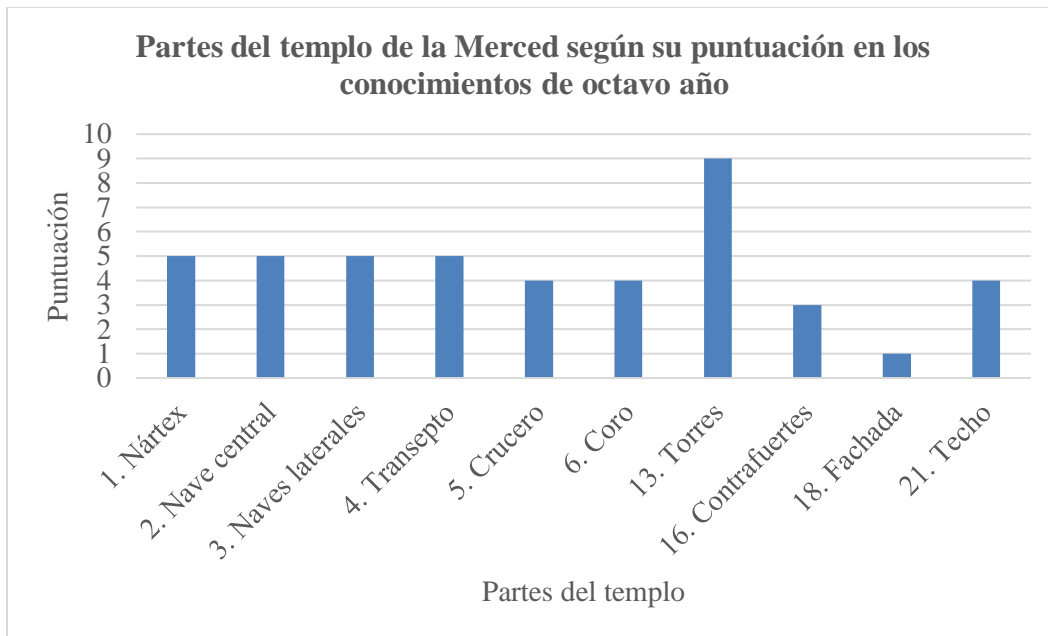


Figura 4.5: Potencial didáctico de cada elemento del templo la Merced para abordar los conocimientos de octavo.

Nota: Elaboración propia.

En la Figura 4.6 se puede observar que los elementos arquitectónicos del templo de la Basílica de los Ángeles con mayor potencial didáctico para la enseñanza de polígonos a nivel de décimo año son: la fachada, el cielo raso, las torres y el techo. Por otra parte, la nave central, las naves laterales el transepto, el crucero, el coro, el ábside, el capitel y el rosetón no obtuvieron puntuaciones.

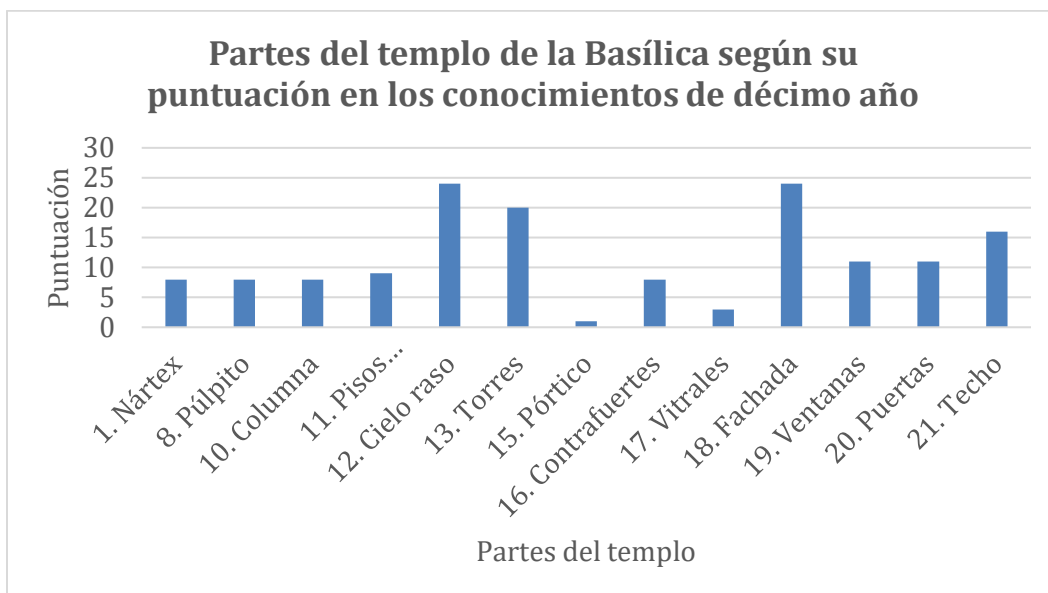


Figura 4.6: Potencial didáctico de cada elemento del templo de la Basílica de los Ángeles para abordar los conocimientos de décimo año.

Nota: Elaboración propia.

A modo de reflexión es importante recordar que los templos en Costa Rica son representativos para las diversas comunidades, ya que les dan identidad a los pueblos y constituyen uno de los más valiosos resultados del esfuerzo comunal, lo que genera sentimiento de pertenencia, además que estos poseen elementos sociohistóricos y arquitectónicos con potencial geométrico para realizar un análisis etnomatemáticos.

El enfoque curricular de los Programas de Estudio de Matemáticas, se basan en la resolución de problemas en donde se busca la relación entre la enseñanza de las matemáticas y el entorno que nos rodea, ya sea físico, social y/o cultural; lo cual involucra y hace referencia a la etnomatemática, aunque no se perciba de esa forma.

4.4. Elementos de índole etnomatemático y didáctico para generar actividades didácticas

El objetivo específico cuatro planteado en el Capítulo I, consiste en: “Determinar los elementos de índole etnomatemático y didáctico que deben tomarse en cuenta para generar actividades didácticas para la enseñanza de la geometría”.

El mismo fue abordado de manera transversal a los objetivos anteriores y se puede indicar que es producto de ellos. Se presenta a continuación una serie de reflexiones que surgieron a raíz del análisis etnomatemático. A continuación, se presentan los elementos de índole etnomatemático y didáctico que deben tomarse en cuenta para generar actividades didácticas.

4.4.1. *Relación de los Programas de Estudio de Matemáticas y el Programa de Etnomatemática*

Con base en el trabajo de campo etnográfico y las indagaciones bibliográficas se evidencia la relación existente entre los ejes curriculares de los Programas de Estudio de Matemáticas vigentes y las dimensiones del Programa de Etnomatemática, para las cuales Rosa, Orey y Gavarrete (2017) mencionan que “están relacionadas entre sí y sus objetivos permiten analizar las raíces socioculturales del conocimiento matemático” (p. 72).

A la luz de todo el trabajo etnomatemático que se hizo, suscitó diversas relaciones en los investigadores, con el afán de representarlo en la investigación, esas reflexiones se van a organizar a través de cada eje curricular de los Programas de Estudio de Matemáticas y la relación con las diversas dimensiones del Programa de Etnomatemática, teniendo en cuenta que hay ejes con más predominio que otros.

4.4.1.1. Resolución de problemas

En los Programas de Estudio de Matemáticas vigentes la resolución de problemas es el enfoque principal, y se solicita resolver problemas relacionados con el entorno tanto real, físico, social y cultural (MEP, 2012). De esto se resalta la pertinencia de este trabajo con los ejes curriculares, dado que en la propuesta didáctica se brindan diversas estrategias para la comprensión y resolución de problemas, en los que se contextualiza elementos sociohistóricos de diversos templos de Costa Rica. Por otro lado, se destaca la conveniencia del adecuado uso del lenguaje cuando se debe hablar sobre los elementos del templo, dado que es importante que tanto profesores como estudiantes conozcan y reconozcan los nombres de las partes del templo.

Desde la perspectiva anterior, este eje se relaciona con las siguientes dimensiones del Programa de Etnomatemática:

- **Dimensión Conceptual:** dado que en la resolución de problemas se debe tener en cuenta las nociones del lenguaje, signos y significados compartidos (D'Ambrosio, 2013).
- **Dimensión Cognitiva:** pues se vincula con el desarrollo del conocimiento matemático y la relación entre el conocimiento, comportamiento y la acción que tiene cada persona algo en especial (Gavarrete, 2012), en este caso con los templos.
- **Dimensión Epistemológica:** puesto que se propone comprender y tratar de explicar el desarrollo de las construcciones de los templos con la tecnología de la época.
- **Dimensión Histórica:** por los aspectos sociohistóricos de los templos.

4.4.1.2. Contextualización activa

Este eje va de la mano con la resolución de problemas, dado que cuando se brindan ejemplos y proponer ejercicios se alude a contextualizar con el entorno. La idea principal de este eje es identificar, usar y diseñar modelos matemáticos adecuados a partir de situaciones reales del entorno (MEP, 2012). La presente propuesta vincula la comunidad con el contexto real del estudiante.

Desde la perspectiva anterior, este eje se relaciona con las siguientes dimensiones del Programa de Etnomatemática:

- Dimensión Conceptual: dado que para una adecuada contextualización se requiere un uso correcto del lenguaje, es decir, si se habla de los templos hay que hablar con los términos apropiados de cada elemento tanto arquitectónico como didáctico.
- Dimensión Histórica: en el planteamiento de ejercicios en los que se involucre la historia de los templos y su evolución con los años, tanto de forma arquitectónica como matemática.
- Dimensión Educativa: en la propuesta didáctica, siendo esta replicable en cualquier templo, para el abordaje de geometría.

4.4.1.3. Historia de la matemática

En la presente propuesta se pretende resaltar los conocimientos tanto históricos como matemáticos detrás de las construcciones de los templos, y el eje historia de la matemática sugiere mostrar la parte humana de las matemáticas (MEP, 2012).

Desde la perspectiva anterior, este eje se relaciona con las siguientes dimensiones del Programa de Etnomatemática:

- Dimensión Histórica: por la parte socio-histórica del trabajo.
- Dimensión Política: porque se fomenta el rescate del patrimonio arquitectónico cultural y el rescate de la cultura, donde cada estudiante pueda imaginar y reflexionar sobre la evolución arquitectónica, y de los conocimientos de nuestros antepasados, que a pesar de que en la época en que fueron construidos los templos no existían las herramientas actuales y a pesar del tiempo, muchos de estos templos siguen en pie y en buen estado.

4.4.1.4. Dominio afectivo

La potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las Matemáticas: Se adopta una visión integral y humanista para la enseñanza de las matemáticas, planteando cinco actitudes a desarrollar, la perseverancia, confianza en la utilidad de las matemáticas, participación activa y colaborativa, autoestima en relación con el dominio de las matemáticas, así como el respeto, aprecio y disfrute de las matemáticas.

Desde la perspectiva anterior, este eje se relaciona con las siguientes dimensiones del Programa de Etnomatemática:

- Dimensión Política: puesto que los templos son representativos para las diversas comunidades de Costa Rica.
- Dimensión epistemológica: porque a partir de la evidencia se busca entender, comprender, explicar y tratar con la realidad.
- Dimensión educativa: puesto que esta incorpora los valores humanos tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de las matemáticas, con el fin de humanizar y contextualizar la educación matemática.

4.4.1.5. Uso de la tecnología

En esta era de tecnología es muy importante utilizar diversas herramientas digitales, las cuales se usen de forma lúcida y adecuada (MEP, 2012). En la propuesta didáctica se desarrollan actividades con diversos softwares matemáticos.

Desde la perspectiva anterior, este eje se relaciona con las siguientes dimensiones del Programa de Etnomatemática:

- Dimensión Epistemológica: como se mencionó anteriormente, para la comprensión de los conocimientos de la época tanto históricos como matemáticos, al momento de la construcción de los templos.
- Dimensión Educativa: puesto que la utilización de herramientas tecnológicas es importante para la etnomodelación.

Por otro lado, cabe resaltar, que las actividades universales propuestas por Bishop (1999): contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar, detalladas en el capítulo dos se abordan en la propuesta didáctica y es ahí donde se describen según la actividad que se propone por nivel.

4.4.2. Elementos de índole etnomatemático y didáctico para generar actividades didácticas para enseñar geometría

En cuanto a los elementos de índole etnomatemático que se pueden tomar en cuenta para generar actividades de aula, se presentan los siguientes resultados donde se destaca la importancia del templo como espacio arquitectónico para dar identidad a la comunidad.

Tabla 4.7

Características socio-históricas de los tres templos desde la perspectiva émica elegidas por los investigadores



Categoría	Templo		
	San Rafael	Nuestra Señora de la Merced	Nuestra Señora de los Ángeles
Fundación	1887-1924	1824	1912-1930
Financiamiento	El pueblo financió la obra por medio de suscripciones, donaciones y turnos.	Donaciones de particulares que conforman el Club de Amigos de La Merced y empresas privadas.	Para recaudar fondos se realizaron turnos, fiestas, llegaron limosnas recogidas en todo el país para cubrir los gastos y se recaudaron fondos por medio del sistema metro pared
Protagonistas	Ingeniero: Lesmes Jiménez Bonnefil. Donadores: Joaquín Ramírez C., Rafael Chaves de Ruíz, Micaela Garita de Ruiz, Cipriano Ramírez Badilla y otros miembros de la comunidad. Miembro de la Junta Edificadora: José Sáenz Arce.	Procedió con la construcción: Monseñor Thiel. Diseño: Ingeniero Lesmes Jiménez Bonnefil y arquitecto Jaime Carranza Aguilar.	Ingeniero: Luis Llanç. Encargado de la obra: Ramón Picado. Encargado de fachada: José Fabio Garnier.
Estructura	El templo adopta la forma de cruz latina con tres naves y de arquitectura gótica. Vitrales fabricados en Francia y la armadura y columnas fueron traídas de Bélgica. Las paredes fueron construidas de ladrillo de tierra y luego se les repelló con mezcla de arena y cal	De estilo neogótico, con torres de aguja, vanos de las puertas y ventanas de forma ojival, rosetones, contrafuertes y tres naves. Vitrales traídos de Francia	La estructura tiene forma de cruz, construida de cemento armado reforzado con varilla de acero y block.
Importancia Cultural	Templo de estilo gótico de alto valor arquitectónico y declarado patrimonio Histórico Arquitectónico en julio del 2004.	Declarado Patrimonio Histórico-Arquitectónico de Costa Rica en mayo de 1996.	Declarada Patrimonio Histórico Arquitectónico de Costa Rica en octubre de 1999 y Monumento Nacional en mayo del 2001.

Nota: Elaboración propia.

En cuanto a los elementos de índole didáctico, por medio de las observaciones y el estudio realizado, se distribuyó cada nivel por templo y además se determinaron los elementos de cada templo con mayor potencial didáctico para abordar los conocimientos de geometría que se utilizarán de cada nivel, lo cual se resume en la Tabla 4.8.

Tabla 4.8

Distribución de niveles y elementos con mayor potencial desde la perspectiva ética

Templo de San Rafael		
Conocimientos undécimo	Partes del templo con potencial didáctico	Ilustración
Transformaciones en el plano <ul style="list-style-type: none"> ▪ Traslaciones ▪ Reflexión ▪ Homotecias ▪ Rotaciones 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Pisos hidráulicos ▪ Fachada ▪ Cielorraso ▪ Rosetones 	
Templo de Nuestra Señora de los Ángeles		
Conocimientos décimo	Partes del templo con potencial didáctico	Ilustración
Polígonos <ul style="list-style-type: none"> ▪ Lado ▪ Radio ▪ Apotema ▪ Ángulo Central ▪ Ángulo interno ▪ Ángulo externo ▪ Diagonal ▪ Perímetro ▪ Área ▪ Relaciones métricas 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Fachada ▪ Cielo raso ▪ Torres ▪ Techo. 	
Templo de Nuestra Señora de las Mercedes		
Conocimientos octavo	Partes del templo con potencial didáctico	Ilustración

- Visualización espacial
- Pirámide recta
 - Caras laterales
 - Base
 - Apotemas
 - Ápice (cúspide)
 - Altura
 - Sección plana
 - Prisma recto
- Torres
 - Nave central
 - Naves laterales
 - Nártex
 - Transepto
 - Techo.



Nota: Elaboración propia

Al tener potencial didáctico cada una de las partes de los templos mencionadas, se puede utilizar una o varias de ellas para generar las actividades de aula, lo cual va a depender de la creatividad de los investigadores quienes serán los encargados de diseñar la propuesta didáctica.

4.5. Propuesta didáctica a partir del análisis etnomatemático de los templos de Costa Rica para la enseñanza de la Geometría en Educación Secundaria

El objetivo específico número cinco plantea *Diseñar una propuesta didáctica a partir del análisis etnomatemático de los templos de Costa Rica para la enseñanza de la Geometría en Educación Secundaria*. Para el cumplimiento de este objetivo se utilizaron los elementos de índole etnomatemático y didáctico obtenidos, y los planteamientos teóricos y metodológicos establecidos por el MEP.

4.5.1. El diseño de la propuesta

El diseño consta de tres partes, en las que se elaboró un plan de trabajo por cada templo. A partir de los elementos de la Basílica de Cartago se abordan habilidades que tienen que ver con polígonos del plan de estudios de octavo año. Con base en los elementos del templo de San Rafael se abordan habilidades de transformaciones en el plano del plan de undécimo año, y a partir de los elementos del templo de La Merced se desarrollaron conocimientos de visualización espacial del plan de décimo año.

A su vez, cada una de las partes de la propuesta están conformadas por los siguientes elementos: primero, se propone una reseña socio-histórica del templo que permite poner en contexto a los estudiantes; luego, aparece una tabla con aspectos curriculares que tienen que ver con: el área, nivel, conocimientos, habilidad, aprendizajes esperados e indicadores de aprendizaje esperados

planteados por el MEP, que le permite al docente organizar su acción de aula; posteriormente, se propone la estrategia de mediación la cual está dividida en las dos etapas que propone los Programas de Estudio de Matemáticas de Costa Rica. La primera corresponde al aprendizaje de conocimientos, y la segunda a la movilización y aplicación de los conocimientos; además se incorpora un apartado con los conocimientos matemáticos que fundamenta la parte teórica que se debe trabajar y por último se propone un instrumento que permite evaluar a los estudiantes.

Se decidió elegir dichos elementos a través de un consenso por parte de los docentes investigadores, basados en la experiencia de cada uno, además, las actividades de mediación fueron diseñadas por ellos y también se adaptaron algunas actividades preexistentes en libros de texto de educación secundaria y en otros documentos como artículos de investigación y divulgación. La adaptación implicó modificarlas para utilizar los elementos de los templos y para que aportaran al desarrollo de las habilidades propuestas en los Programas de Estudio de Matemáticas.

Cabe mencionar que estas actividades están diseñadas según los conocimientos que se seleccionaron antes de realizar el trabajo de campo, pero bien se pueden aprovechar otros elementos de los templos para trabajar otros conocimientos, incluso conocimientos que no tienen que ver con geometría.

Las actividades se diseñaron de guía para que los docentes las ajusten según el contexto donde se encuentren y puedan aplicarlas, ya que los templos tienen mucha riqueza arquitectónica y cultural que se puede aprovechar en las clases de matemática y no solo en el área de Geometría, de ahí su importancia como signo cultural.

4.5.2. Conformación de las partes de la propuesta

- Reseña socio-histórica del templo: contiene elementos de índole etnomatemático, tales como: la fundación, el financiamiento, la estructura, los protagonistas y la importancia cultural.
- Aspectos curriculares: considera el área, nivel, conocimientos, habilidad, aprendizajes esperados e indicadores de aprendizaje esperados que el MEP facilita en las plantillas de planeamiento, dichas plantillas son de uso obligatorio y se encuentran en la [CAJA DE HERRAMIENTAS PARA DOCENTES](#), que brinda el MEP.

- Estrategias de mediación: descripción de las actividades utilizando los elementos de índole didáctico, divididas en las etapas propuesto por el MEP (Etapa I: aprendizaje de conocimientos, Etapa II: movilización y aplicación de conocimientos) donde se trata de abordar la mayor cantidad de indicadores.
- Conocimientos matemáticos: requeridos por los docentes para abordar la temática.
- Instrumento de evaluación: instrumento para evaluar las habilidades, mismo que el MEP facilita en las plantillas de planeamiento, las cuales se pueden obtener de la [CAJA DE HERRAMIENTAS PARA DOCENTES](#). Además, se brinda un formato de rúbrica que permite hacer el registro del desempeño de los estudiantes.

4.5.3. *La propuesta didáctica*

PRESENTACIÓN

Estimada persona docente, el presente documento corresponde a una propuesta didáctica que se realizó como parte de la investigación “Etnomatemáticas de los Templos: una propuesta para contextualizar la enseñanza de la geometría en la educación secundaria en Costa Rica” y fue requisito parcial para optar por el grado de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática en la Universidad Nacional.

El material está organizado en tres propuestas, una por templo donde se desarrollan actividades partiendo del templo como signo cultural. La primera propuesta es haciendo uso del templo Nuestra Señora de los Ángeles y se desarrollan conocimientos y habilidades de polígonos de décimo año. Luego, se presenta la propuesta utilizando el templo de San Rafael y en esta se proponen actividades para abordar conocimientos y habilidades de transformaciones en el plano de undécimo año. Por último, se presenta la propuesta haciendo uso del templo Nuestra Señora de la Merced con actividades para abordar conocimientos y habilidades de visualización espacial de octavo año.

Además, cada propuesta está dividida en las dos etapas que proponen los Programas de Estudio de Matemáticas de Costa Rica. Por lo tanto, la primera etapa corresponde al aprendizaje de conocimientos y la segunda a la movilización y aplicación de los conocimientos.

En la primera etapa se utiliza la resolución de problemas como estrategia didáctica, considerando los cuatro momentos: la *propuesta de un problema* en este caso contextualizado, el *trabajo estudiantil independiente* donde se le brinda tiempo a los estudiantes para el trabajo individual, en parejas o en subgrupos, en el cual no hay interacción de parte de la persona docente. Luego, sigue la fase de *la discusión interactiva y comunicativa* la cual es una parte conjunta entre los estudiantes y profesor para valorar y contrastar los resultados. Por último, se propone la *clausura o cierre* que consiste en hacer una síntesis conceptual de todos los conocimientos matemáticos abordados en el problema, que la persona docente lo puede realizar a través de un mapa conceptual, un esquema, una lluvia de ideas, preguntas generadoras o haciendo uso de alguna herramienta tecnológica como Kahoot, Quizizz, Socrative, Mentimeter, entre otros, esto va depender de cada persona docente y los recursos con los que cuente.

En la etapa 2 (de movilización y aplicación de los conocimientos aprendidos) se propone una serie de actividades que tratan de obtener que se trabajen de forma mecánica algunos de los procedimientos aprendidos, y que amplíen su dominio de las formas de expresión o representación de los conocimientos.

Este material está dirigido a docentes de matemática que imparten octavo, décimo o undécimo año en la educación pública costarricense, debido a que se adapta a los actuales Programas de Estudio de Matemáticas del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

La principal función es brindar a la persona docente una serie de actividades para la enseñanza y el aprendizaje de geometría de los distintos niveles anteriormente mencionados, estos desde una visión sociocultural y que contribuya al desarrollo de los procesos matemáticos.

De manera general, en este material encontrará situaciones relacionadas con los templos y actividades haciendo uso de recursos tecnológicos como GeoGebra.



SIGNO CULTURAL:

BASÍLICA NUESTRA SEÑORA DE LOS ÁNGELES (CARTAGO)



Figura 1: Basílica Nuestra Señora de los Ángeles.
Fuente: catálogo fotográfico de TFG.

Las actividades que aquí se desarrollan parten de la Basílica Nuestra Señora de los Ángeles considerada un signo cultural tanto para los costarricenses como para las personas de la provincia de Cartago.

La Basílica de Nuestra Señora de los Ángeles considerada un legado para

los habitantes de Cartago por su valor tanto histórico como cultural. Esto por ser un sitio de peregrinación para muchos costarricenses devotos a la Virgen de los Ángeles y porque es un templo declarado Patrimonio Arquitectónico de Costa Rica.

El templo tiene gran valor para la comunidad cartaginés ya que para recaudar fondos para su construcción en 1930 se realizaron turnos, fiestas, colectas, donaciones de todo el país y rifas de animales, es decir, es resultado del esfuerzo de los habitantes de esa época.

El diseño de la base tiene forma de cruz griega y se hizo con cemento armado reforzado con varilla, madera y acero. La construcción cuenta con dos cúpulas octogonales, montadas sobre un cuadrado de seis metros de lado; una sobre el presbiterio y la otra sobre el centro de la cruz griega que forma la planta de la Basílica.

La construcción del templo concluyó en 1930 y la primera gran intervención a la estructura del edificio se da en 1976 seguida por los trabajos del 2004. En el año 1990 se declara e incorpora al Patrimonio Histórico-Arquitectónico de Costa Rica la Basílica Nuestra Señora de los Ángeles.



Aspectos curriculares

ÁREA: Geometría	NIVEL: décimo año	CONOCIMIENTOS	Habilidad	APRENDIZAJES ESPERADOS		INDICADORES DEL APRENDIZAJE ESPERADO
				Pautas para el desarrollo de la habilidad	COMPONENTE DEL PROGRAMA DE ESTUDIOS	
		Polígonos <ul style="list-style-type: none"> • Lado • Radio • Apotema • Ángulo central • Ángulo interno • Ángulo externo • Diagonal • Perímetro • Área • Relaciones métricas 	Pensamiento Sistémico. Habilidad para ver el todo y las partes, así como las conexiones entre estas que permiten la construcción de sentido de acuerdo con el contexto.	Patrones dentro del sistema. (Abstrae los datos, hechos, acciones y objetos como parte de contextos más amplios y complejos).	Determinar la medida de perímetros y áreas de polígonos en diferentes contextos. Determinar las medidas de los ángulos internos y externos de polígonos en diversos contextos. Determinar la medida de la apotema y el radio de polígonos regulares y aplicarlo en diferentes contextos.	Identifica patrones al determinar las medidas de diferentes elementos de los polígonos, del perímetro y del área



Estrategia de mediación

Etapa I: aprendizaje de conocimientos

A. Propuesta del problema.

El estudiante analiza un problema contextualizado propuesto por la persona docente con el fin de que observe polígonos e identifique patrones respecto a sus elementos. Además, la persona estudiante explora relaciones métricas y propiedades de los polígonos.

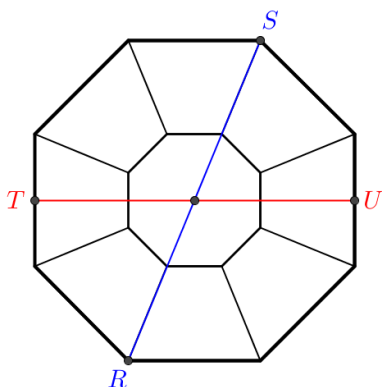
1. ¿Ha visitado el templo de Nuestra señora de los Ángeles? ¿Ha observado la cúpula? ¿Qué forma tiene la cúpula?
2. Observe la imagen que corresponde a la base de la cúpula del templo de la Basílica de los Ángeles en Cartago.
 - i. Marque con colores los polígonos que observa en la base de la cúpula.
 - ii. Nombre con letras los vértices de los polígonos que observa.
 - iii. Nombre los polígonos que observó según el número de lados.



Figura 2: Cielorraso de la Basílica Nuestra Señora de los Ángeles.

Fuente: catálogo fotográfico de TFG.

3. La siguiente figura representa la base de la cúpula de la imagen anterior.



Don Marcos trabajó 30 años en el área de mantenimiento del Templo de Nuestra Señora de los Ángeles y dice que las medidas de la construcción de la base de la cúpula son las que se presentan en la siguiente tabla.

Parte del templo	<i>TU</i>	<i>RS</i>
Cúpula	4,8 m	5,2 m

Considerando las medidas facilitadas por don Marcos y la figura, responda las siguientes preguntas que se necesitan conocer para la reparación y remodelación de algunas partes de la base de la cúpula:

- i. ¿Se puede concluir que la base de la cúpula es regular? Justifique su respuesta
- ii. ¿Qué pasaría si la base de la cúpula no es regular? ¿Qué pasaría con la forma de la cúpula?
- iii. Se necesitan reemplazar las reglillas que forman las bases de la cúpula si solo tenemos las medidas que nos brinda don Marcos. ¿Cuántos metros de reglilla se necesitan comprar?

B. Trabajo Estudiantil Independiente

Con respecto a las actividades anteriores los estudiantes trabajan en forma cooperativa para discutir y resolver el problema inicial.

C. Discusión interactiva y comunicativa

Los estudiantes expresan las conclusiones a las que llegaron y justifican las respuestas, por medio de una lluvia de ideas.

D. Clausura o cierre

A partir de la discusión anterior con las personas estudiantes la persona docente amplía la explicación de los conceptos requeridos y junto con los estudiantes construye la fundamentación teórica correspondiente al concepto de polígonos regulares y sus elementos, perímetro y área, a través de un mapa conceptual, un esquema, una lluvia de ideas, preguntas generadoras o haciendo uso de alguna herramienta tecnológica como Kahoot, Quizizz, Socrative, Mentimeter, entre otros, lo cual va a depender de cada persona docente y los recursos con los que cuente.

Se brinda un ejemplo de una actividad en Quizizz para que sirva de guía para la persona docente:

<https://quizizz.com/admin/quiz/60d64235bf298f001d86c3c1>

Etapa II: movilización y aplicación de conocimientos

Los estudiantes resuelven ejercicios y problemas relacionados con las habilidades en estudio. Una vez que los estudiantes finalicen de resolverlos se hace revisión y se aclaran dudas.

Actividad 1

La siguiente figura corresponde al plano del techo del templo Basílica Nuestra Señora de los Ángeles.

1. Coloree de rojo los polígonos regulares y de verde los polígonos irregulares que observa en la figura.
2. Actualmente se desean remplazar las reglillas de la base de la cúpula octagonal señalada con la flecha, si el lado de la base de la cúpula es de 3 m. ¿Cuántos metros de reglilla se deben comprar?
3. Para una celebración que se llevará a cabo en el templo, se desea diseñar una manta de tela con un diseño acorde a la celebración que cubra la base octagonal de la cúpula ¿Cuánta tela se necesita para cubrir la base de la cúpula octagonal del templo si el lado mide 2 metros y apotema 2,4 metros?

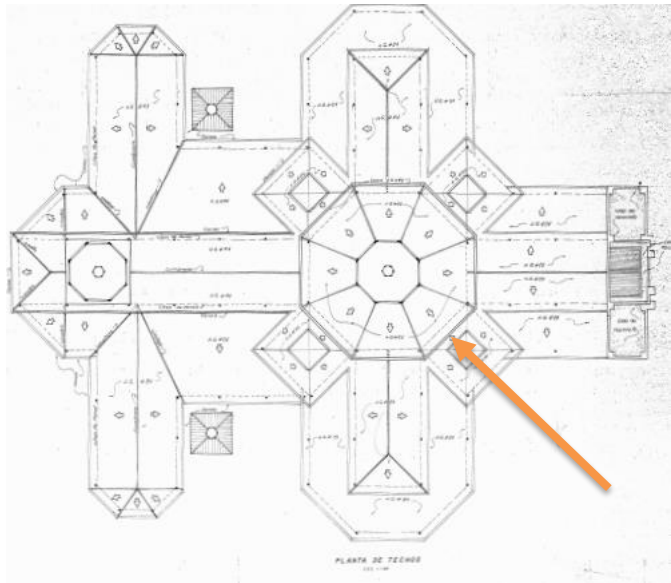


Figura 3: Plano del templo de la Basílica.

Fuente: <http://www.patrimonio.go.cr/busqueda/Inmueble.aspx>

Actividad 2

La siguiente imagen corresponde a una toma aérea del techo del templo Nuestra Señora de los Ángeles.

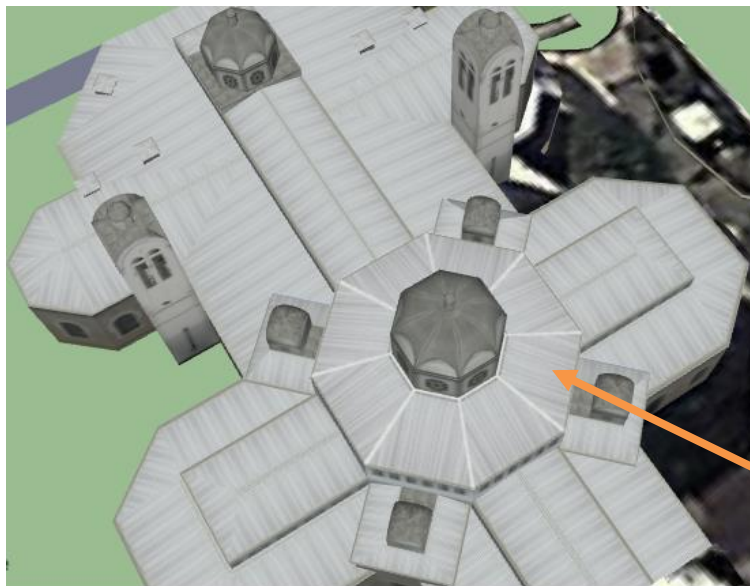


Figura 4: techo del templo de Nuestra Señora de los Ángeles.

Fuente: elaboración propia.

Actualmente en el templo se encuentran en periodo de mantenimiento por lo que se desea pintar la sección del techo que se señala con la flecha a vuelta redonda. Dicha sección se encuentra

delimitada entre dos octágonos regulares. De acuerdo con lo que menciona Manuel, quien desde que nació ha vivido en Cartago y es el encargado de los trabajos de mantenimiento del templo, las dimensiones de los octágonos que delimitan esa sección son 1 metro de lado por 1,2 metros de apotema las medidas del octágono pequeño y 3 metros de lado por 3,6 metros de apotema las medidas del octágono más grande.

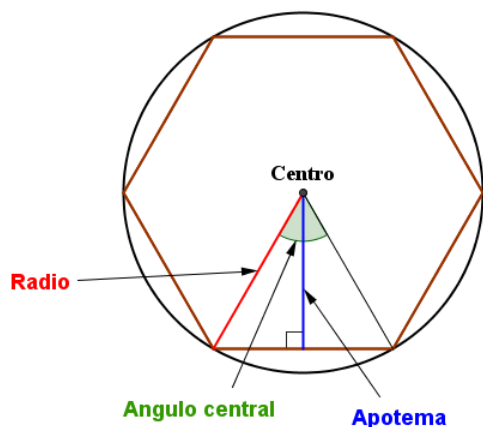
De acuerdo con la información anterior.

1. ¿Cuál es el área de la sección del techo señalada con la flecha a vuelta redonda que se va a pintar?
2. ¿Cuántos galones de pintura se requieren para pintar la sección del techo que se señala con la flecha a vuelta redonda, si cada galón cubre $35 m^2$ de superficie?



Conocimientos matemáticos

Un **polígono regular** es convexo y todos sus lados y ángulos son congruentes entre sí.



Elementos:

El segmento formado de la unión del centro y cualquier vértice del polígono corresponde al **radio**.

La **apotema** es el segmento perpendicular a un lado del polígono desde su centro.

El **ángulo central** de un polígono regular se obtiene al dividir 360 entre el número de lados del polígono.

El **perímetro** de un polígono regular se obtiene del producto entre la medida del lado y el número de lados.

El **área** de un polígono regular se obtiene al multiplicar el semiperímetro por la apotema.



Instrumento de evaluación

Indicador (Pautas para el desarrollo de la habilidad)	Indicadores del aprendizaje esperado	Nivel de desempeño (Según los niveles del Modelo Van Hiele para la enseñanza y aprendizaje de la geometría que identifican formas de razonamiento geométrico y las pautas a seguir para fomentar la consecución de niveles más altos)		
		Inicial (Visualización)	Intermedio (Descripción)	Avanzado (Relacional)
Patrones dentro del sistema	a. Identifica patrones al determinar las medidas de diferentes elementos de los polígonos, del perímetro y del área.	Menciona regularidades al determinar las medidas de diferentes elementos de los polígonos, del perímetro y del área.	Describe reglas para determinar las medidas de diferentes elementos de los polígonos, del perímetro y del área.	Indica fórmulas para determinar las medidas de diferentes elementos de los polígonos, del perímetro y del área.

A continuación, se presenta un ejemplo de rúbrica para evaluar el trabajo cotidiano, la persona docente la debe completar con el nombre de los estudiantes y anotar el nivel de desempeño que el estudiante logre por cada indicador de aprendizaje, usando los números de la escala.

Rúbrica de Trabajo Cotidiano Matemáticas

Profesor:

Sección:

Periodo:

Nivel de desempeño	
3	Avanzado.
2	Intermedio.
1	Inicial.

Estudiantes				Indicadores
#	Apellido	Apellido	Nombre	a
1				
2				
⋮				

SIGNO CULTURAL:

Templo de San Rafael (Heredia)



Figura 5: Templo de San Rafael.
Fuente: catálogo fotográfico del TFG.

El templo de San Rafael constituye un signo cultural para las personas de la comunidad, por su alto valor histórico y arquitectónico rico en detalles y acabados, el cual tiene más de 130 años de construcción y es considerado la joya de la comunidad.

Es un punto de referencia para dar direcciones, ya que se encuentra ubicado en el centro de la comunidad y nace gracias a una labor tesonera de la comunidad iniciada hace más de un siglo, fue declarado e incorporado al Patrimonio Histórico-Arquitectónico de Costa Rica el 27 de julio del 2004, el diseño original es del arquitecto

Lemes Jiménez, quien desarrolla un estilo de arquitectura gótica de mucha originalidad, ya que hace una síntesis formal y logra unir volúmenes puros, arcos ojivales y techos de fuerte pendiente a base de tres materiales: piedra, ladrillo y metal.

En febrero de 1887 se iniciaron los trabajos de construcción del actual templo. El acuerdo fue tomado por el Obispo Monseñor Bernardo Augusto Thiel, el 3 de julio de 1886, la primera piedra fue colocada en 1887, pero la falta de organización ocasiona que los trabajos se desarrollen con mucha lentitud, llegando incluso a paralizarse.

No existe fecha exacta de la finalización de la obra, se sabe que en 1903 se celebró en él la segunda misa y en 1905 la tercera. El templo se empezó a utilizar formalmente a partir de 1924, cuando los temblores de esa época arruinaron la ermita de San Josecito.



Aspectos curriculares

		Conocimientos	Habilidad	APRENDIZAJES ESPERADOS		INDICADORES DEL APRENDIZAJE ESPERADO
				DESARROLLO DE LA HABILIDAD	COMPONENTE DEL PROGRAMA DE ESTUDIOS	
Área: Geometría	Nivel: Undécimo	Transformaciones en el plano <ul style="list-style-type: none"> • Traslaciones • Reflexiones • Homotecias • Rotaciones 	Pensamiento sistémico. Habilidad para ver el todo y las partes, así como las conexiones entre estas que permiten la construcción de sentido de acuerdo con el contexto.	Patrones dentro del sistema. (Abstrae los datos, hechos, acciones y objetos como parte de contextos más amplios y complejos).	6. Identificar elementos de las figuras geométricas que aparecen invariantes bajo reflexiones o rotaciones.	Identifica patrones en los elementos de las figuras geométricas que aparecen invariantes bajo reflexiones o rotaciones.
					10. Determinar el punto imagen de puntos dados mediante una transformación.	Determina las imágenes de puntos dados en una transformación.
				Causalidad entre los componentes del sistema. (Expone cómo cada objeto, hecho, persona y ser vivo son parte de un sistema dinámico de interrelación e interdependencia en su entorno determinado).	7. Trazar la imagen reflejada de una figura dada con respecto a una recta.	Relaciona los elementos y sus medidas en diferentes transformaciones aplicadas a figuras dadas.
					8. Trazar la imagen de una figura dada si se la somete a una rotación.	
	9. Trazar en un plano cartesiano la figura que se obtiene al someter una figura a una traslación, rotación u homotecia o combinaciones de ellas.	Descubre relaciones al someter una figura dada a una transformación específica o varias de ellas.				
	Modificación y mejoras del sistema. (Desarrolla nuevos conocimientos, técnicas y herramientas prácticas que le permiten la reconstrucción de sentidos).	5. Aplicar el concepto de traslación, homotecia, reflexión y rotación para determinar qué figuras se obtienen a partir de figuras dadas.	Plantea nuevas relaciones entre los elementos de figuras sometidas a transformaciones en el plano.			



Estrategia de mediación

Etapa I: aprendizaje de conocimientos

A. Propuesta del problema.

1. Parte de la belleza que se presenta en los templos es esa simetría que se ve en la mayoría de sus partes. ¿cuáles ejemplos podemos mencionar que posean algún tipo de simetría? ¿Han visto algún templo que no presente simetría? ¿además de los templos usted ha observado algún otro elemento que presente simetría?

En la figura de la derecha se observa la fachada del templo de San Rafael. Se ha dibujado la recta m que divide a la imagen por la mitad en dos partes iguales. De acuerdo con lo anterior realice lo que se le solicita a continuación.

- i. ¿Qué nombre recibe esta transformación geométrica? ¿Qué nombre recibe la recta m en esta transformación?
- ii. ¿Observa puntos homólogos en la imagen? Enciérrelos en círculos de colores.
- iii. Además de los puntos, ¿qué figuras son simétricas? Resáltelas con diferentes colores para poderla identificar más fácil.

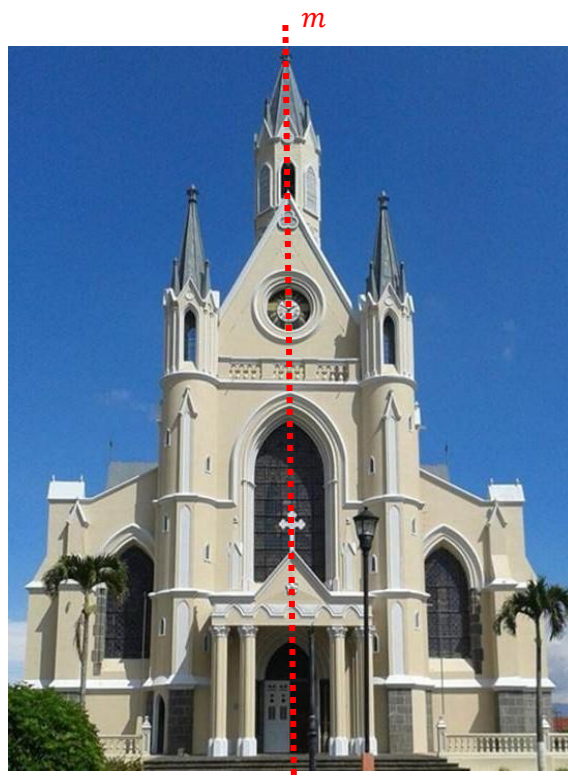


Figura 6: Fachada del templo de San Rafael.
Fuente: catálogo fotográfico del TFG.

2. La siguiente figura representa un extracto del piso del templo de San Rafael, a lo largo del tiempo algunas partes se han ido deteriorando, debido a que es muy transitado por las personas. Se necesita hacer un estudio de los patrones que se presentan en el piso con el fin de hacer una réplica de este y poder cambiar las piezas más dañadas. ¿Están dispuestos a colaborar? ¡Manos a la obra!

- i. Lo primero es identificar los tipos de polígonos que se observan en la imagen. Señálelos en la figura y haga una lista con los nombres de estos.
- ii. ¿Qué tipo de movimientos deben realizar para obtener el triángulo 2 a partir del 1?
- iii. ¿Qué tipo de movimientos deben realizar para obtener el triángulo 3 a partir del 1?
- iv. Si se toma como eje de simetría el eje horizontal que pasa por el centro de la imagen, que nombre recibe la transformación del triángulo 3 con respecto al triángulo 4.
- v. Además de lo anterior, ¿cuáles otros datos son necesarios para poder realizar el diseño? Se le puede solicitar a los estudiantes que realicen el diseño y así poder identificar los datos que hacen falta.

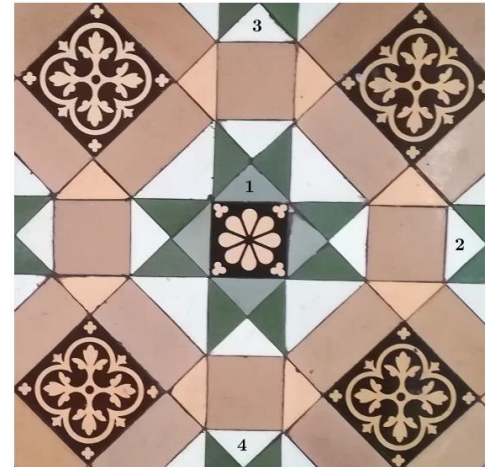


Figura 7: Pisos del Templo de San Rafael.
Fuente: catálogo fotográfico del TFG.

B. Trabajo estudiantil independiente

Con respecto al problema anterior, se les solicita a las personas estudiantes trabajar en parejas de forma cooperativa para analizar y comparar las respuestas al problema propuesto.

C. Discusión interactiva y comunicativa.

Los estudiantes expresar las conclusiones a las que llegaron, por medio de una lluvia de ideas.

D. Clausura o Cierre.

La persona docente en conjunto con los estudiantes aprovecha la discusión anterior para hacer la construcción de los conocimientos de transformaciones en el plano, explicar y dar a conocer como trazar en un plano cartesiano la figura que se obtiene al someter una figura a una reflexión, traslación, rotación u homotecia o combinaciones de ellas aplicados en el templo de San Rafael, para ello puede construir un mapa conceptual, un esquema, una lluvia de ideas, preguntas generadoras o hacer uso de alguna herramienta tecnológica como Kahoot, Quizizz, Socrative, Mentimeter, entre otros, lo cual va a depender de cada persona docente y los recursos con los que cuente.

Se brinda un ejemplo de una actividad en Quizizz para que sirva de guía para la persona docente:

<https://quizizz.com/admin/quiz/60d61f49726aa8001db4d98f>

Etapa II: movilización y aplicación de conocimientos

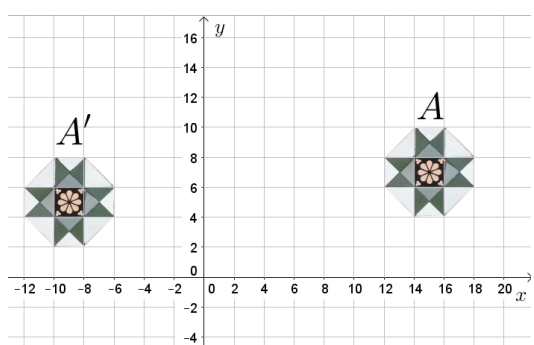
Los estudiantes resuelven ejercicios y problemas relacionados con la habilidad en estudio.
Revisión de prácticas y aclaración de dudas por parte de la persona docente.

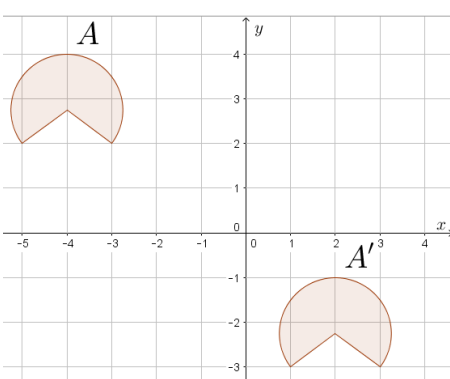
Actividad 1:

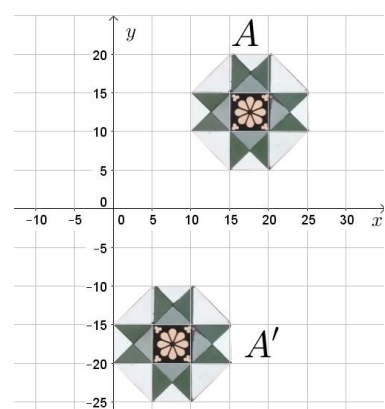
Se les solicita a los estudiantes ingresar a la dirección: <https://www.geogebra.org/m/ymtbyrjf>

1. Realice un clic en la casilla de control REFLEXION luego puedes mover el punto P, Q o el eje de simetría, dando clic sobre cualquiera de estos elementos y arrastrándolos por el plano.
 - a) ¿Qué relación hay entre la imagen reflejada y la imagen original?
 - b) ¿Qué relación mantienen el punto A y A' con respecto al eje de simetría? ¿Sucede lo mismo con B y B' ? ¿Todos los puntos que conforman a la imagen cumplen mismo?
 - c) ¿Cambia de tamaño la figura con respecto a la original?
2. Desactive la casilla de control REFLEXION y active la de TRASLACION luego puedes mover el vector TRASLADA por todo el plano.
 - a) Describa lo que sucede al mover el vector por el plano.
 - b) ¿Cómo es el vector TRASLADA con respecto al vector \overrightarrow{AB} ?
 - c) ¿Cambia de tamaño la imagen al ser trasladada?
3. Desactive la casilla de control TRASLACION y active la de ROTACION luego puede mover el deslizador llamado Ángulo.
 - a) ¿Qué sucede si el ángulo toma valor positivo con respecto a que tome valores negativos?
 - b) Realice en el recurso una rotación de 180° y luego una rotación de -180° . ¿Qué puedes concluir?
 - c) Mueve el centro de la rotación (punto de color rojo) a distintas partes del plano y ve cambiando el ángulo de la rotación. ¿Cambia de tamaño la imagen rotada con respecto a la original? ¿Qué relación hay entre el punto A y A' con respecto al centro de rotación?
 - d) ¿Crees que sea posible encontrar la figura que resulta de una rotación, haciendo traslaciones? Justifica tu respuesta
4. Desactive la casilla de control ROTACION y active la de HOMOTECIA luego puedes mover el deslizador K (razón de la homotecia) y observar el movimiento.
 - a) Describa la relación que hay entre la figura y los valores que va tomando K .
 - b) ¿Qué relación hay entre el punto A y A' con respecto al centro de la homotecia (punto O)?
 - c) Mueve el centro de la homotecia (punto O) a distintas partes del plano y ve cambiando el valor de K . ¿ha cambiado algo?

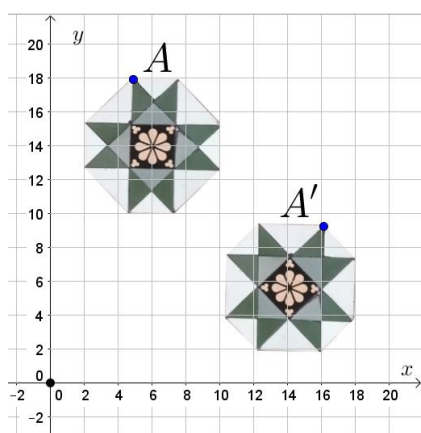
Actividad 2: Describa la traslación realizada en cada caso. Considere que la figura A' es la imagen.







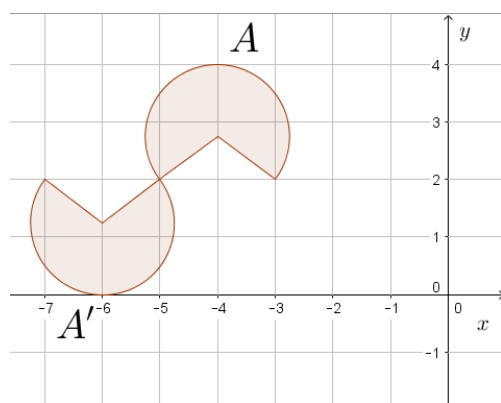
Actividad 3: Defina los parámetros de la rotación realizada en cada caso, considerando que la figura A' es la imagen.



Ángulo: _____

Dirección: _____

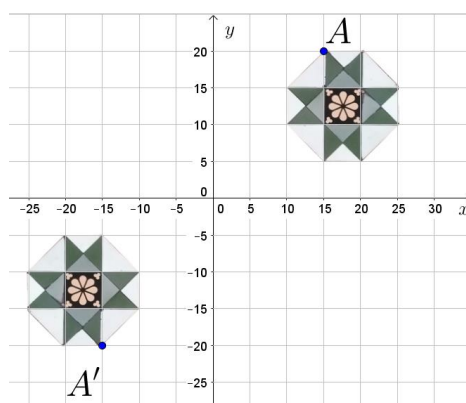
Centro: _____



Ángulo: _____

Dirección: _____

Centro: _____



Ángulo: _____

Dirección: _____

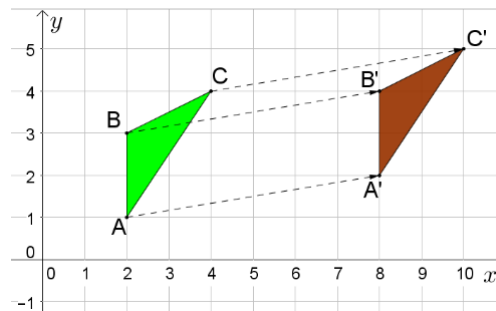
Centro: _____



Conocimientos matemáticos

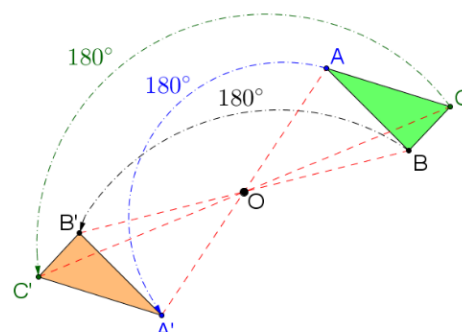
Una **transformación geométrica** es un movimiento en el plano que, aplicado a una figura, origina otra semejante a ella. La figura original a la que se le aplica la transformación se conoce como preimagen, y a la figura resultante se le llama imagen. Además, se usa la notación $g(A) = A'$ para representar la imagen de un punto A bajo una transformación g .

Traslación: es una transformación que consiste en desplazar una figura a lo largo de una línea recta conservando la longitud de sus lados, la medida de sus ángulos y su orientación. Para determinar la traslación de una figura o un punto es necesario indicar el sentido (derecha, izquierda, arriba o abajo) y la magnitud (número de unidades que se va a trasladar la figura). La traslación de un punto (x, y) se puede representar mediante el par ordenado $(x + a, y + b)$, donde a es la cantidad de unidades que se desplaza en el eje x y b las unidades que se desplaza en el eje y .



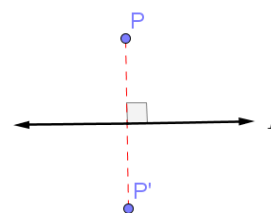
Fuente: elaboración propia.

La rotación es una transformación en el plano que consiste en girar una figura alrededor de un punto específico. Para rotar una figura, es necesario indicar el ángulo de giro; el sentido, que puede ser en el sentido de las manecillas del reloj (horario) o en sentido contrario a las manecillas del reloj (antihorario), y el punto sobre el cual se va a rotar. A este punto se le llama centro de rotación y puede estar en el interior de la figura, en el exterior de esta o en uno de sus vértices. Para rotar una figura también es conveniente hacerlo en un plano cartesiano. Al rotar una figura, su imagen conserva las medidas de los ángulos y de los lados de la figura original; lo que cambia es su orientación. Además, cuando el centro de rotación de una figura poligonal corresponde a uno de sus vértices, este vértice se mantiene invariante; es decir, su ubicación en el plano no cambia.



Fuente: elaboración propia.

La reflexión de un punto P en el plano, con respecto a una recta L , corresponde al punto P' , que es simétrico a P con respecto a la recta dada. Por lo tanto, la recta L es mediatriz del segmento $\overline{PP'}$ y se conoce como eje de reflexión. De esta forma, al aplicar una reflexión a una figura plana a partir de un eje de reflexión L se obtienen dos figuras que presentan simetría axial, donde L es el eje de simetría.



Fuente: elaboración propia.

Al someter una figura a reflexión, su imagen conserva las medidas de los ángulos y de los lados homólogos a la figura original; lo que cambia es su orientación. Además, todos los puntos que pertenecen al eje de reflexión son invariantes; es decir, si A es un punto del eje, entonces $A = A'$



Instrumento de evaluación

Indicador (Pautas para el desarrollo de la habilidad)	Indicadores del aprendizaje esperado	Nivel de desempeño (Modelo Van Hiele: Niveles en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría. Formas de razonamiento geométrico)		
		Inicial (Visualización)	Intermedio (Descriptivo)	Avanzado (Relacional)
Patrones dentro del sistema.	b. Identifica patrones en los elementos de las figuras geométricas que aparecen invariantes bajo reflexiones o rotaciones en un determinado contexto.	Menciona elementos de figuras geométricas que se mantienen invariantes bajo reflexiones o rotaciones en un determinado contexto.	Describe generalidades de los patrones encontrados en los elementos de figuras geométricas invariantes bajo reflexiones o rotaciones en un determinado contexto.	Establece relaciones específicas en los patrones encontrados en los elementos de figuras geométricas invariantes bajo reflexiones o rotaciones en un determinado contexto.
Patrones dentro del sistema.	c. Localiza patrones sencillos al determinar las imágenes de puntos dados en una transformación.	Cita las imágenes de puntos específicos en una transformación, en un determinado contexto.	Caracteriza de forma general las imágenes en una transformación, en un determinado contexto.	Establece las imágenes de puntos dados en una transformación en un determinado contexto.
Causalidad entre los componentes del sistema.	d. Relaciona los elementos y sus medidas en diferentes transformaciones aplicadas a figuras.	Cita datos, hechos o acciones ligadas a traslaciones, rotaciones u homotecias.	Caracteriza en forma general datos ligados con traslaciones, rotaciones u homotecias.	Vincula una nueva figura con otra dada al someterla a una traslación, rotación, homotecia o combinaciones entre ellas.
Causalidad entre los componentes del sistema.	e. Descubre relaciones al someter una figura dada a una transformación específica o varias de ellas.	Cita los diferentes elementos al someter una figura dada a una transformación específica.	Destaca relaciones entre los elementos al someter una figura dada a una transformación específica.	Halla nuevas relaciones entre los elementos al someter una figura dada a una transformación específica o varias de ellas.
Modificación y mejoras del sistema.	f. Plantea nuevas relaciones entre los elementos de figuras sometidas a transformaciones en el plano.	Menciona las características de figuras que fueron sometidas a transformaciones en el plano.	Determina las relaciones entre los elementos homólogos de figuras que fueron sometidas a transformaciones en el plano.	Presenta nuevas relaciones entre los elementos homólogos de figuras que fueron sometidas a transformaciones en el plano.
Observaciones:				

A continuación, se presenta un ejemplo de rúbrica para evaluar el trabajo cotidiano, la persona docente la debe completarla con el nombre de los estudiantes y anotar el nivel de desempeño que el estudiante logre por cada indicador de aprendizaje, usando los números de la escala.

Rúbrica de Trabajo Cotidiano Matemáticas

Profesor:

Sección:

Periodo:

Nivel de desempeño	
3	Avanzado.
2	Intermedio.
1	Inicial.

Estudiantes				Indicadores				
#	Apellido	Apellido	Nombre	a	b	c	d	e
1								
2								
⋮								

SIGNO CULTURAL:

Templo de la Merced

La Iglesia Nuestra Señora de la Merced, un lugar de gran importancia cultural en el centro de San



Figura 10: Templo de la Merced.
Fuente: catálogo fotográfico del TFG.

José, tanto por su icónica y hermosa arquitectura como por lo que representa para las personas que la visitan a diario. El Padre Fernando Muñoz menciona que la gente llega a identificarse mucho con el templo, porque es donde ellos participan entonces, lo sienten de ellos, es decir, es un lugar que las personas pueden llegar a visitar o ver de forma cotidiana por lo que se hace parte de cada uno. Además, este templo es de gran importancia para los josefinos ya que sirve como punto de referencia para dar direcciones, y como punto de reunión de muchas personas, junto con el potencial matemático que este tiene es que lo consideramos signo cultural.

En sus inicios, en el año 1815 fue construida como un oratorio, situada en las cercanías del actual Banco Central en San José Centro. A causa de varios sismos fue destruida y reconstruida, pero por el tiempo y más sismos fue deshabilitada a causa del deterioro en su infraestructura.

Con el tiempo, en 1894 se volvió a construir en el extremo oeste de la avenida segunda, a un costado del Hospital San Juan de Dios, gracias a monseñor Thiel, el ingeniero Lesmes Jiménez Bonnefil y el arquitecto Jaime Carranza Aguilar, quienes eligieron el diseño y estilo neogótico del templo que caracteriza el templo. Esta iglesia, fue declarada Patrimonio Cultural en junio de 1996.

Un viaje por la historia: <https://www.youtube.com/watch?v=g6FbkSygc6o>

Las siguientes actividades están en concordancia con los planes y plantillas de las matemáticas proporcionadas por el Ministerio de Educación Pública.





Aspectos curriculares

ÁREA: Geometría	NIVEL: octavo año	CONOCIMIENTOS	Habilidad	APRENDIZAJES ESPERADOS		INDICADORES DEL APRENDIZAJE ESPERADO
				Pautas para el desarrollo de la habilidad	COMPONENTE DEL PROGRAMA DE ESTUDIOS	
		Visualización espacial <ul style="list-style-type: none"> • Pirámide recta <ul style="list-style-type: none"> - Caras laterales - Base - Apotemas - Ápice (cúspide) - Altura • Sección plana • Prisma recto 	Pensamiento Sistémico. Habilidad para ver el todo y las partes, así como las conexiones entre estas que permiten la construcción de sentido de acuerdo con el contexto.	Patrones dentro del sistema. (Abstrae los datos, hechos, acciones y objetos como parte de contextos más amplios y complejos).	13. Identificar la base, las caras laterales, la altura, las apotemas y el ápice o cúspide de una pirámide. 14. Identificar las caras laterales, las bases y la altura de un prisma recto. 15. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de una pirámide recta de base cuadrada, rectangular o triangular. 16. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de un prisma recto de base cuadrada, rectangular o triangular.	Identifica los elementos básicos de una pirámide en diferentes contextos. Identifica los elementos básicos de un prisma recto en diferentes contextos. Detalla las figuras que se obtienen mediante secciones planas en una pirámide recta de base cuadrada, rectangular o triangular representada en forma concreta. Detalla las figuras que se obtienen mediante secciones planas en un prisma recto de base cuadrada, rectangular o triangular, representado en forma concreta



Estrategia de mediación

Etapa I: aprendizaje de conocimientos

A. Propuesta del problema.

Observa el siguiente dibujo de la Iglesia Nuestra Señora de la Merced y realice lo que se te solicita a continuación



Figura 11: Ilustración del templo de la Merced

Fuente: <http://www.patrimonio.go.cr/busqueda/Inmueble.aspx>

- Identifique y señale prismas en el dibujo de la iglesia.
- Identifique y señale pirámides en el dibujo de la iglesia.
- ¿En qué partes de la iglesia encontraste prismas y pirámides?

B. Trabajo Estudiantil Independiente.

¿Sabía que... en internet podemos encontrar modelos 3D de edificaciones?
Por ejemplo, encontré un modelo sobre la Iglesia de Nuestra Señora de la
Merced en una página llamada 3D Warehouse.

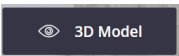
Entra a verla [aquí](#):

<https://3dwarehouse.sketchup.com/model/f6ac3e6920ad2dd9d9ea6cf113654f62/Iglesia-de-la-Merced>



Actividad:

En parejas, con ayuda de la herramienta digital GeoGebra 3D, construirán la fachada de la Iglesia de Nuestra Señora de la Merced. Para ello:

- Ingrese al link presentado anteriormente donde se presenta la edificación del templo en 3D.
- Presione el botón “3D MODEL”. 
- Identifique los prismas y las pirámides que conforman la edificación del templo.
- Determine la base que tiene cada prisma, anótela.
- Determine la base que tiene cada pirámide, anótela.
- Ingrese a GeoGebra, vista gráfica 3D a través del siguiente link:
<https://www.geogebra.org/3d?lang=es>
- Construya la fachada de la iglesia. Un estudiante construirá los prismas y el otro estudiante construirá las pirámides.

Si tienes alguna duda o necesitas ayuda, solicita asistencia a tu profesor



C. Discusión interactiva y comunicativa.

Los estudiantes comentan sus experiencias durante la construcción 3D de la iglesia, expresarán cómo se sintieron y las conclusiones a las que llegaron. Además, mostrarán su trabajo a sus demás compañeros.

C. Clausura o cierre.

La persona docente formaliza el concepto de prisma recto, destacando los conceptos de: cara, base, arista, vértice y altura. Cada estudiante visualiza y señala cada componente del prisma en su propia construcción tridimensional.

La persona docente formaliza el concepto de pirámide recta, destacando los conceptos de: cara, base, arista, vértice, altura, apotema y cúspide. Cada estudiante visualiza y señala cada componente de la pirámide en su propia construcción tridimensional.

En la clausura o cierre también se puede construir un mapa conceptual, un esquema, una lluvia de ideas, preguntas generadoras o hacer uso de alguna herramienta tecnológica como Kahoot, Quizizz, Socrative, Mentimeter, entre otros, lo cual va a depender de cada persona docente y los recursos con los que cuente.

Se brinda un ejemplo de una actividad en Quizizz para que sirva de guía para la persona docente: <https://quizizz.com/admin/quiz/60d62f38bf298f001d86bc8c>

Etapa II: movilización y aplicación de conocimientos

La persona docente presenta (mediante proyector, imágenes físicas o en la pizarra) la imagen de partes de la fachada de la iglesia donde se muestre pirámides y prismas de diversas bases, para que los estudiantes identifiquen los elementos que las conforman y la forma de la base de cada figura.



Figura 12: Templo de la Merced.
Fuente: catálogo fotográfico del TFG.

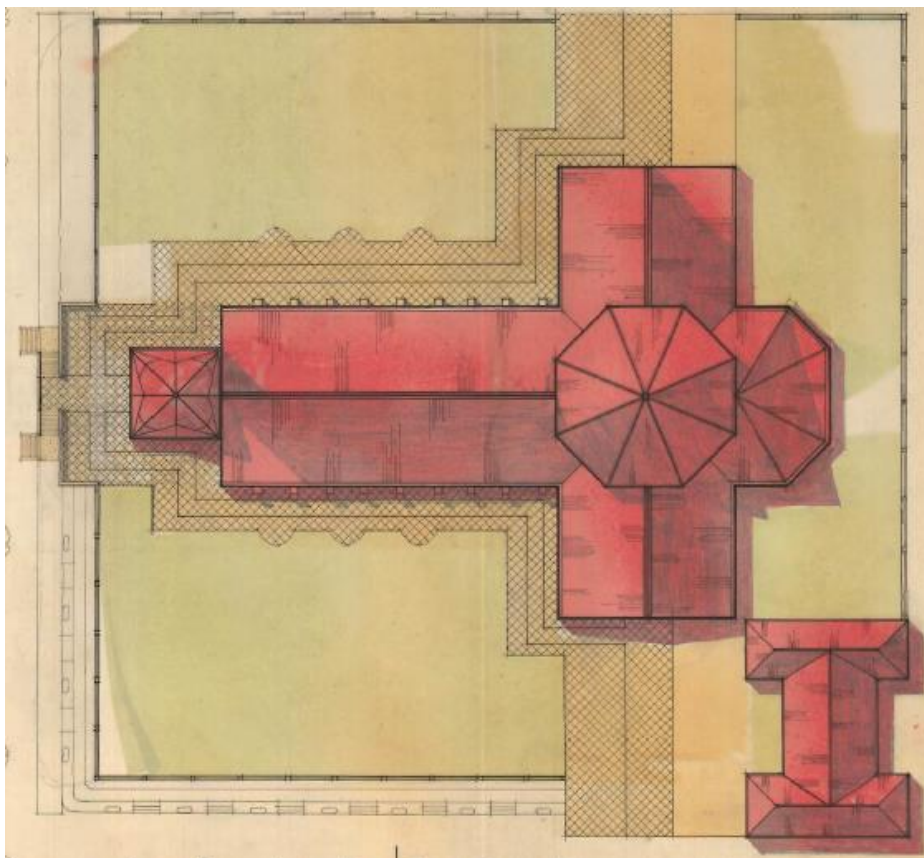


Figura 13: Ilustración del templo de la Merced
Fuente: <http://www.patrimonio.go.cr/busqueda/Inmueble.aspx>

Se pueden realizar las siguientes preguntas a los estudiantes:

- ¿Qué forma tienen las bases de los prismas identificados?
- ¿Qué forma tiene la base de las pirámides identificadas?
- ¿Estas bases, son polígonos regulares o irregulares?

Por otra parte, se solicita con anterioridad que los estudiantes traigan materiales de desecho con forma de prismas y pirámides. También pueden llevar jabón o candelas.

La persona docente también llevará materiales de desecho, elementos preelaborados, candelas y/o jabones con formas de pirámides y prismas, con diversas bases.

Se procederá a realizar diversos cortes a cada elemento, para visualizar las distintas secciones planas de los prismas y pirámides de distintas bases.

Videos para reforzamiento del tema:

Nombre: PARTES DE UN PRISMA Super fácil - Cara, vértice, arista, base. Autor: Daniel Carreón. Link: <https://www.youtube.com/watch?v=4G4aOfXFwoc>

Nombre: PARTES DE UNA PIRAMIDE Super fácil - Cara, arista, vertice, cuspide, arista. Autor: Daniel Carreón. Link: <https://www.youtube.com/watch?v=gh6CSJGgzs4>

Nombre: Secciones planas. Autor: iguel González Ortega. Link: <https://www.youtube.com/watch?v=eELrUwWqcAg&t=206s>



Conocimientos matemáticos

A nuestro alrededor tenemos muchas figuras geométricas, tanto bidimensionales como tridimensionales. Estas últimas forman parte de la Geometría del espacio, la cual estudia las figuras que tienen tres dimensiones: ancho, largo y alto.

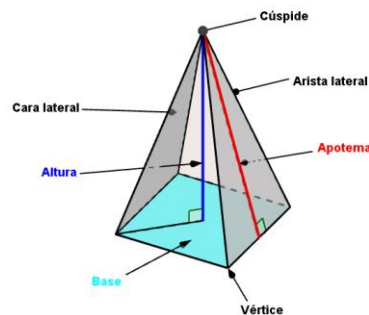
Las figuras sólidas tridimensionales más conocidas son las pirámides, los paralelepípedos, las esferas y los conos.

Poliedros: es una figura tridimensional limitada por polígonos.

Un poliedro está conformado por caras, aristas y vértices. Las caras son las figuras planas geométricas, las aristas son los segmentos que unen las caras y los vértices son los puntos de intersección de las aristas.

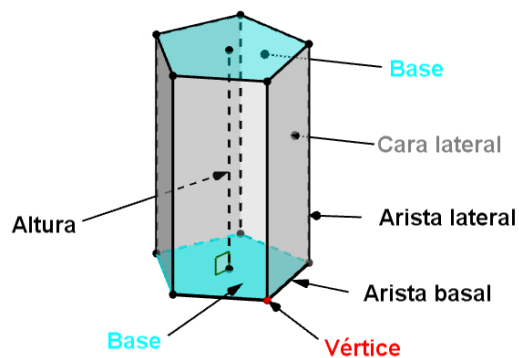
Estudiaremos dos tipos de poliedros: la pirámide y el prisma.

Pirámide: es una figura tridimensional con base poligonal (cara basal), sus lados son triángulos, los cuales se llaman caras laterales, y estas, se intersecan en un punto llamado cúspide o ápice. La altura de una cara, se llama apotema.



Fuente: elaboración propia.

Prisma: es un poliedro que está limitado por dos caras iguales y paralelas, las cuales se llaman bases, y como caras laterales tiene tantos paralelogramos como lados tiene las bases. Las uniones de las caras se llaman aristas. Las aristas laterales son también la altura del prisma. Las uniones de las aristas se llaman vértices.



Fuente: elaboración propia.



Instrumento de evaluación

Indicador	INDICADORES DEL APRENDIZAJE ESPERADO	Nivel de desempeño		
		INICIAL	INTERMEDIO	AVANZADO
Patrones dentro del sistema.	a. Identifica los elementos básicos de una pirámide en diferentes contextos.	Menciona los elementos básicos de una pirámide representada en forma concreta, en un objeto, o gráficamente.	Brinda generalidades los elementos básicos de una pirámide representada en forma concreta, en un objeto, o gráficamente.	Indica los elementos básicos de una pirámide representada en forma concreta, en un objeto, o gráficamente.
	b. Identifica los elementos básicos de un prisma recto en diferentes contextos.	Menciona los elementos básicos de un prisma recto representado en forma concreta, en un objeto, o gráficamente.	Brinda generalidades los elementos básicos de un prisma recto representado en forma concreta, en un objeto, o gráficamente.	Indica los elementos básicos de un prisma recto representado en forma concreta, en un objeto, o gráficamente.
	c. Detalla las figuras que se obtienen mediante secciones planas en una pirámide recta de base cuadrada, rectangular o triangular representada en forma concreta.	Menciona las figuras que se obtienen mediante secciones planas en una pirámide recta de base cuadrada, rectangular o triangular representada en forma concreta.	Resalta aspectos específicos de figuras que se obtienen mediante secciones planas en una pirámide recta de base cuadrada, rectangular o triangular representada en forma concreta.	Puntualiza las figuras que se obtienen mediante secciones planas en una pirámide recta de base cuadrada, rectangular o triangular representada de distintas formas.
	d. Detalla las figuras que se obtienen mediante secciones planas en un prisma recto de base cuadrada, rectangular o triangular, representado en forma concreta.	Menciona las figuras que se obtienen mediante secciones planas en un prisma recto de base cuadrada, rectangular o triangular, representado en forma concreta.	Resalta aspectos específicos de las figuras que se obtienen mediante secciones planas en un prisma recto de base cuadrada, rectangular o triangular, representado en forma concreta.	Puntualiza las figuras que se obtienen mediante secciones planas en un prisma recto de base cuadrada, rectangular o triangular, representado en forma concreta.
Observaciones:				

A continuación, se presenta un ejemplo de rúbrica para evaluar el trabajo cotidiano, la persona docente la debe completar con el nombre de los estudiantes y anotar el nivel de desempeño que el estudiante logre por cada indicador de aprendizaje, usando los números de la escala.

Rúbrica de Trabajo Cotidiano Matemáticas

Profesor:

Sección:

Periodo:

Nivel de desempeño	
3	Avanzado.
2	Intermedio.
1	Inicial.

Estudiantes				Indicadores			
#	Apellido	Apellido	Nombre	a	b	c	d
1							
2							
⋮							

4.6. Valoración de la propuesta didáctica mediante el conocimiento y experiencia de docentes de matemática.

El último objetivo específico planteaba *Evaluar la propuesta didáctica, para la enseñanza de la geometría que incorpora un análisis etnomatemático de los templos, mediante el conocimiento y experiencia de docentes de matemática.*

Inicialmente, la propuesta didáctica fue sometida a una revisión de expertos, realizada por dos profesores-investigadores que se dedican a la elaboración de materiales didácticos y tienen conocimientos respecto a la contextualización activa y a la visión sociocultural de las matemáticas. Dicha revisión, arrojó como sugerencias relevantes, algunos cambios en el formato y en el contenido, los cuales fueron considerados pertinentes para ajustar la propuesta hacia las actividades contextualizadas pretendidas.

Posterior al proceso con expertos, se realizó una revisión de la lista de participantes del estudio, con la finalidad de seleccionar cinco docentes en ejercicio que pudieran valorar la propuesta didáctica. Para desarrollar esta actividad se brindó a los docentes la propuesta didáctica y un instrumento de valoración con dos secciones, la primera de ellas con una rúbrica con escala tipo likert, y, una pregunta abierta para conocer su percepción y ofrecer sugerencias referentes a la propuesta. (ver anexo C5).

Los resultados respecto a la rúbrica indican que los docentes valoraron estar de acuerdo con: que la parte socio-histórica presente en el material es útil, que el lenguaje matemático utilizado es el adecuado para el nivel en el que se enfoca el material, que las actividades propuestas en el material se encuentran contextualizadas y están acordes con el tipo de habilidades específicas que pretende desarrollar el MEP, además de que la metodología del material didáctico está de acuerdo con las orientaciones oficiales del MEP y la secuencia de las actividades planteadas en el material es idónea, que las actividades planteadas en el material son suficientes para el estudio de polígonos de acuerdo con las habilidades propuestas por el MEP en plan de estudios de décimo año al igual que las actividades planteadas para el estudio de visualización espacial de octavo año, que las actividades tienen una presentación atractiva para los estudiantes (cantidad y claridad de imágenes y gráficas, claridad de la información, entre otros), que la aplicación tecnológica propuesta es innovadora y atractiva para los estudiantes, que las actividades utilizadas son adecuadas para el nivel en el que se enfoca el material, que en las actividades están claras las indicaciones de cómo hacer uso de los materiales y recursos solicitados.

Por otra parte, solamente un docente de los cinco consultados estuvo en desacuerdo en que las actividades planteadas en el material fueran suficientes para el estudio de transformaciones en el plano de acuerdo con las habilidades propuestas por el MEP en el plan de undécimo año y que el instrumento de evaluación es idóneo.

Para exponer los resultados de la pregunta abierta, se muestran a continuación algunos fragmentos de respuesta:

“En general me gustó mucho las actividades, contextualizadas y acordes a los temas propuestos en cada una de las actividades” (E1).

“Las actividades están muy cercanas a la realidad e inspira a los estudiantes a estudiar dichos temas a partir de la observación de los edificios cercanos” (E2).

“Puedo destacar que el formato general y el incluir elementos que forman parte del cotidiano costarricense hacen del material un elemento que podría jugar un papel importante en las aulas costarricense” (E3).

“El material es muy bueno y se acopla a lo solicitado por el MEP, en él incluye los cuatro momentos de la mediación pedagógica, las cuales son: conexión, clarificación, colaboración y construcción/aplicación” (E4).

“Es una forma muy atractiva para los estudiantes el poder observar como las habilidades estudiadas se pueden ver aplicadas en su entorno y la vida cotidiana” (E5).

Cabe destacar que la valoración de los docentes respecto a la propuesta didáctica expone ideas relacionadas con la pertinencia a nivel sociocultural y académico, así como también resalta la importancia que tiene el templo como signo de identidad y de pertenencia a una comunidad, además, rescata la parte humana y permite hacer la conexión entre el entorno y las matemáticas.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES, LIMITACIONES Y RECOMENDACIONES

En este capítulo se plantean las conclusiones obtenidas producto de esta investigación, para lo cual se ha estructurado este apartado en torno a la pregunta y a los objetivos de investigación planteados en el capítulo uno. Además, se exponen limitaciones y recomendaciones.

5.1. Conclusiones

El objetivo principal de esta investigación consiste en: *Desarrollar un análisis etnomatemático de templos de Costa Rica para el diseño de una propuesta didáctica para la enseñanza de la Geometría en educación secundaria*. El cumplimiento de este objetivo está relacionado en su totalidad con la consecución de los objetivos específicos que se presentan a continuación.

Como primer objetivo específico se propuso *conocer la percepción de docentes de matemática en ejercicio respecto a incorporar el estudio etnomatemático de los templos para la enseñanza de la geometría*. Dentro del análisis se consideraron cuatro categorías: *relación, pertinencia, forma y momento*.

En cuanto a la *relación*, se concluye que los docentes encuestados reconocen elementos arquitectónicos y estéticos de los templos que se pueden utilizar para la enseñanza de la geometría, algunos de estos elementos son: el techo, las ventanas, las columnas y las paredes. De los cuales, consideraron que se puede hacer uso específicamente cuando se abordan habilidades relacionadas con polígonos, transformaciones en el plano, geometría plana y geometría tridimensional.

Por otro lado, desde una postura más émica los docentes resaltaron la importancia de usar los templos para la enseñanza de las matemáticas, dado que el actual currículo del MEP enfatiza en la contextualización activa, y el involucrar los templos es una forma de relacionar las matemáticas con el entorno de los estudiantes.

De los 16 profesores entrevistados, 15 consideran que es *pertinente* hacer uso de los elementos arquitectónicos y estéticos de los templos, además están de acuerdo en que estos tienen potencial arquitectónico para ser llevados al aula y enseñar geometría, dado que están compuesto por figuras geométricas, además, concuerdan en la viabilidad de hacer uso de estos ya que es una forma de contextualizar la enseñanza, y es lo que el MEP pretende que se logre a través de la contextualización activa y la resolución de problemas. Por otro lado, el docente restante manifiesta no conocer el templo de la comunidad donde labora, por lo que no puede hacer relación con la enseñanza de la geometría.

Los docentes también manifestaron que es importante este tipo de contextualización, para que el estudiante entienda que la matemática está aplicada en todo lo que nos rodea, y de esta forma pueda relacionar la geometría con aspectos concretos de la comunidad, y con ello fomentar el desarrollo cultural.

De acuerdo con el *momento*, los docentes en general coinciden en que la información socio-histórica de los templos se debe exponer en forma transversal. Por otra parte, respecto a la etapa donde se haría uso de la estructura del templo, los docentes no coincidieron con una etapa en específico, ya que, algunos mencionan diversas formas de integrar los templos en la clase, porque eso va a depender más que todo de la planificación del docente y el entorno de este.

En relación con los Programas de Estudio de Matemáticas y el nivel, los docentes consideraron hacer uso de los elementos geométricos de los templos de la siguiente manera:

- Séptimo: Conocimientos básicos de geometría, visualización espacial, geometría analítica y geometría plana.
- Octavo: visualización espacial, triángulos y homotecias.
- Noveno: visualización espacial, triángulos, Teorema de Pitágoras y trigonometría.
- Décimo: visualización espacial, circunferencia, polígonos y funciones.
- Undécimo: Transformaciones en el plano, geometría analítica, visualización espacial.

Respecto a la *forma*, se constató que los docentes no tienen claridad de todos los procesos matemáticos, por lo que no pudieron relacionar los procesos matemáticos para la enseñanza de la geometría haciendo uso del templo. Por otro lado, los docentes tienen más conocimiento sobre los

ejes disciplinares y sí pudieron hacer relación de estos con los elementos del templo para la enseñanza de la geometría con cada eje disciplinar.

Como segundo objetivo específico se propuso *describir características socio-históricas de tres templos patrimoniales, desde una perspectiva etnomatemática, para incorporarlas en una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría.*

Para el logro de este objetivo se realizaron entrevistas a personas expertas de las comunidades que tenían conocimientos sobre los templos, lo que nos brindó una visión más amplia y que a su vez nos permitió hacer juicios de valor para validar internamente el trabajo, ya que el trabajo etnográfico nos validó como investigadores etnomatemáticos, pero además nos permitió tomar una postura émica (desde adentro) a la hora de realizar los análisis.

Además del trabajo de campo etnográfico, se realizó un estudio documental en el cual se recopiló información socio-histórica de los tres templos patrimoniales, mediante una búsqueda exhaustiva en bases de datos, bibliotecas digitales y físicas, así como en distintos medios digitales. Se visitó la Biblioteca Pública Mario Sancho Jiménez de Cartago, la Biblioteca Nacional de Costa Rica en San José y la Biblioteca Pública de Heredia.

Dicho estudio permitió contrastar la información brindada por los miembros de la comunidad la cual concuerda con la obtenida en los documentos históricos. Respecto a las características socio-históricas se puede resaltar que los tres templos datan entre los años 1820 y 1930. Por otra parte, los templos fueron financiados por el pueblo a través de suscripciones, donaciones y turnos.

En cuanto a la importancia de los templos, como espacio arquitectónico son el centro de reunión del pueblo y son uno de los elementos más representativos, además de que se utilizan como punto de referencia para dar direcciones, conlleva mucho esfuerzo y trabajo de los mismos miembros de la comunidad.

Se recalca la durabilidad de la arquitectura de los templos, a causa de la estructura y materiales que se utilizaron en el tiempo de construcción.

Como tercer objetivo específico se propuso *describir características arquitectónicas de los templos, desde una perspectiva etnomatemática, para incorporarlas en una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría.*

En cuanto a los resultados obtenidos a partir de las observaciones se concluye que los templos con mayor potencial para abordar los conocimientos de transformaciones en el plano de undécimo año son el templo de Nuestra Señora de la Merced y el de San Rafael de Heredia.

Por otra parte, se obtuvo que el templo de Nuestra Señora de la Merced tiene potencial para abordar los conocimientos matemáticos de áreas, perímetro y lado, sin embargo, el templo de mayor potencial a nivel general para abordar los conocimientos de polígonos en décimo año es el templo de Nuestra Señora de los Ángeles (La Basílica).

Con respecto a los conocimientos de visualización espacial de octavo año, se determinó que el templo de mayor potencial para abordar estos conocimientos es el templo de Nuestra Señora de la Merced.

Cabe destacar que, como resultado de la observación, se obtuvo que los tres templos tienen potencial para abordar los conocimientos de transformaciones, polígonos o visualización en el espacio, lo cual indica que cualquiera de los templos tiene gran riqueza para abordar los conocimientos propuestos; sin embargo, se resalta el de mayor potencial ya que esto se consideró para la elaboración de la propuesta. Por lo anterior, en la propuesta se aborda visualización espacial a partir de los elementos del templo de la Merced, polígonos a partir del templo de la Basílica y transformaciones en el plano a partir de los elementos del templo de San Rafael.

Por otra parte, se identificaron los elementos arquitectónicos para utilizar en la propuesta didáctica según los templos. En el templo de San Rafael los elementos arquitectónicos con más potencial geométrico para desarrollar las habilidades de transformaciones en el plano de undécimo año son los pisos hidráulicos, la fachada, el cielorraso y los rosetones. Luego, se obtuvo que los elementos arquitectónicos del templo Nuestra Señora la Merced para abordar los conocimientos de visualización espacial en octavo año son las torres, la nave lateral y central, así como el nártex y transepto además del techo. Por último, se determinó que los elementos arquitectónicos con mayor potencial didáctico para abordar los conocimientos de polígonos a nivel de décimo son la fachada, el cielo raso, las torres y el techo.

El cuarto objetivo planteaba *determinar los elementos de índole etnomatemático y didáctico que deben tomarse en cuenta para generar actividades didácticas para la enseñanza de la geometría*. Como se mencionó en el capítulo anterior, este objetivo es producto de los objetivos anteriores ya que se abordó de manera transversal.

En este sentido, el trabajo de campo y los hallazgos obtenidos a través de los documentos consultados determinaron elementos de índole etnomatemático a considerar, tales como: la fundación, el financiamiento, la estructura, los protagonistas y la importancia cultural. Estos elementos se pueden abordar por medio de una reseña histórica, para que de esta forma las actividades tengan sentido y los estudiantes se sientan identificados con los templos, como espacio arquitectónico y cultural.

Así mismo, de las entrevistas aplicadas a los docentes y de las observaciones realizadas a los templos, se determinaron los elementos de índole didáctico con mayor potencial para generar las actividades que se ajusten al actual currículo de matemática. Del templo de San Rafael se obtuvo que los pisos hidráulicos, la fachada, el cielorraso y los rosetones tenían más potencial para ser abordados a nivel de undécimo en el tema de transformaciones en el plano. La fachada, el cielo raso, las torres y el techo de la basílica de Cartago tenían más potencial para ser abordados a nivel de octavo año en el tema de polígonos. Las torres, la nave central, naves laterales, nártex, transepto y los techos del templo de La Merced tenían más potencial en cuanto la visualización espacial que se aborda en octavo año.

Como quinto objetivo se planteó *Diseñar una propuesta didáctica a partir del análisis etnomatemático de los templos de Costa Rica para la enseñanza de la Geometría en Educación Secundaria*, para el cumplimiento de este objetivo se utilizaron los elementos de índole etnomatemático y didáctico obtenidos y los planteamientos teóricos y metodológicos establecidos por el MEP.

La propuesta está dividida por templo, en los que se aborda una reseña socio-histórica del templo; aspectos curriculares que tienen que ver con: el área, nivel, conocimientos, habilidad, aprendizajes esperados e indicadores de aprendizaje esperados planteados por el MEP; la estrategia metodológica la cual se diseñó utilizando los elementos de índole didáctico y se dividió en las etapas propuesto por el MEP (Etapa I: aprendizaje de conocimientos, Etapa II: movilización y aplicación de conocimientos) en las que se trató de abordar la mayor cantidad de indicadores.

Para el diseño de las actividades se enfatizó en la resolución de problemas y la contextualización activa, se realizó una adaptación de actividades preexistentes en libros de texto de educación secundaria y en otros documentos como artículos de investigación y divulgación. Adaptar implicó

modificarlas para utilizar los elementos de los templos y para que cumplieran con las habilidades propuestas en los Programas de Estudio de Matemáticas.

Como producto final del quinto objetivo se aportó un plan de trabajo para abordar habilidades relacionadas con polígonos (octavo) utilizando los elementos de la Basílica de Cartago, visualización espacial (décimo) con los elementos del templo de La Merced y transformaciones en el plano (undécimo) a partir de los elementos del templo de San Rafael. Esto con el fin de que pueda servir de guía para que los docentes lo ajusten según el contexto donde se encuentren y lo puedan aplicar.

En relación con el sexto y último objetivo específico el cual planteaba *Evaluar la propuesta didáctica, para la enseñanza de la geometría que incorpora un análisis etnomatemático de los templos, mediante el conocimiento y experiencia de docentes de matemática*, se recurrió a una consulta a dos expertos y a cinco docentes en ejercicio. Todas las observaciones recopiladas en dicha consulta fueron insumo para mejorar la propuesta didáctica que se entrega como producto de esta investigación.

La evaluación de la propuesta didáctica brindó coherencia interna a esta investigación, puesto que las valoraciones indicaron que el material podría ser valioso para docentes de secundaria, ya que cuenta con actividades contextualizadas tal y como lo plantea el MEP, y puede servir de guía para que los docentes lo ajusten según el contexto donde se encuentren y puedan aplicarla.

Por otra parte, la consecución de los objetivos descritos permitió dar respuesta a la pregunta de investigación, la cual establecía *¿Cómo se puede desarrollar un análisis etnomatemático de templos de Costa Rica para el diseño de una propuesta didáctica que enriquezca la enseñanza de la Geometría en educación secundaria?*

El análisis se puede realizar a través de la etnomodelación, la cual es una herramienta utilizada en el Programa de Etnomatemática para canalizar la acción pedagógica, y desde dicha perspectiva, es el enfoque pedagógico que enlaza los aspectos culturales de las matemáticas con sus aspectos académicos, involucrando las matemáticas “como una expresión de la cultura”.

Para llevar a cabo este proceso de etnomodelación se deben desarrollar tanto el componente ético como el componente ético, y tener en cuenta estos insumos para orientar el diseño de una propuesta

didáctica que contribuya a enriquecer el proceso de la enseñanza y el aprendizaje, en este caso de la geometría.

Desde el componente émico, se recomienda al docente realizar un trabajo de campo y un estudio documental, que permita tener una visión más amplia de los aspectos socioculturales del templo y de esta forma el docente pueda enriquecer su discurso y los estudiantes se sientan identificados con su entorno, ya que el templo es de símbolo identidad y de pertenencia de las comunidades. Se recomienda realizar entrevistas, que enriquezcan el estudio documental.

Desde el componente ético, se recomienda al docente realizar un trabajo de campo en el templo que haya elegido, con la finalidad de identificar los elementos arquitectónicos y estéticos que tengan potencial didáctico para enseñar geometría, en consonancia con las habilidades propuestas por el MEP en los Programas de Estudio de Matemáticas y que se quieran abordar.

La propuesta didáctica que resulta de este trabajo final de graduación está a disposición de los docentes que lo consulten para que sirva de guía y pueda ser ajustado a las realidades y necesidades de su contexto sociocultural.

5.2. Limitaciones

En el marco de esta investigación la principal limitación fue la escasa existencia de trabajos de investigación que vinculen la etnomatemática con la educación secundaria y propiamente con el área de geometría.

Las actividades de la propuesta didáctica se vieron limitadas dado que se delimitó el nivel y los conocimientos de geometría antes de realizar el trabajo de campo y por ello no se pudieron aprovechar otros elementos con mayor potencial para desarrollar actividades en otros ámbitos de la geometría.

5.3. Recomendaciones

Para futuras investigaciones de corte etnomatemático se recomienda delimitar los conocimientos una vez que se haya realizado el trabajo de campo, porque permite tener una visión más amplia y a la vez identificar los elementos con mayor potencial en las distintas áreas de la matemática.

Asimismo, se recomienda hacer el estudio de los templos para abordar otros conocimientos de los Programas de Estudio de Matemáticas, tales como: geometría del espacio de noveno año,

operaciones, cálculos y estimaciones de octavo año, triángulos y trigonometría de noveno año, ya que se observó el potencial didáctico que estos tienen.

Se recomienda a la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional fomentar en los cursos de carrera el desarrollo de trabajos que tengan relación con la etnomatemática ya que esta es una herramienta muy útil para contextualizar la enseñanza y su desarrollo en el país ha sido muy lento.

Se recomienda a los docentes en ejercicio que quieran utilizar la propuesta didáctica desarrollada en esta investigación que la adapten utilizando los elementos del templo del lugar donde laboran para que los estudiantes se sientan identificados.

Además, se recomienda tanto a los docentes en ejercicio como para futuras investigaciones, que el signo cultura no necesariamente debe de estar representado a nivel de todo el país, sino que bastaría con que este represente a la región o comunidad donde se vaya a aplicar.

Referencias bibliográficas

- Albertí, M. (2007). *Interpretación matemática situada de una práctica artesanal*. (Tesis doctoral). Departamento de Didáctica de la Matemática y de les Ciencias Experimentales, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad Autónoma de Barcelona, España. <https://ddd.uab.cat/record/37337>
- Alsina, C. (2009). Geometría y realidad. *Colección Digital Eudoxus*, 1(2). <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/viewFile/80/123>
- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. (1997). *Investigación a la didáctica de la geometría*. Madrid, España: Síntesis.
- Bishop, A. (1988). Aspectos sociales y culturales de la Educación Matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 6 (2), 121-125.
- Bishop, A. (1999). *Enculturación Matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural* (G. Sánchez Barberán, Trad.). Barcelona, España: Ediciones Paidós Ibérica, S.A.
- Bishop, A. (2000). Enseñanza de las matemáticas: ¿cómo beneficiar a todos los alumnos? En N. Gorgorió, A. Deulofeu y A. Bishop (Eds), *Matemáticas y Educación: Retos y Cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 35-56). Barcelona: Graó.
- Blanco, H (2008). Entrevista al profesor Ubiratan D'Ambrosio. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 1(1). 21-25. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274020252004>
- Bonilla, L. C. (2017). Vitrales: Patrimonio artístico cultural de las iglesias de la Arquidiócesis de San José, Costa Rica. *Herencia*, 3(1), 177-193. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/herencia/article/view/29922/29932>.
- Buendía, L. y Berrocal, E. (2001). La Ética de la Investigación Educativa. *Ágora digital*, (1). <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=963248>
- Cisterna, F. (2005). Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en una investigación cualitativa. *Revista Theoria*, 14(1), 61-71. <http://www.redalyc.org/html/299/29900107/>
- D'Ambrosio, U. (2007). La matemática como ciencia de la sociedad. En J. Giménez, J. Diez-Palomar y M. Civil (Eds.), *Educación matemática y Exclusión* (pp. 83-102). España: Graó.
- D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. México: Limusa.
- D'Ambrosio, U. (2013). *Etnomatemáticas. Entre las tradiciones y la modernidad*. México: Ediciones Díaz Santos.
- De la Hoz, E., Trujillo, O. y Tun, M. (2017). La geometría en la arquitectura de la vivienda tradicional arhuaca. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 10 (1), 37-49. <http://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/378/236>
- Gavarrete, M. E. (2012). *Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores indígenas de Costa Rica*. (Tesis doctoral). Departamento de Didáctica de la Matemática, Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada, España. http://www.etnomatematica.org/publica/trabajos_doctorado/tesis_gavarrete.pdf

- Gavarrete, M. E. y Albanese, V. (2015). Etnomatemáticas de signos culturales y su incidencia en la formación de maestros. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 299-315. <http://funes.uniandes.edu.co/6837/1/Albanese2015Etnomatematicas.pdf>
- Goetz, J.P. y LeCompte, M.D. (1998). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid, España: Morata.
- Guber, R. (2011). *La etnografía: Método, campo y reflexividad*. Buenos Aires, Argentina: Siglo Veintiuno Editores.
- Gurdián-Fernández, A. (2007). El paradigma cualitativo en la investigación socio-educativa. <http://repositorio.minedu.gob.pe/handle/123456789/4525>
- Gutiérrez, A. (1991). La investigación en Didáctica de las Matemáticas. En J. Díaz, B. Gómez, A. Gutiérrez, L. Rico y M. Sierra (Eds.), *Área de conocimiento didáctica de la matemática* (pp. 149-195). Madrid, España: Síntesis.
- Gutiérrez, A. (1999). *Área de conocimiento: didáctica de la matemática*. Madrid, España: Síntesis.
- Gutiérrez, L. A. (2002). *Didáctica de la Matemática para la Formación Docente*. Cartago, Costa Rica: Impresora Obando.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación (6ª edición)*. México: McGraw-Hill.
- Lira, R. e Iglesias, M. (2015) Casas de Bahareque: una visión etnomatemática a partir de su construcción. doi: 10.13140/RG.2.1.3600.6246
- Márquez, F., López, L. y Pichardo, V. (2008). Una propuesta didáctica para el aprendizaje centrado en el estudiante. *Apertura*, 8(8) 66-74. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=68811215005>
- Martínez, J. (2011). Métodos de investigación cualitativa. *Silogismos de investigación*, 8(1), 1-34. <http://www.cide.edu.co/doc/investigacion/3.%20metodos%20de%20investigacion.pdf>
- Martínez, M. (2007). *La investigación cualitativa etnográfica en educación*. D.F., México: Trillas.
- Martínez, M.; Chavarría, J.; García, M.; Gavarrete, M. E. y Benavides, G. (2017). Geometría en los Templos de Costa Rica: sugerencias prácticas para abordar la Geometría Euclídea desde la Visión Sociocultural de las Matemáticas. En Y. Morales-López, M. Picado, R. Gamboa, C. Martínez, M. Castillo y R. Hidalgo (Eds.), *Memorias del VI Encuentro Provincial de Educación Matemática, Costa Rica, 2017* (pp. 41-43). Heredia: Universidad Nacional. ISBN: 978-9968- 9661-5- 3. DOI: <http://dx.doi.org/10.15359/epem.6.10>
- Ministerio de Educación Pública (2012). *Programas de Estudio de Matemáticas, Reforma Curricular en Ética, Estética y Ciudadanía*. San José, Costa Rica: Ministerio de Educación Pública.
- Oliveras, M. L. y Gavarrete, M. E. (2012). Modelo de aplicación de Etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 15(3), 339-372. <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v15n3/v15n3a5.pdf>
- Orey, D. C., & Rosa, M. (2015). Three approaches in the research field of ethnomodeling: emic (local), etic (global), and dialogical (glocal) [Tres enfoques en el campo de la investigación de etnomodelación: émico (local), ético (global) y dialógico (glocal)]. *Revista*

- Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 364-380.
<http://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/176/297>
- Rabadán, M. (2013). *Didáctica de la geometría en Educación Infantil a través de las áreas de expresión*. (Tesis de grado). <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/3992>
- Rodríguez, C. (2008). *Templos de Costa Rica*.
https://issuu.com/camilorod/docs/libro_templos_de_cr_cartago
- Rosa, M., & Orey, D. (2010a). Etnomodeling as a Pedagogical Tool for the Ethnomathematics Program [La Etnomodelación como una herramienta pedagógica para el Programa de Etnomatemáticas]. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 3(2), 14-23.
<http://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/25/385>
- Rosa, M., & Orey, D. (2010b). Ethnomodeling: A Pedagogical Action for Uncovering Ethnomathematical Practices [Etnomodelación: una acción pedagógica para descubrir las prácticas etnomatemáticas]. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(10), 58-67.
http://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/3721/1/ARTIGO_EtnomodelingPedagogicalActionUncovering.pdf
- Rosa, M., & Orey, D. (2012). O campo de pesquisa em etnomodelagem: as abordagens êmica, ética e dialética [El campo de investigación en etnomodelación: los enfoques épicos, éticos y dialécticos]. *Educação e Pesquisa*, 38(4), 865-879.
<http://www.redalyc.org/html/298/29824610003/index.html>
- Rosa, M., Orey, C. D. y Gavarrete, M. E. (2017). El Programa Etnomatemáticas: Perspectivas Actuales y Futuras. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 10(2), 69-87.
<http://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/386/402>
- Sabirón, F. (2006). *Métodos de investigación etnográfica en Ciencias Sociales*. Zaragoza, España: Mira Editores.
- Segovia, I. y Rico, L. (2011). *Matemáticas para maestros de Educación Primaria*. Madrid, España: Pirámide.

ANEXOS

Todos los anexos que se mencionan en este trabajo se encuentran en un archivo de pdf que se entregó con el informe escrito, pero también se puede acceder a ellos través del siguiente enlace:

https://drive.google.com/drive/folders/1dnC6qZYnkovwVDPVTfBQapD_tvVauyCJ?usp=sharing

Los anexos se encuentran organizados en seis grupos, tal y como se muestra a continuación:

ANEXOS A

- A1_Glosario - Partes de un templo
- A2_Mapas de categorías
- A3_Matriz de categorías

ANEXOS B

- B1_Solicitud de nombramiento del comité asesor
- B2_Carta de presentación del anteproyecto
- B3_Carta de aval del comité asesor
- B4_Carta de solicitud de permiso a directores

ANEXOS C

- C1_Guía de entrevista etnográfica
- C2_Guía de entrevista docentes
- C3_Consentimiento informado
- C4_Guía de observación
- C5_Instrumento de evaluación de la propuesta

ANEXOS D

- D1_Sistematización de Entrevistas Etnográficas
- D2_Sistematización de cuestionarios
- D3_Sistematización de documentos
- D4_Registro de Observación
- D5_Descripción de las observaciones de los templos
- D6_Reseña de los templos

ANEXOS E

- E1_Propuesta didáctica

Sin embargo, se consideró pertinente incorporar en esta sección, de manera impresa algunos anexos, tales como: el glosario de las partes de los templos, la guía de entrevista semiestructurada, la guía de entrevista etnográfica, el cronograma, la matriz de categorías prefijadas, el mapa de categorías y el instrumento de observación de los templos, para darle facilidad al lector.

A1. Glosario Partes de un Templo

Partes interiores del templo

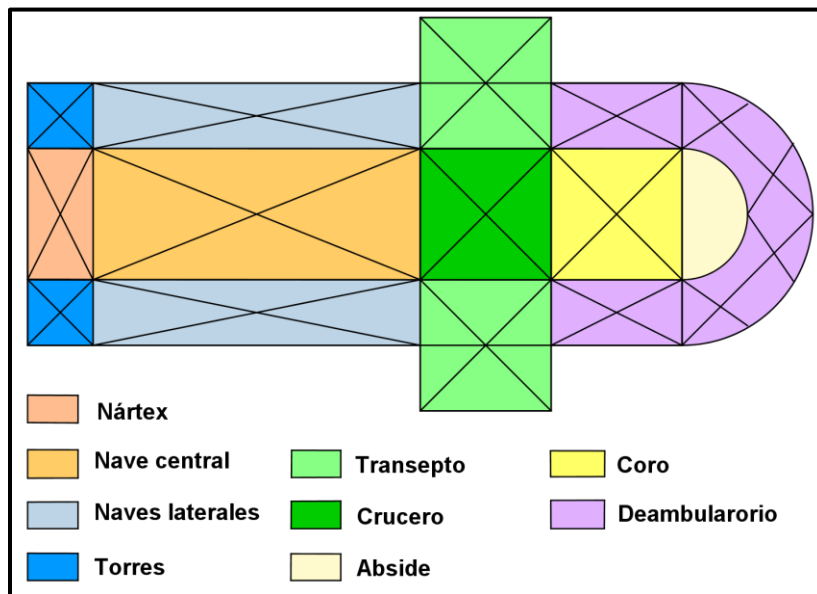


Figura A1.1: Partes interiores de un templo.

Nota: Elaboración propia.

- 1- **Nártex:** El **nártex** en las basílicas románicas es el atrio separado del resto de las naves por divisiones fijas, destinado a los penitentes y a los catecúmenos.
- 2- **Nave central y naves laterales:** El cuerpo principal del edificio, que forma el brazo de la cruz donde los fieles se congregan más tiempo, se llama nave. El término **nave** en arquitectura, denomina al espacio comprendido entre dos muros o filas de columnas.
- 4- **Transepto:** La palabra **transepto** se utiliza comúnmente para designar la nave transversal que en las iglesias cruza a la principal ortogonalmente.
- 5- **Crucero:** En las iglesias cuya planta posee forma de cruz latina o griega, se denomina **crucero** al espacio definido por la intersección de la nave principal y la transversal o transepto.
- 6- **Coro:** es la parte de una iglesia reservada al clero menor a ella adscrito y sin acceso al presbiterio, los cuales cantan los oficios divinos.
- 7- **Ábside:** El **ábside** es la parte del templo situada en la cabecera, que acoge la mesa de altar. Generalmente tiene planta semicircular, pero puede ser también poligonal. Suele estar cubierto por algún tipo de bóveda que, en época románica, es de horno o cascarón. La **cabecera** es donde suele estar colocado el santuario o altar, siendo, por tanto, el eje principal del edificio usualmente es opuesto a la fachada.
- 8- **Púlpito:** Es la plataforma elevada en los templos desde la que se predica.



Figura A1.2: Púlpito de la Iglesia de la Inmaculada Concepción, Heredia.

Nota: Catálogo fotográfico de esta investigación.

9 - Capitel: es un elemento arquitectónico que se dispone en el extremo superior de la columna o pilar para transmitir a estas piezas estructurales verticales las cargas que recibe del entablamento horizontal o del arco que se apoya en él.

11- Pisos hidráulicos: es una baldosa decorativa de cemento pigmentado, de uso interior y exterior.



Figura A1.3: Pisos hidráulicos de la iglesia de San Rafael, Heredia.

Nota: Catálogo fotográfico de esta investigación.

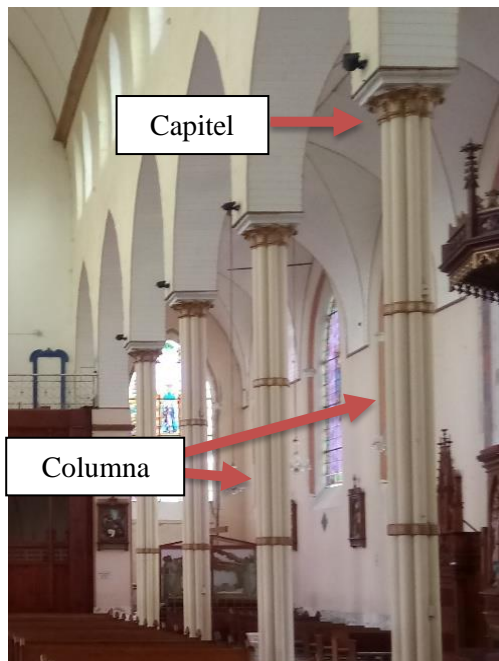


Figura A1.4: interior de la iglesia de San Rafael, Heredia.

Nota: Catálogo fotográfico de esta investigación.

Partes exteriores de un Templo

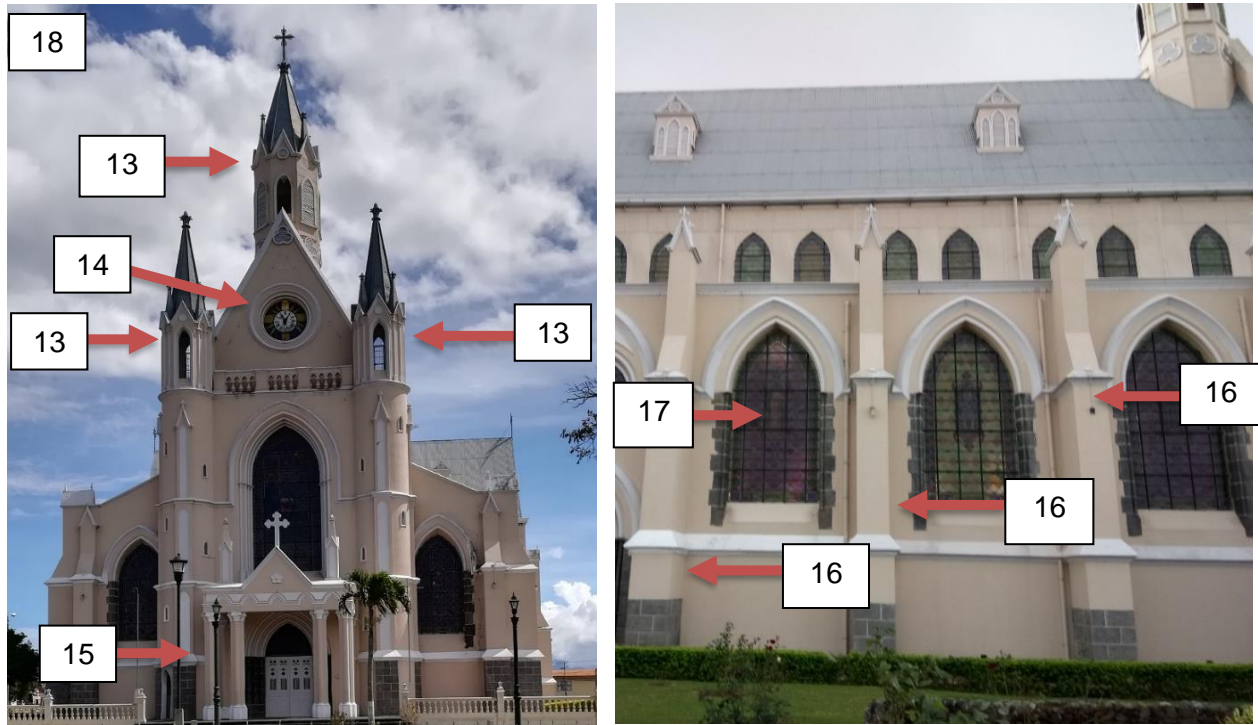


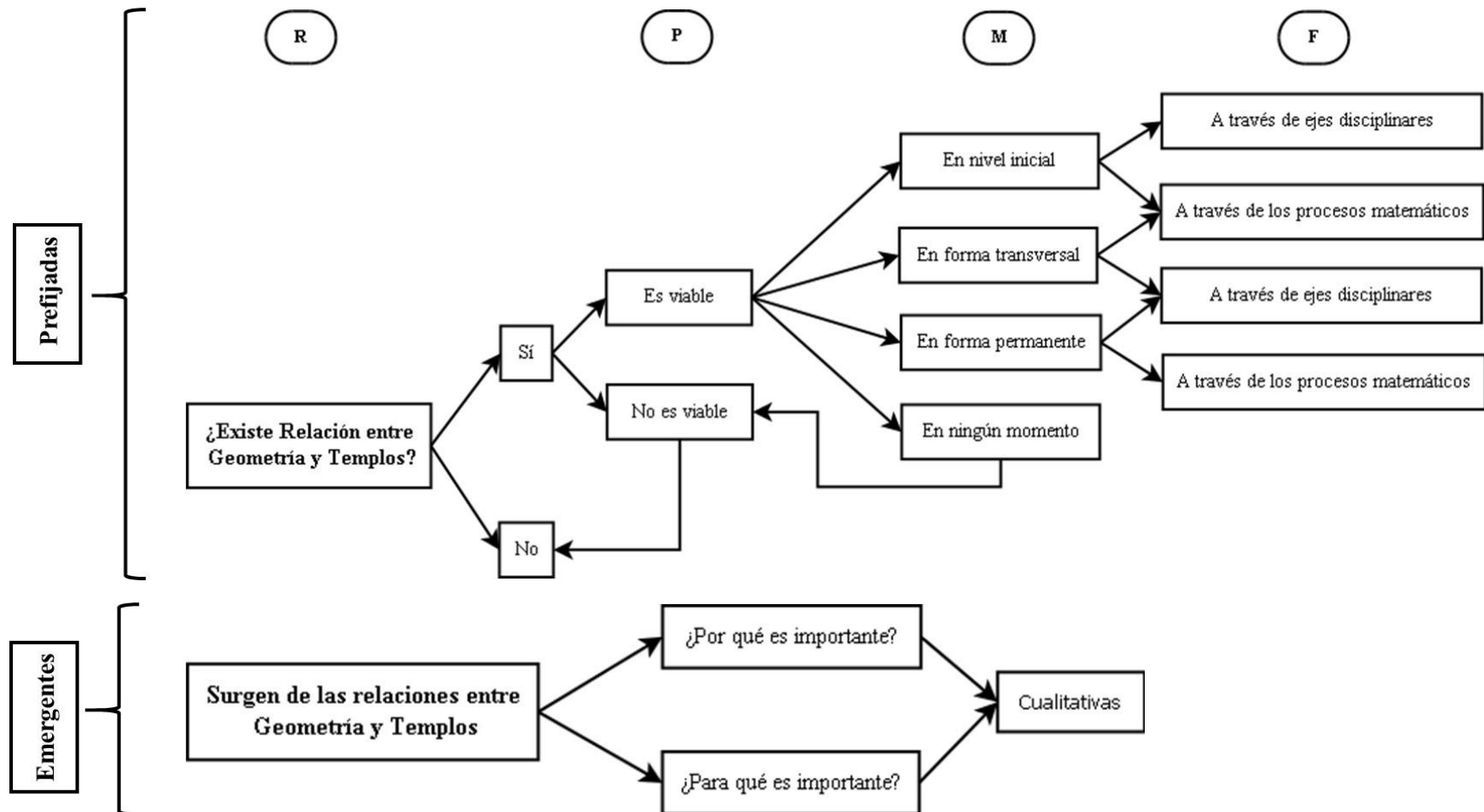
Figura A1.5: Iglesia de San Rafael de Heredia.
Nota: Catálogo fotográfica de esta investigación.

- 13- Torres:** Edificación más alto que ancho y que en las iglesias sirve para colocar las campanas, y en las casas para esparcimiento de la vista y para adorno.
- 14- Rosetón (y reloj):** Ventana circular calada, con adornos. Adorno circular que se coloca en los techos.
- 15- Pórtico:** Sitio cubierto y con columnas que se construye delante de los templos u otros edificios.
- 16- Contrafuertes:** Refuerzo vertical en el paramento de un muro para aumentar su estabilidad.
- 17- Vitrales:** Un vitral o vidriera policromada es una composición elaborada con vidrios de colores, pintados o recubiertos con esmaltes, que se ensamblan mediante varillas de plomo.
- 18- Fachada:** Paramento exterior de un edificio, especialmente el principal.

A2. Matriz de categorías prefijadas

		MATRIZ DE CATEGORÍAS		
CATEGORÍAS	DEFINICIÓN	SUBCATEGORÍAS	INDICADORES	PREGUNTA
Relación (R)	R: Relación entre geometría y los Templos	R1: Sí	R1a: Reconoce elementos geométricos en los templos.	10 y 11
		R2: No	R1b: Reconoce elementos arquitectónicos o características estéticas con las que se puede vincular la geometría y los Templos. R2a: No reconoce elementos geométricos en los templos. R2b: No reconoce elementos arquitectónicos o características estéticas con las que se puede vincular la geometría y los Templos.	
Pertinencia (P)	P: Viabilidad del uso de los templos para la enseñanza de geometría	P1: Sí	P1a: Considera factible hacer uso de los Templos para la enseñanza de geometría.	7, 8 y 15
		P2: No	P1b: Reconoce que el Templo de la comunidad donde labora puede utilizarse para enseñar geometría. P1c: Reconoce que es importante incluir elementos del propio contexto en la enseñanza de la matemática. P2a: No considera factible hacer uso de los Templos para la enseñanza de geometría. P2b: No reconoce que el Templo de la comunidad donde labora puede utilizarse para enseñar geometría. P2c: No reconoce que es importante incluir elementos del propio contexto en la enseñanza de la matemática.	
Momento (M)	M: ¿En qué momento se puede hacer uso del Templo para enseñar geometría?	M1: Etapa formativa	M1a: Nivel inicial.	6, 9 y 12
		M2: Etapa en la clase	M1b: Forma transversal. M1b1: Integrado a otras asignaturas. M1b2: Como asignatura complementaria-optativa. M1b3: Como asignatura obligatoria. M1b4: Otras.	
Forma (F)	F: ¿Cómo se puede enseñar geometría a través de los elementos del Templo?	F1: A través de los procesos matemáticos	F1a: Razonando y argumentando. F1b: Planteando y resolviendo problemas. F1c: Comunicando.	13 y 14
		F2: A través de ejes disciplinares	F1d: Conectando. F1e: Representando. F2a: Potenciando las actitudes y creencias hacia las matemáticas. F2b: Por medio de la resolución de problemas. F2c: Haciendo uso de la tecnología. F2d: Haciendo uso de la parte histórica de las matemáticas. F2e: Contextualizando efectivamente.	

A3. Mapa de categorías



C1. Guía de entrevista etnográfica

Entrevista etnográfica

Universidad Nacional.

Número de entrevista: _____

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales.

Escuela de Matemáticas.

Fecha: _____

Hora: _____

Entrevistado(a): _____

Templo: _____

Lugar: _____

Entrevista etnográfica

Lista de Preguntas.

I. Percepción de la importancia del Templo y conocimiento sobre él

1. ¿Cuáles características socio-históricas conoce del templo de la comunidad donde labora? Por ejemplo: año de fundación, cuánto se duró en la construcción, cómo se financió, quiénes fueron los protagonistas, cómo se escogió el diseño, cuál es la advocación que tiene.
2. ¿Cuál es su opinión sobre la importancia que tienen los templos (como espacio arquitectónico) para las comunidades?
3. ¿Considera que el templo es representativo para la comunidad?

II. Percepción de la riqueza arquitectónica del Templo

4. ¿Por qué si es tan antiguo el templo no se ha caído, a pesar de fenómenos naturales?
5. ¿Usted considera que el templo es bonito? ¿A qué le atribuye usted esa belleza?
6. ¿En la estructura arquitectónica del templo, usted puede identificar figuras geométricas?, en alguna otra parte del templo, ¿puede identificarlas?
7. ¿Cuáles elementos arquitectónicos o características estéticas pueden ser aprovechados para vincular el templo de la comunidad con la enseñanza de la matemática?

III. Percepción de la importancia de implicar el Templo en las clases de matemática

8. ¿Considera que el templo católico de la comunidad tiene elementos arquitectónicos o características estéticas que puedan utilizarse para enseñar matemáticas a nivel de educación secundaria?, ¿Sí, no por qué?
9. ¿Considera que es viable hacer uso de características los templos para la enseñanza de matemáticas? ¿Sí, no, por qué?
10. ¿Considera usted que es importante incluir este tipo de propuestas en la enseñanza de la matemática? ¿Sí, no, por qué?

C2. Guía de entrevista semiestructurada

Universidad Nacional.

Guía número: _____

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales.

Escuela de Matemáticas.

Fecha: _____

Hora: _____

Entrevistador(a): _____

Entrevistado(a): _____

Institución: _____

Estimado(a) docente, de la manera más respetuosa, se le solicita completar la siguiente información. La presente guía de entrevista forma parte de una investigación de trabajo final de graduación para optar por el grado de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática, tiene como finalidad analizar los templos de Costa Rica desde la perspectiva etnomatemática para generar propuesta didáctica donde se potencie la identidad regional de los pueblos. Toda la información suministrada se tratará de forma confidencial, solamente será utilizada para cumplir el propósito antes descrito. Se agradece de antemano su valiosa colaboración.

DATOS PERSONALES

1. Sexo: 1.1. () Mujer 1.2. () Hombre
2. ¿Cuántos años tiene de ejercer en educación secundaria? _____
3. ¿De cuál(es) universidad(es) es egresado? _____
4. ¿Cuál es el último grado académico alcanzado? _____
5. ¿Cuál es su formación académica (puede elegir más de una opción)?
 - 5.1. () Didáctica de la matemática.
 - 5.2. () Enseñanza de la matemática.
 - 5.3. () Matemática pura.
 - 5.4. () Matemática aplicada.
 - 5.5. () Otro _____

PREGUNTAS RELATIVAS A LA PROPUESTA FORMATIVA HACIENDO USO DE LOS TEMPLOS Y LA ETNOMATEMÁTICA (pertinencia, forma y momento).

6. Los estudiantes de secundaria podrían recibir formación sobre los elementos de la cultura regional que enriquecen el sentido de pertenencia a la comunidad. En caso de poder integrar las clases de matemática con el trabajo de otras asignaturas para resaltar el legado de nuestros antepasados. ¿En qué etapa formativa de los estudiantes de secundaria considera usted que debería darse información sobre aspectos culturales de las matemáticas? Puede marcar varias opciones.

6.1. () En nivel inicial de la formación secundaria.

6.2. () En forma transversal durante la formación secundaria.

6.2.1. () Integrado a otras asignaturas.

6.2.2. () Como asignatura complementaria-optimativa.

6.2.3. () Como asignatura obligatoria.

6.2.4. () Otras _____

6.3. () En forma permanente.

6.3.1. () Integrado a otras asignaturas.

6.3.2. () En talleres esporádicos en la asignatura de matemática.

6.3.3. () Otras _____

6.4. () En ningún momento, ya que

6.4.1. () amenaza la estructura del actual currículo.

6.4.2. () generaría falsas creencias sobre las matemáticas.

6.4.3. () otras _____

7. ¿Considera usted que el templo católico de la comunidad donde labora, tiene potencial arquitectónico que pueda utilizarse en la enseñanza de la geometría?

7.1. () Si

7.2. () No

Explique su respuesta

Si contestó que no, explique y pase a la pregunta 15.

8. ¿Considera que es viable hacer uso de los elementos de los templos para la enseñanza de geometría?

8.1. () Si 8.2. () No

Explique

Si contestó que no, explique y pase a la pregunta 10.

9. ¿En qué momento de la clase haría uso de la estructura del templo de una comunidad para enseñar geometría?

9.1. () Al inicio.

9.2. () En medio.

9.3. () Al final.

9.4. () Otro _____

10. ¿Cuáles son los elementos geométricos que usted puede identificar en el templo de la comunidad donde labora?

11. ¿Cuáles elementos arquitectónicos o características estéticas pueden ser aprovechados para vincular el templo de una comunidad con la enseñanza de la geometría?

12. ¿En cuáles contenidos del plan de estudios de matemática vigente haría uso de los elementos geométricos de los templos? Explique con detalle su respuesta

13. Describa cómo implicaría los elementos geométricos que observa en el templo de una comunidad para fortalecer los procesos matemáticos en el aula. Tome en cuenta que los procesos son razonar, argumentar, plantear y resolver problemas, comunicar, conectar y representar.

14. Describa según su opinión, cómo se puede implicar la geometría de los templos para la enseñanza efectiva de la matemática, de acuerdo con cada uno de los ejes disciplinares planteados por el MEP.

Actitudes y creencias hacia las matemáticas

Resolución de problemas

Uso de la tecnología

Historia de las matemáticas

Contextualización activa

15. ¿Considera usted que es importante incluir este tipo de propuestas en la enseñanza de la matemática?

1. () Si 2. () No

Explique su respuesta

16. ¿Cuáles características socio-históricas conoce del templo de la comunidad donde labora? Por ejemplo: año de fundación, cuánto se duró en la construcción, cómo se financió, quiénes fueron los protagonistas, cómo se escogió el diseño, cuál es la advocación que tiene.

17. ¿Cuál es su opinión sobre la importancia que tienen los templos (como espacio arquitectónico) para las comunidades?

Fin de la entrevista.

¡Muchas gracias por su colaboración!

COMENTARIO ADICIONAL SOBRE LA TEMÁTICA O INSTRUMENTO

C3. Consentimiento informado

UNIVERSIDAD NACIONAL
ESCUELA DE MATEMÁTICAS



FÓRMULA DE CONSENTIMIENTO INFORMADO

(Para ser sujeto de investigación)

Uso de las características arquitectónicas de los templos de Costa Rica en la enseñanza de la geometría en educación secundaria.

Nombre del informante: _____

- A. **PROPÓSITO DE LA INVESTIGACIÓN:** Analizar los templos de Costa Rica desde la perspectiva etnomatemática para generar una propuesta de acción pedagógica donde se potencie la identidad de los pueblos.
Desarrollado por tres estudiantes de la Universidad Nacional.
- B. **¿QUÉ SE HARÁ?:** Estoy dispuesta o dispuesto a colaborar en este estudio, en el cual me pedirán las siguientes acciones: realizar observación a un templo de Costa Rica, con una guía de observación suministrada por el equipo de investigación, y realizar notas interpretativas. A información suministrada será tratada en forma confidencial y es para uso exclusivo de este estudio, los nombres de las personas participantes no se revelarán.
- C. **RIESGOS:** Mi participación en este estudio no implica ningún riesgo.
- D. **BENEFICIOS:** No obtendrá ningún beneficio directo, sin embargo, es posible que los investigadores aprendan más acerca del uso de las características arquitectónicas de edificaciones para la enseñanza de la geometría y este conocimiento beneficie a otras personas en el futuro.
- E. Recibirá una copia de esta fórmula firmada para mi uso personal.
- F. Mi participación en este estudio es voluntaria. Tiene el derecho de negarse a participar o a discontinuar su participación en cualquier momento.
- G. Su participación en este estudio es confidencial, los resultados podrían aparecer en una publicación científica o ser divulgados en una reunión científica pero de una manera anónima.
- H. No perderá ningún derecho legal por firmar este documento.

CONSENTIMIENTO

He leído o se me ha leído, toda la información descrita en esta fórmula, antes de firmarla. Se me ha brindado la oportunidad de hacer preguntas y éstas han sido contestadas en forma adecuada. Por lo tanto, accedo a participar como sujeto de investigación en este estudio

Nombre, cédula y firma del sujeto

Fecha

Investigadores que solicitan el consentimiento:

INVESTIGADOR #1, CÉD: X XXXX XXXX

INVESTIGADOR #2, CÉD: X XXXX XXXX

INVESTIGADOR #3, CÉD: X XXXX XXXX

C.4 Instrumento de observación de los Templos

REGISTRO DE OBSERVACIÓN DE LOS TEMPLOS

Fecha: _____

Hora: _____

Observador: _____

Nombre del Templo: _____

Comunidad: _____ Cantón: _____ Provincia: _____

El objetivo de esta observación es identificar los elementos geométricos presentes en las partes de los templos, respecto a partes del templo con categorías prefijadas, conforme los conocimientos en el área de geometría planteados por el Ministerio de Educación Pública.

Categorías:	<i>Interiores:</i>	<i>Exteriores:</i>	Otras
	1. Nártex	13. Torres	22. _____
	2. Nave central	14. Rosetón	23. _____
	3. Naves laterales	15. Pórtico	24. _____
	4. Transepto	16. Contrafuertes	
	5. Crucero	17. Vitrales	
	6. Coro	18. Fachada	
	7. Ábside	19. Ventanas	
	8. Púlpito	20. Puertas	
	9. Capitel	21. Techo	
	10. Columna		
	11. Pisos hidráulicos		
	12. Cielo raso		

Instrucciones generales: a continuación, aparece una tabla, la primera columna corresponde a los conocimientos de geometría que se deben abordar en educación secundaria, las demás columnas aparecen enumeradas según las categorías anteriores. Marque con una equis, en la casilla que usted considera que, la parte del Templo tiene elementos que se pueden utilizar para abarcar dicho conocimiento. Adicionalmente, en el espacio de NOTAS INTERPRETATIVAS puede escribir cualquier tipo de nota relacionado con lo que ha marcado, por ejemplo, puede mencionar como haría uso de la parte templo según el conocimiento que seleccionó.

Octavo año

CONOCIMIENTOS	PARTES DEL TEMPLO																								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
Visualización espacial																									
Pirámide recta																									
Sección plana																									
Prisma recto																									

PREGUNTAS ORIENTADORAS/ SUGERENCIAS DE OBSERVACIÓN:

¿Ya vió el final de la torre?, ¿Se fijó cómo es el techo?, ¿Ya vió qué forma tiene el muro exterior del templo?, ¿Se fijó en las columnas internas y externas?, El pulpito, ¿ya lo vió?, ¿Las lámparas?, ¿las bancas?, ¿Qué más????

COMENTARIOS DE LA OBSERVACIÓN:

NOTAS INTERPRETATIVAS:

Décimo año

CONOCIMIENTOS	PARTES DEL TEMPLO																								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
Polígonos																									
Lado																									
Radio																									
Apotema																									
Ángulos																									
Diagonal																									
Perímetro																									
Área																									
Relaciones métricas																									

PREGUNTAS ORIENTADORAS/ SUGERENCIAS DE OBSERVACIÓN:

¿Ya se fijó en las paredes?, ¿Se fijó cómo es el techo?, ¿Ya vió qué formas hay en los pisos?, ¿Se fijó en las columnas internas y externas?, ¿en el cielorraso?, ¿las bancas?, ¿Qué más????

COMENTARIOS DE LA OBSERVACIÓN:

NOTAS INTERPRETATIVAS:

Undécimo año

CONOCIMIENTOS	PARTES DEL TEMPLO																							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Transformaciones en el plano																								
Traslaciones																								
Reflexiones																								
Homotecias																								
Rotaciones																								

PREGUNTAS ORIENTADORAS/ SUGERENCIAS DE OBSERVACIÓN:

¿Ya vió las torre?, ¿Se fijó cómo es el techo?, ¿Ya vió qué forma tiene el muro exterior del templo?, ¿Se fijó en las columnas internas y externas?, ¿Ya vió qué formas hay en los pisos?, ¿ya vió las ventanas?, ¿Las lámparas?, ¿las bancas?, ¿los rosetones?, ¿Qué más????

COMENTARIOS DE LA OBSERVACIÓN:

NOTAS INTERPRETATIVAS: